LỜI NÓI ĐẦU

"BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VẬT LÍ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG" là bộ sách dùng cho học sinh khá giỏi, học sinh các lớp chuyên Vật lí, các thầy cô giáo dạy Vật lí ở các trường trung học phổ thông. Bộ sách gồm 7 cuốn:

1. ***Bồi dưỡng học sinh giỏi Vật lí 10*, tập I** (*Động học, Động lực học, Tĩnh học*)
2. ***Bồi dưỡng học sinh giỏi Vật lí 10*, tập II** (*Các định luật bảo toàn, Nhiệt học*)
3. ***Bồi dưỡng học sinh giỏi Vật lí 11*, tập I** (*Điện và Điện từ*)
4. ***Bồi dưỡng học sinh giỏi Vật lí 11*, tập II** (*Quang hình*)
5. ***Bồi dưỡng học sinh giỏi Vật lí 12*, tập I** (*Dao động và Sóng cơ học*)
6. ***Bồi dưỡng học sinh giỏi Vật lí 12*, tập II** (*Dòng điện xoay chiều và Dao động điện từ*)
7. ***Bồi dưỡng học sinh giỏi Vật lí 12*, tập III** (*Quang lí, Vật lí hạt nhân*)

Về cấu trúc, mỗi cuốn sách đều được chia thành các phần lớn, trong mỗi phần gồm nhiều chuyên đề, mỗi chuyên đề là một nội dung kiến thức trọn vẹn. Mỗi chuyên đề gồm các phần:

A. Tóm tắt kiến thức: Phần này chúng tôi trình bày một cách có hệ thống những kiến thức trọng tâm của chuyên đề từ cơ bản đến nâng cao trong đó chúng tôi chú trọng đào sâu những kiến thức nâng cao để làm cơ sở cho việc giải các bài tập của chuyên đề.

B. Những chú ý khi giải bài tập: Trong phần này chúng tôi nêu lên những chú ý cần thiết về kiến thức và kĩ năng giải bài tập. Đó là những lưu ý quan trọng giúp định hướng và tránh những sai sót khi giải các bài tập của chuyên đề.

C. Các bài tập của chuyên đề: Hệ thống bài tập ở đây khá đa dạng được sắp xếp từ dễ đến khó, từ đơn giản đến phức tạp và được giải khá chi tiết nên rất phù hợp với nhiều đối tượng bạn đọc.

Trong quá trình biên soạn chúng tôi tham khảo rất nhiều nguồn tài liệu trong và ngoài nước, đặc biệt là các bộ sách *Giải toán Vật lí* do thầy Bùi Quang Hân làm chủ biên – Nhà xuất bản Giáo dục 1998, bộ sách *Bài tập và lời giải Vật lí* do GS. Yung Kuo Lim làm chủ biên – Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam 2010, bộ sách *Cơ sở Vật lí* do David Halliday làm chủ biên – Nhà xuất bản Giáo dục 2002… để làm phong phú thêm phần kiến thức cũng như phần lời giải các bài tập trong bộ sách.

Với sự góp sức của các thầy cô giáo đã và đang công tác tại các trường chuyên, các thầy cô giáo đã từng tham gia bồi dưỡng học sinh giỏi Vật lí của các tỉnh thành trong cả nước, hi vọng bộ sách sẽ là tài liệu tham khảo thiết thực, bổ ích cho nhiều đối tượng bạn đọc yêu thích bộ môn Vật lí.

Mặc dù đã đầu tư biên soạn khá kĩ lưỡng nhưng những hạn chế, sai sót là điều không thể tránh khỏi. Rất mong nhận được sự đóng góp, chia sẻ của các thầy cô giáo và các em học sinh trên cả nước. Mọi ý kiến đóng góp xin gửi về địa chỉ ngphudong@gmail.com hoặc khang vietbookstore@yahoo.com.vn.

Xin trân trọng giới thiệu bộ sách đến quý thầy cô giáo và các em học sinh!

Chủ biên-
ThS. Nguyễn Phú Đồng

Phần thứ nhất.

ĐỘNG HỌC

Chuyên đề 1: CHUYỂN ĐỘNG THẲNG ĐỀU

A. TÓM TẮT KIẾN THỨC

I. Các khái niệm chung

1. Chất điểm: Một vật có kích thước rất nhỏ so với chiều dài quỹ đạo chuyển động của vật gọi là chất điểm. Trên hình vẽ, chất điểm được biểu diễn bằng một điểm hình học.



Khi đi từ Quảng Ngãi đến thành phố Hồ Chí Minh, ô-tô có thể được coi là chất điểm

2. Quỹ đạo: Đường đi của một vật gọi là quỹ đạo chuyển động của vật.

3. Hệ quy chiếu

- Để xác định vị trí của một vật phải chọn hệ quy chiếu.
- Hệ quy chiếu bao gồm hệ tọa độ (một chiều, hai chiều...) gắn với vật mốc, đồng hồ và gốc thời gian.

4. Thời điểm: Thời điểm là trị số chỉ một lúc nào đó theo mốc thời gian và theo đơn vị thời gian đã chọn.

5. Độ dời và đường đi

- Độ dời của vật chuyển động thẳng là độ biến thiên tọa độ của vật:
  $\Delta x = x_2 - x_1$ (1.1)
- Đường đi của vật là chiều dài phần quỹ đạo mà vật vạch được khi chuyển động: s.

6. Vận tốc và tốc độ: Để biết một vật chuyển động nhanh hay chậm trong khoảng thời gian Δt người ta dùng khái niệm tốc độ và vận tốc:

+ Tốc độ trung bình = quãng đường vật chuyển động: thời gian vật thực hiện quãng đường.
+ Vận tốc trung bình = độ dời: thời gian vật thực hiện độ dời.

II. Chuyển động thẳng đều

1. Định nghĩa: Chuyển động thẳng đều là chuyển động thẳng, trong đó vật thực hiện được những độ dời bằng nhau trong những khoảng thời gian bằng nhau bất kì.

2. Vận tốc của chuyển động thẳng đều

- Vận tốc: $v = \dfrac{\Delta x}{\Delta t} = \text{const}$ (1.2)

- Vectơ vận tốc có:
  + Gốc (điểm đặt) trên vật chuyển động.
  + Hướng trùng với hướng của chuyển động.
  + Độ dài tỉ lệ với v theo một tỉ xích chọn trước.



3. *Phương trình chuyển động thẳng đều*: $x = x_0 + v(t - t_0)$ (1.3)

với: x_0 là tọa độ ban đầu ($t = t_0$) của vật; x là tọa độ của vật tại thời điểm t; v là vận tốc của vật.

♦ ***Chú ý***

- Với chuyển động thẳng đều (không đổi chiều) thì:

  + độ dời = quãng đường: $\Delta x = s$.

  + độ lớn vận tốc = tốc độ: $|v| = \dfrac{s}{t - t_0}$.

  Lúc đó: $s = |v|(t - t_0)$

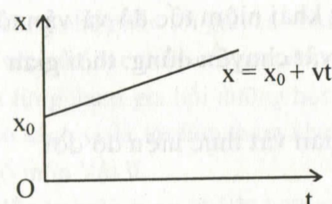
- Chọn gốc thời gian $t_0 = 0$ thì: $x = x_0 + vt$ và $s = |x - x_0| = |v|t$ (1.3')
- Thường ta chỉ xét chuyển động thẳng đều không đổi chiều chuyển động.

4. *Đồ thị của chuyển động thẳng đều*

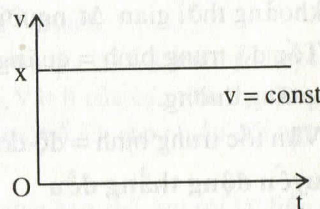
- Đồ thị tọa độ - thời gian (x – t) là đường thẳng có độ dốc (hệ số góc) là v (v > 0: đồ thị hướng lên, v < 0: đồ thị hướng xuống), với:

  $\tan\alpha = \dfrac{x - x_0}{t} = v$

- Đồ thị vận tốc – thời gian (v – t) là đường thẳng song song với trục thời gian (v > 0: đồ thị nằm trên trục thời gian, v < 0: đồ thị nằm dưới trục thời gian).



Đồ thị x – t với v > 0



Đồ thị v – t với v > 0

♦ ***Chú ý:*** Độ dời $(x - x_0)$ bằng diện tích hình chữ nhật có hai cạnh là v và t trên đồ thị v – t.

III. Tính tương đối của chuyển động. Công thức cộng vận tốc

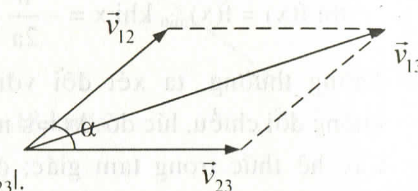
1. *Tính tương đối của chuyển động:* Chuyển động hay đứng yên đều có tính tương đối, nó phụ thuộc vào hệ quy chiếu ta chọn. Do đó tọa độ, vận tốc và quĩ đạo của vật đều có tính tương đối.

2. *Công thức cộng vận tốc*: Gọi:

+ $\vec{v}_{13}$ là vectơ vận tốc tuyệt đối (vận tốc của vật 1 so với vật 3).
+ $\vec{v}_{12}$ là vectơ vận tốc tương đối (vận tốc của vật 1 so với vật 2).
+ $\vec{v}_{23}$ là vectơ vận tốc kéo theo (vận tốc của vật 2 so với vật 3).

Ta có: $\vec{v}_{13} = \vec{v}_{12} + \vec{v}_{23}$ (1.4)

♦ ***Chú ý***

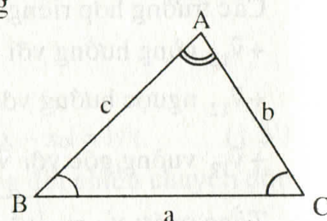


- Ta luôn có: $|v_{12} - v_{23}| \le v_{13} \le v_{12} + v_{23}$
- Các trường hợp riêng:
  + $\vec{v}_{12}$ cùng hướng với $\vec{v}_{23}$: $v_{13} = v_{12} + v_{23}$.
  + $\vec{v}_{12}$ ngược hướng với $\vec{v}_{23}$: $v_{13} = |v_{12} - v_{23}|$.
  + $\vec{v}_{12}$ vuông góc với $\vec{v}_{23}$: $v_{13} = \sqrt{v_{12}^2 + v_{23}^2}$
- Tổng quát: $v_{13} = \sqrt{v_{12}^2 + v_{23}^2 + 2v_{12}v_{23}\cos\alpha}$ (α góc giữa các vectơ $\vec{v}_{12}$, $\vec{v}_{23}$)

B. NHỮNG CHÚ Ý KHI GIẢI BÀI TẬP

- Cần phân biệt các khái niệm: đường đi và độ dời; tốc độ và vận tốc; thời gian và thời điểm.
- Việc chọn hệ quy chiếu khi giải các bài toán động học là tùy ý nhưng phải chọn sao cho phù hợp để việc giải bài toán được đơn giản. Cụ thể, việc chọn hệ quy chiếu gồm: chọn hệ tọa độ (gốc tọa độ, trục tọa độ, chiều dương) và gốc thời gian. Sau đó, dựa vào hệ quy chiếu đã chọn xác định giá trị và dấu của các đại lượng x_0, t_0 và v.
- Nhiều bài toán động học có thể được giải bằng cả hai phương pháp: phương pháp đại số và phương pháp đồ thị. Việc sử dụng kĩ thuật đồ thị có thể làm cho việc giải bài toán đơn giản hơn, khi sử dụng kĩ thuật này cần chú ý:
  + với đồ thị tọa độ - thời gian: các vật chuyển động với cùng vận tốc thì đồ thị sẽ có cùng độ dốc (cùng hệ số góc) nên sẽ song song nhau ($\alpha_1 = \alpha_2$); vật nào có vận tốc lớn hơn thì đồ thị sẽ có độ dốc (hệ số góc) lớn hơn : $\alpha_1 > \alpha_2$ thì vật 1 có vận tốc lớn hơn vật 2....
  + với đồ thị vận tốc – thời gian: diện tích hình chữ nhật giới hạn bởi v và t trên đồ thị chính là độ dời (quãng đường nếu vật chuyển động không đổi chiều): $s = |v|t$.

- Khi sử dụng công thức cộng vận tốc cần xác định đúng đâu là vận tốc tuyệt đối, đâu là vận tốc tương đối và đâu là vận tốc kéo theo; góc giữa vectơ vận tốc tương đối và vectơ vận tốc kéo theo để sử dụng đúng công thức cộng vận tốc cho từng bài toán cụ thể. Chú ý: $\vec{v}_{12} = -\vec{v}_{21}$ và $|\vec{v}_{12}| = |\vec{v}_{21}|$.
- Đối với bài toán xác định khoảng cách giữa hai vật, để tìm khoảng cách ngắn nhất giữa hai vật có thể dựa vào các tính chất sau:
  + tính chất không âm của một bình phương:
  $z = (a - b)^2 \geq 0 \Rightarrow z = z_{min} = 0$ khi a = b.
  + tính chất của tam thức bậc hai: $f(x) = ax^2 + bx + c$: khi a > 0
  thì $f(x) = f(x)_{min}$ khi $x = -\frac{b}{2a}$ và $f(x) = f(x)_{min} = \sqrt{-\frac{\Delta}{4a}} = \sqrt{-\frac{b^2 - 4ac}{4a}}$.
- Thông thường, ta xét đối với các chuyển động không đổi chiều, lúc đó $\Delta x = s$ nên $s = |x - x_0| = |v|t$.
- Các hệ thức trong tam giác; định lí hàm cosin:



$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab.\cos\hat{C}$ ($\hat{C}$ là góc tạo bởi hai cạnh a và b của tam giác); định lí hàm sin:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}.$$

C. CÁC BÀI TẬP VỀ CHUYỂN ĐỘNG THẲNG ĐỀU

1.1. Năm 1946 người ta đo khoảng cách Trái Đất – Mặt Trăng bằng kĩ thuật phản xạ sóng radar. Tín hiệu radar phát đi từ Trái Đất truyền với vận tốc $c = 3.10^8$ m/s phản xạ trên bề mặt của Mặt Trăng và trở lại Trái Đất. Tín hiệu phản xạ được ghi nhận sau 2,5 s kể từ lúc truyền. Coi Trái Đất và Mặt Trăng có dạng hình cầu bán kính lần lượt là $R_Đ = 6400$ km và $R_T = 1740$ km. Hãy tính khoảng cách d giữa hai tâm.

(*Ghi chú*: Nhờ các thiết bị phản xạ tia laser, người ta đo được khoảng cách này với độ chính xác tới centimet).

Bài giải

Khoảng cách từ bề mặt Trái Đất đến bề mặt Mặt Trăng là:

$$d = \frac{s}{2} = \frac{vt}{2} = \frac{3.10^8.2,5}{2} = 3,75.10^8 m = 375000 \text{ km}$$

Khoảng cách giữa hai tâm Trái Đất và Mặt Trăng là:

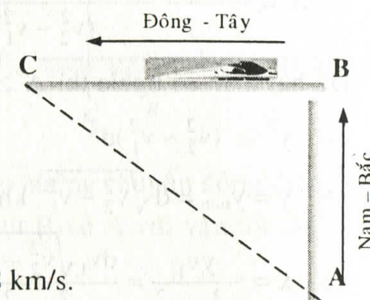
$D = d + R_{TĐ} + R_{MT} = 375000 + 6400 + 1740 = 383140$ km

Vậy: Khoảng cách giữa hai tâm Trái Đất và Mặt Trăng là D=383140 km.

1.2. Một ca-nô rời bến chuyển động thẳng đều. Thoạt tiên, ca-nô chạy theo hướng Nam – Bắc trong thời gian 2 phút 40 giây rồi tức thì rẽ sang hướng Đông – Tây và chạy thêm 2 phút với vận tốc như trước và dừng lại. Khoảng cách từ nơi xuất phát tới nơi dừng là 1 km.

Tính vận tốc của ca-nô.

Bài giải



Ta có: 2 phút 40 giây = 160 s; 2 phút = 120 s; 1 km = 1000 m.

Gọi A là điểm xuất phát, B là điểm bắt đầu rẽ và C là điểm dừng lại của ca-nô. Ta có:

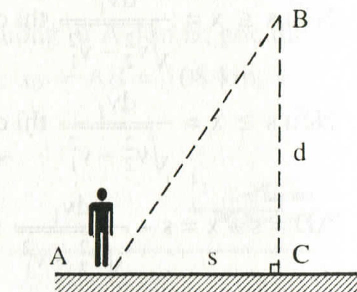
$AC^2 = AB^2 + BC^2$

$\Rightarrow AC^2 = (vt_1)^2 + (vt_2)^2$

$$\Rightarrow v = \frac{AC}{\sqrt{t_1^2 + t_2^2}} = \frac{1000}{\sqrt{160^2 + 120^2}} = 5 \text{ m/s} = 18 \text{ km/s}.$$

Vậy: Vận tốc của ca-nô là v = 18 km/h.

1.3. Một người đứng tại A trên một bờ hồ. Người này muốn tới B trên mặt hồ nhanh nhất. Cho các khoảng cách như trên hình vẽ. Biết rằng người này có thể chạy thẳng dọc theo bờ hồ với vận tốc v_2 và bơi thẳng với vận tốc v_1. Hãy xác định cách mà người này phải theo:



- hoặc bơi thẳng từ A đến B.
- hoặc chạy dọc theo bờ hồ một đoạn rồi sau đó bơi thẳng tới B.

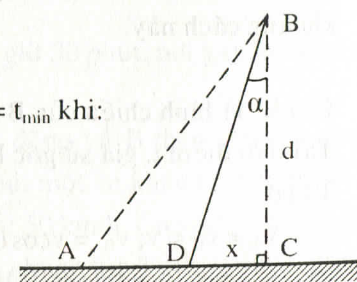
Biết vận tốc chạy dọc theo bờ hồ luôn lớn hơn vận tốc khi bơi ($v_1 < v_2$).

Bài giải

Vì $v_1 < v_2$ nên thời gian bơi đoạn AB không thể là thời gian nhỏ nhất, do đó ta loại trường hợp này. Giả sử người đó đi theo đường gấp khúc ADB (hình vẽ).

- Thời gian đi theo đoạn ADB là:

$$t = \frac{s - x}{v_2} + \frac{\sqrt{d^2 + x^2}}{v_1} = \frac{v_1 s - v_1 x + v_2\sqrt{d^2 + x^2}}{v_1 v_2}$$



- Vì v_1, v_2 và s có giá trị xác định nên thời gian $t = t_{min}$ khi:

$y = y_{min} = (-v_1 x + v_2\sqrt{d^2 + x^2})_{min}$

$\Rightarrow y + v_1 x = v_2\sqrt{d^2 + x^2}$

$\Rightarrow y^2 + 2yv_1 x + v_1^2 x^2 = v_2^2(d^2 + x^2)$

$\Rightarrow x^2 - \frac{2yv_1}{v_2^2 - v_1^2}x + \frac{v_2^2d^2 - y^2}{v_2^2 - v_1^2} = 0$

- Phương trình này có: $\Delta' = \left(\frac{yv_1}{v_2^2 - v_1^2}\right)^2 - \left(\frac{v_2^2d^2 - y^2}{v_2^2 - v_1^2}\right) = \frac{y^2v_1^2 - (v_2^2 - v_1^2)(v_2^2d^2 - y^2)}{(v_2^2 - v_1^2)^2}$

$\Rightarrow \Delta' = \frac{y^2v_1^2 - v_2^4d^2 + v_2^2y^2 + v_1^2v_2^2d^2 - v_1^2y^2}{(v_2^2 - v_1^2)^2} = \frac{v_2^2[y^2 + (v_1^2 - v_2^2)d^2]}{(v_2^2 - v_1^2)^2}$

- Để bài toán có nghĩa thì $\Delta' \geq 0 \Rightarrow y^2 + (v_1^2 - v_2^2)d^2 \geq 0$

$\Rightarrow y^2 \geq (v_2^2 - v_1^2)d^2$

$\Rightarrow y = y_{min} = d\sqrt{v_2^2 - v_1^2}$ khi $\Delta' = 0$

và $x = \frac{yv_1}{v_2^2 - v_1^2} = \frac{dv_1\sqrt{v_2^2 - v_1^2}}{v_2^2 - v_1^2} = \frac{dv_1}{\sqrt{v_2^2 - v_1^2}}$

- Nếu $s \leq x = \frac{dv_1}{\sqrt{v_2^2 - v_1^2}}$ thì cần phải bơi thẳng từ A đến B.

- Nếu $s \geq x = \frac{dv_1}{\sqrt{v_2^2 - v_1^2}}$ thì cần phải chạy trên bờ hồ một đoạn:

$AD = s - x = s - \frac{dv_1}{\sqrt{v_2^2 - v_1^2}}$ rồi bơi theo đường DB theo hướng hợp với phương BC một góc α thỏa $\sin\alpha = \frac{v_1}{v_2}$.

1.4. Hai tàu A và B cách nhau một khoảng cách a đồng thời chuyển động thẳng đều với cùng độ lớn v của vận tốc từ hai nơi trên một bờ hồ thẳng.

Tàu A chuyển động theo hướng vuông góc với bờ trong khi tàu B luôn luôn hướng về phía tàu A. Sau một thời gian đủ lâu, tàu B và tàu A chuyển động trên cùng một đường thẳng nhưng cách nhau một khoảng không đổi. Tính khoảng cách này.

Bài giải

Gọi B' là hình chiếu của B trên phương xx' (phương chuyển động của tàu A). Tại thời điểm t, giả sử góc hợp bởi phương xx' và đường nối hai tàu AB là α. Ta có:

$v_A = v_B = v$; $v_{B'} = v\cos\alpha$

$\Rightarrow v_{BA} = v_{AB'}$, nghĩa là B lại gần A bao nhiêu thì A ra xa B' bấy nhiêu.

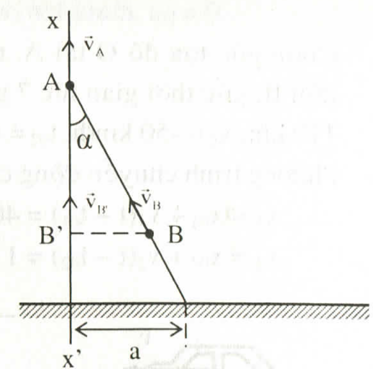
$\Rightarrow BA + B'A = const$ (1)

- Ban đầu, ta có: AB = a; B'A = 0 (A ≡ B')

$\Rightarrow BA + B'A = a$ (2)

- Khi hai tàu ở trên cùng đường thẳng thì B ≡ B'

$\Rightarrow BA = B'A = d$ (3)



- Từ (2) và (3) suy ra: $d = \frac{a}{2}$

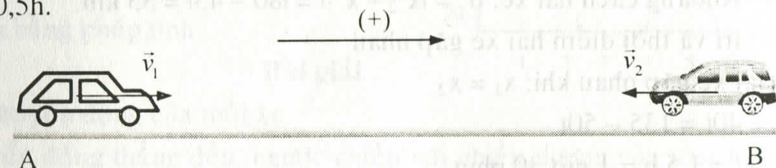
Vậy: Khi hai tàu chuyển động trên cùng một đường thẳng với khoảng cách không đổi thì khoảng cách đó là $d = \frac{a}{2}$.

1.5. Một xe khởi hành từ A lúc 9 giờ để về B theo hướng chuyển động thẳng đều với vận tốc 36 km/h. Nửa giờ sau, một xe đi từ B về A với vận tốc 54 km/h. Cho AB = 108 km.

Định lúc và nơi hai xe gặp nhau.

Bài giải

- Chọn gốc tọa độ tại A, trục tọa độ AB, chiều dương từ A đến B; gốc thời gian lúc 9 giờ. Ta có: $x_{01} = 0$, $v_1 = 36$ km/h, $t_{01} = 0$; $x_{02} = AB = 108$ km, $v_2 = -54$ km/h, $t_{02} = 0{,}5$h.



- Phương trình chuyển động của hai xe:

+ xe 1: $x_1 = x_{01} + v_1(t - t_{01}) = 36t$ (1)

+ xe 2: $x_2 = x_{02} + v_2(t - t_{02}) = 108 - 54(t - 0{,}5)$ (2)

- Hai xe gặp nhau khi $x_1 = x_2$.

$\Rightarrow 36t = 108 - 54(t - 0{,}5)$

$\Rightarrow t = 1{,}5$h

$\Rightarrow x = x_1 = 36.1{,}5 = 54$km.

Vậy: Hai xe gặp nhau lúc (9 + 1,5) = 10,5 = 10 giờ 30 phút, nơi gặp nhau cách A 54km.

1.6. Lúc 7 giờ có một xe khởi hành từ A chuyển động về B theo chuyển động thẳng đều với vận tốc 40 km/h. Lúc 7 giờ 30 phút một xe khác khởi hành từ B đi về A theo chuyển động thẳng đều với vận tốc 50 km/h. Cho AB = 110 km.

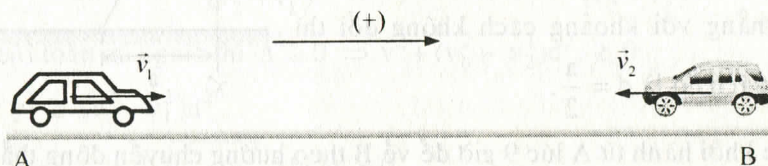
a) Xác định vị trí của mỗi xe và khoảng cách giữa chúng lúc 8 giờ và lúc 9 giờ.

b) Hai xe gặp nhau lúc mấy giờ? ở đâu?

Bài giải

- Chọn gốc tọa độ O tại A, trục tọa độ là đường thẳng AB, chiều dương từ A đến B; gốc thời gian lúc 7 giờ. Ta có: $x_{01} = 0$, $v_1 = 40$ km/h, $t_{01} = 0$, $x_{02} = AB = 110$ km, $v_2 = -50$ km/h, $t_{02} = 0,5$h.
- Phương trình chuyển động của hai xe là:

$$x_1 = x_{01} + v_1(t - t_{01}) = 40t \quad (1)$$
$$x_2 = x_{02} + v_2(t - t_{02}) = 110 - 50(t - 0,5) = 135 - 50t \quad (2)$$



a) Vị trí của mỗi xe và khoảng cách giữa chúng lúc 8 giờ và lúc 9 giờ

- Lúc 8 giờ: t = 8 – 7 = 1h:
  + Vị trí hai xe: $x_1 = 40.1 = 40$ km; $x_2 = 135 - 50.1 = 85$ km.
  + Khoảng cách hai xe: $d = |x_2 - x_1| = |85 - 40| = 45$ km.
- Lúc 9 giờ: t' = 9 – 7 = 2h:
  + Vị trí hai xe: $x'_1 = 40.2 = 80$ km; $x'_2 = 135 - 50.2 = 35$ km.
  + Khoảng cách hai xe: $d' = |x'_2 - x'_1| = |80 - 45| = 35$ km.

b) Vị trí và thời điểm hai xe gặp nhau

- Hai xe gặp nhau khi: $x_1 = x_2$

$\Rightarrow 40t = 135 - 50t$

$\Rightarrow t = 1,5$ h = 1 giờ 30 phút

$\Rightarrow x = x_1 = 40.1,5 = 60$ km.

Vậy: Hai xe gặp nhau vào lúc (7 giờ + 1 giờ 30 phút) = 8 giờ 30 phút, vị trí gặp nhau cách A là 60km.

1.7. Lúc 8 giờ một người đi xe đạp với vận tốc đều 12 km/h gặp một người đi bộ ngược chiều với vận tốc đều 4 km/h trên cùng đoạn đường thẳng. Tới 8 giờ 30 phút người đi xe đạp dừng lại, nghỉ 30 phút rồi quay trở lại đuổi theo người đi bộ với vận tốc có độ lớn như trước. Định lúc và nơi người đi xe đạp đuổi kịp người đi bộ.

Bài giải

- Chọn gốc tọa độ O tại vị trí người đi xe đạp dừng lại nghỉ, trục tọa độ là quĩ đạo chuyển động của hai người, chiều dương là chiều chuyển động của người đi bộ; gốc thời gian lúc 9 giờ. Lúc đó người đi bộ cách nơi dừng lại của người đi xe là:

$$x_{02} = 12.0,5 + 4.1 = 10 \text{ km}$$

Ta có: $x_{01} = 0$, $v_1 = 12$ km/h, $t_{01} = 0$, $x_{02} = 10$ km, $v_2 = 4$ km/h, $t_{02} = 0$.

- Phương trình chuyển động của hai người là:

$$x_1 = x_{01} + v_1(t - t_{01}) = 12t \quad (1)$$
$$x_2 = x_{02} + v_2(t - t_{02}) = 10 + 4t \quad (2)$$

- Hai người gặp nhau khi: $x_1 = x_2$

$\Rightarrow 12t = 10 + 4t$

$\Rightarrow t = \frac{10}{8} = 1,25$h = 1 giờ 15 phút

$\Rightarrow x = x_1 = 12.1,25 = 15$ km.

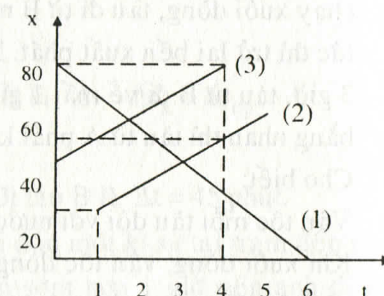
Vậy: Người đi xe đạp đuổi kịp người đi bộ lúc (9 giờ + 1 giờ 15 phút) = 10 giờ 15 phút, vị trí gặp nhau cách chỗ dừng lại của người đi xe đạp là 15 km hay cách chỗ gặp trước là (15 – 6) = 9 km.

1.8. Chuyển động của ba xe (1), (2), (3) có đồ thị tọa độ – thời gian như hình bên (x tính bằng km, t tính bằng h).

a) Nêu đặc điểm chuyển động của mỗi xe.

b) Lập phương trình chuyển động của mỗi xe.

c) Định vị trí và thời điểm gặp nhau bằng đồ thị. Kiểm tra lại bằng phép tính.



Bài giải

a) Đặc điểm chuyển động của mỗi xe

- Xe (1) chuyển động thẳng đều, ngược chiều với chiều dương của trục tọa độ từ vị trí cách gốc tọa độ 80 km với vận tốc:

$$v_1 = \frac{0 - 80}{6 - 0} = -13,33 \text{ km/h}$$

- Xe (2) chuyển động thẳng đều, cùng chiều với chiều dương của trục tọa độ từ vị trí cách gốc tọa độ 20 km và xuất phát sau xe (1) một giờ với vận tốc:

$$v_2 = \frac{50 - 20}{4 - 1} = 10 \text{ km/h}$$

- Xe (3) chuyển động thẳng đều, cùng chiều với chiều dương của trục tọa độ từ vị trí cách gốc tọa độ 40 km và xuất phát cùng lúc với xe (1) với vận tốc:

$$v_3 = \frac{80 - 40}{4 - 0} = 10 \text{ km/h}$$

b) Phương trình chuyển động của mỗi xe

- Xe (1): $x_1 = x_{01} + v_1(t - t_{01}) = 80 - 13,33t \quad (1)$
- Xe (2): $x_2 = x_{02} + v_2(t - t_{02}) = 20 + 10(t - 1) = 10 + 10t \quad (2)$
- Xe (3): $x_3 = x_{03} + v_3(t - t_{03}) = 40 + 10t \quad (3)$

c) Vị trí và thời điểm gặp nhau bằng đồ thị: Trên đồ thị, ta thấy:

- Xe (1) gặp xe (2) lúc 3 h, vị trí gặp nhau cách O khoảng 40 km.
- Xe (1) gặp xe (3) lúc 1,7 h, vị trí gặp nhau cách O khoảng 57 km.
- Kiểm tra lại bằng phép tính:

+ Xe (1) gặp xe (2) khi: $x_1 = x_2 \Leftrightarrow 80 - 13{,}33t = 10 + 10t$

$$\Rightarrow t = \frac{70}{23{,}33} = 3\text{ h} \Rightarrow x_{12} = x_2 = 10 + 10.3 = 40\text{ km}.$$

+ Xe (1) gặp xe (3) khi: $x_1 = x_3 \Leftrightarrow 80 - 13{,}33t = 40 + 10t$

$$\Rightarrow t = \frac{40}{23{,}33} = 1{,}7\text{ h} \Rightarrow x_{13} = x_3 = 40 + 10.1{,}7 = 57\text{ km}.$$

Vậy: Kết quả tính toán giống như kết quả xác định trên đồ thị.

1.9. Giữa hai bến sông A, B có hai tàu chuyển thư chạy thẳng đều. Tàu đi từ A chạy xuôi dòng, tàu đi từ B ngược dòng. Khi gặp nhau và chuyển thư, mỗi tàu tức thì trở lại bến xuất phát. Nếu khởi hành cùng lúc thì tàu từ A đi và về mất 3 giờ, tàu từ B đi về mất 1 giờ 30 phút. Hỏi nếu thời gian đi và về của hai tàu bằng nhau thì tàu từ A phải khởi hành trễ hơn tàu từ B bao lâu?

Cho biết:

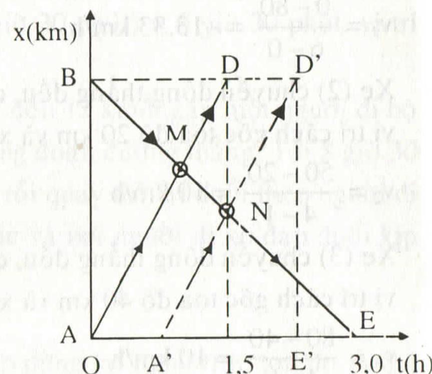
- Vận tốc mỗi tàu đối với nước như nhau và không đổi lúc đi cũng như lúc về.
- Khi xuôi dòng, vận tốc dòng nước làm tàu chạy nhanh hơn; khi ngược dòng, vận tốc dòng nước làm tàu chạy chậm hơn.

a) Giải bài toán bằng đồ thị. b) Giải bài toán bằng phương trình.

Bài giải

a) Giải bài toán bằng đồ thị

- Khi giải bài toán bằng đồ thị cần chú ý:
  + Vận tốc khi xuôi dòng cũng như khi ngược dòng của hai tàu là như nhau.
  + Vận tốc của hai vật bằng nhau thì đồ thị của chúng là những đường thẳng có cùng độ dốc (cùng hệ số góc).



- Từ đó vẽ được đồ thị chuyển động của hai tàu trong từng giai đoạn chuyển động (xuôi, ngược dòng) như hình bên ($v_x = v_t + v_n$; $v_{ng} = v_t - v_n$; $v_x > v_{ng}$).
- Ban đầu: với tàu 1: $t_1 = t_{AM} + t_{ME} = 3$ h; với tàu 2: $t_2 = t_{BM} + t_{MD} = 1{,}5$ h.
- Lúc sau: với tàu 1: $t'_1 = t_{A'N} + t_{NE'}$; với tàu 2: $t'_2 = t_{BN} + t_{ND'}$.
- Để $t'_1 = t'_2$ thì $t_{A'N} + t_{NE'} = t_{BN} + t_{ND'} \Rightarrow t_{A'N} = t_{ND'}$; $t_{NE'} = t_{BN}$

$$\Rightarrow OA' = \frac{1{,}5}{2} = 0{,}75\text{ h} = 45\text{ phút}.$$

Vậy: Để thời gian chuyển động (đi và về) của hai tàu bằng nhau thì tàu từ A phải khởi hành trễ hơn tàu từ B là 45 phút.

b) Giải bài toán bằng phương trình

Gọi $\Delta t_{x(1)}$, $\Delta t_{ng(1)}$ là thời gian tàu xuất phát từ A chạy xuôi và ngược dòng; $\Delta t_{x(2)}$, $\Delta t_{ng(2)}$ là thời gian tàu xuất phát từ B chạy xuôi và ngược dòng. Ta có:

$$\begin{cases} \Delta t_{x(1)} + \Delta t_{ng(1)} = \Delta t_{x(2)} + \Delta t_{ng(2)} \\ v_{x(1)}\Delta t_{x(1)} + v_{ng(1)}\Delta t_{ng(1)} = v_{x(2)}\Delta t_{x(2)} + v_{ng(2)}\Delta t_{ng(2)} = s \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta t_{x(1)} = \Delta t_{x(2)} = \frac{3}{2} = 1{,}5\text{h} = 90\text{ phút}.$$

$$\Rightarrow \Delta t_{ng(1)} = \Delta t_{ng(2)} = \frac{1{,}5}{2} = 0{,}75\text{h} = 45\text{ phút}.$$

- Thời gian tàu A phải khởi hành trễ so với tàu B là: $\Delta t = \Delta t_x - \Delta t_{ng}$.

$\Rightarrow \Delta t = 90 - 45 = 45$ phút.

Vậy: Thời gian tàu A phải khởi hành trễ so với tàu B là $\Delta t = 45$ phút.

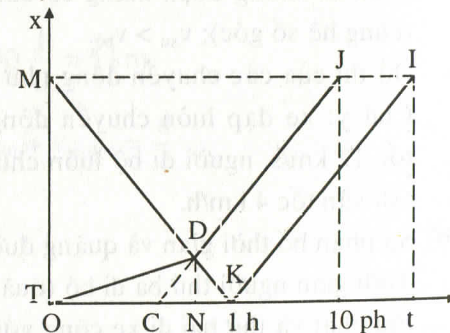
1.10. Hằng ngày có một xe hơi đi từ nhà máy tới đón một kĩ sư tại trạm đến nhà máy làm việc. Một hôm, viên kĩ sư tới trạm sớm hơn 1 giờ nên anh đi bộ hướng về nhà máy. Dọc đường anh ta gặp chiếc xe tới đón mình và cả hai tới nhà máy sớm hơn bình thường 10 phút.

Coi các chuyển động là thẳng đều có độ lớn vận tốc nhất định, hãy tính thời gian mà viên kĩ sư đã đi bộ từ trạm tới khi gặp xe.

Bài giải

Để đơn giản, ta giải bài toán này bằng kĩ thuật đồ thị. Chú ý:

- Thời điểm xuất phát từ nhà máy và độ lớn vận tốc của xe hơi là như nhau trong các trường hợp của bài toán (độ dốc của đồ thị luôn không đổi).
- Tổng quãng đường đi bộ và đi xe hơi của viên kĩ sư bằng quãng đường từ trạm (T) đến nhà máy (M).



- Từ đó vẽ được đồ thị như hình bên: đoạn đồ thị TD biểu diễn giai đoạn đi bộ của viên kĩ sư; đoạn đồ thị MK và KI biểu diễn chuyển động của xe hơi lúc đầu; đoạn đồ thị MD và DJ biểu diễn chuyển động của xe hơi lúc sau.
- Trên đồ thị ta nhận thấy: Tam giác CDK cân nên N là trung điểm CK

$\Rightarrow NK = \frac{CK}{2} = \frac{10}{2} = 5$ phút $\Rightarrow ON = OK - NK = 60 - 5 = 55$ phút.

Vậy: Thời gian mà viên kĩ sư đã đi bộ từ trạm tới khi gặp xe là $t_b = 55$ phút.

1.11. Ba người đang ở cùng một nơi và muốn có mặt tại một sân vận động cách đó 48 km. Đường đi thẳng. Họ có một chiếc xe đạp chỉ có thể chở thêm một người. Ba người giải quyết bằng cách hai người đi xe đạp khởi hành cùng lúc với người đi bộ; tới một vị trí thích hợp, người được chở bằng xe đạp xuống xe đi bộ tiếp, người đi xe đạp quay về gặp người đi bộ từ đầu và chở người này quay ngược trở lại.

Ba người đến sân vận động cùng lúc.

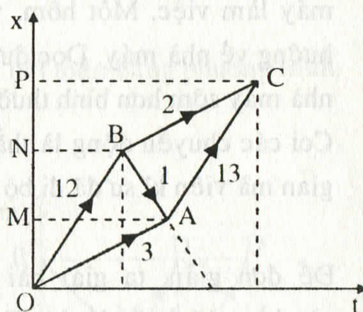
a) Vẽ đồ thị của các chuyển động. Coi các chuyển động là thẳng đều mà vận tốc có độ lớn không đổi là 12 km/h cho xe đạp, 4 km/h cho đi bộ.

b) Tính sự phân bố thời gian và quãng đường.

Bài giải

a) Đồ thị của các chuyển động: Dựa vào các đặc điểm sau để vẽ đồ thị của ba chuyển động:

- Vì các chuyển động là thẳng đều nên đồ thị của các chuyển động trong các giai đoạn đều là những đoạn thẳng.
- Các chuyển động có độ lớn vận tốc như nhau là những đoạn thẳng có cùng độ dốc (cùng hệ số góc); $v_{xe} > v_{bộ}$.
- Đồ thị của các chuyển động như hình bên. Chú ý: xe đạp luôn chuyển động với vận tốc 12 km/s, người đi bộ luôn chuyển động với vận tốc 4 km/h.



b) Sự phân bố thời gian và quãng đường: Ta có:

- Thời gian người thứ ba đi bộ (quãng đường $s_3 = OM$) bằng thời gian hai người thứ nhất và thứ hai đi xe cộng với thời gian người thứ nhất đi xe quay lại chở người thứ ba (quãng đường $s_{12} + s_1 = ON + NM$).
- Vì $v_{xe} = 3v_b \Rightarrow s_{12} + s_1 = 3s_3 \Rightarrow ON + NM = 3OM$

$\Rightarrow OM + 2NM = 3OM$

$\Rightarrow OM = NM = \frac{ON}{2}$ (1)

- Vì tứ giác OBCA là hình bình hành nên OA = BC.

$\Rightarrow OM = NP$ (2)

- Từ (1) và (2) suy ra: $NP = \frac{ON}{2}$ (3)

và $ON + NP = OP = 48$ km (4)

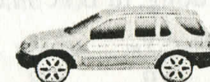
$\Rightarrow NP = 16$ km; $ON = 32$ km hay $s_b = 16$ km; $s_{xe} = 32$ km.

và $t_b = \frac{s_b}{v_b} = \frac{16}{4} = 4$ h; $t_{xe} = \frac{s_{xe}}{v_{xe}} = \frac{32}{12} = 2\frac{2}{3}$ h = 2 h 40 ph.

Vậy: Sự phân bố quãng đường và thời gian như sau: Quãng đường người thứ hai và thứ ba đi bộ là 16 km, quãng đường người thứ hai và thứ ba đi xe là 32 km; thời gian người thứ hai và thứ ba đi bộ là 4 giờ, thời gian người thứ hai và thứ ba đi xe là 2 giờ 40 phút.

1.12. Trên một tuyến xe ô-tô các xe coi như chuyển động thẳng đều với vận tốc 30 km/h; hai chuyến xe liên tiếp khởi hành cách nhau 10 phút. Một người đi xe đạp ngược lại gặp hai chuyến xe liên tiếp cách nhau 7 phút 30 giây.

Tính vận tốc người đi xe đạp.


Bài giải

Ta có: 10 phút = $\frac{1}{6}$h; 7 phút 30 giây = 0,125 h.

- Khoảng cách giữa hai xe là: $d = v.\Delta t = 30.\frac{1}{6} = 5$ km.
- Vận tốc của ô-tô so với xe đạp là: $v = v_{ô\text{-}tô} + v_{xe\ đạp} = \frac{d}{t}$

$\Rightarrow v_{ô\text{-}tô} + v_{xe\ đạp} = \frac{5}{0,125} = 40$ km/h

$\Rightarrow v_{xe\ đạp} = 40 - v_{ô\text{-}tô} = 40 - 30 = 10$ km/h.

Vậy: Vận tốc người đi xe đạp là 10 km/h.

1.13. Một chiếc phà chạy xuôi dòng từ A đến B mất 3 giờ; khi chạy về mất 6 giờ. Hỏi nếu phà tắt máy trôi theo dòng nước thì từ A đến B mất bao lâu?

Bài giải

- Khi xuôi dòng: $v_x = v_p + v_n \Rightarrow t = \dfrac{AB}{v_x} = \dfrac{AB}{v_p + v_n} = 3$

$\Rightarrow \dfrac{v_p + v_n}{AB} = \dfrac{1}{3}$ (1)

- Khi ngược dòng: $v_{ng} = v_p - v_n \Rightarrow t' = \dfrac{AB}{v_{ng}} = \dfrac{AB}{v_p - v_n} = 6$

$\Rightarrow \dfrac{v_p - v_n}{AB} = \dfrac{1}{6}$ (2)

- Khi phà tắt máy: $t'' = \dfrac{AB}{v_n}$ (3)

- Lấy (1) trừ với (2) ta được: $\dfrac{2v_n}{AB} = \dfrac{1}{3} - \dfrac{1}{6} = \dfrac{1}{6} \Rightarrow t'' = \dfrac{AB}{v_n} = 2.6 = 12$ h

Vậy: Nếu phà tắt máy trôi theo dòng nước thì từ A đến B mất thời gian là 12 giờ.

1.14. Một thuyền đi từ A đến bến B cách nhau 6 km rồi lại trở về A. Biết rằng vận tốc thuyền trong nước yên lặng là 5 km/h, vận tốc nước chảy là 1 km/h. Tính thời gian chuyển động của thuyền.

Bài giải

Giả sử từ A đến B là xuôi dòng, từ B về A là ngược dòng.

Lúc đó: $v_x = v_{th} + v_n$; $v_{ng} = v_{th} - v_n$.

- Thời gian xuôi dòng là: $t_x = \dfrac{AB}{v_x} = \dfrac{AB}{v_{th} + v_n} \Rightarrow t_x = \dfrac{6}{5+1} = 1$ h.

- Thời gian ngược dòng là: $t_{ng} = \dfrac{AB}{v_{ng}} = \dfrac{AB}{v_{th} - v_n} \Rightarrow t_{ng} = \dfrac{6}{5-1} = 1{,}5$ h.

- Thời gian chuyển động của thuyền là: $t = t_x + t_{ng}$

$\Rightarrow t = 1 + 1{,}5 = 2{,}5$ h = 2 giờ 30 phút.

Vậy: Thời gian chuyển động của thuyền là 2 giờ 30 phút.

1.15. Một thang cuốn tự động đưa khách từ tầng trệt lên lầu trong 1 phút. Nếu thang ngừng thì khách phải đi bộ lên trong 3 phút. Hỏi nếu thang chạy mà khách vẫn bước lên thì mất bao lâu?

Bài giải

Ta có: 1 phút = 60 s; 3 phút = 180 s.

- Vận tốc của thang cuốn khi người đứng yên là: $v_{th} = \dfrac{s}{t_{th}} = \dfrac{s}{60}$

- Vận tốc của người đi bộ khi thang đứng yên là: $v_b = \dfrac{s}{t_b} = \dfrac{s}{180} \Rightarrow v_{th} = 3v_b$

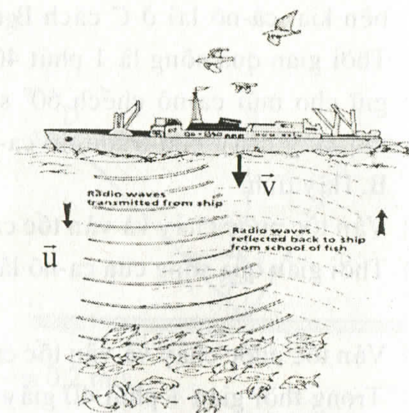
- Vận tốc của người đi bộ khi thang chuyển động là: $v = v_b + v_{th} = \dfrac{s}{t}$

$\Rightarrow t = \dfrac{s}{v} = \dfrac{s}{v_b + v_{th}} = \dfrac{s}{4v_b} \Rightarrow t = \dfrac{t_b}{4} = \dfrac{180}{4} = 45$ s

Vậy: Nếu thang chạy mà khách vẫn bước lên thì thời gian người đi bộ đi từ tầng trệt lên tầng lầu là 45 s.

1.16. Một tàu ngầm đang lặn xuống theo phương thẳng đứng với vận tốc đều v. Để dò đáy biển, máy SONAR trên tàu phát một tín hiệu âm kéo dài trong thời gian t_o hướng xuống đáy biển. Âm truyền trong nước với vận tốc đều u, phản xạ ở đáy biển (coi như nằm ngang) và truyền trở lại tàu. Tàu thu được tín hiệu âm phản xạ trong thời gian t. Tính vận tốc lặn của tàu.

Bài giải



- Khi phát tín hiệu, vận tốc của âm so với tàu là: $V = v - u$. Do đó, chiều dài đợt tín hiệu khi phát là:

$l = Vt_0 = (v - u)t_0$ (1)

- Khi thu tín hiệu, vận tốc của âm so với tàu là: $V' = v + u$. Do đó, chiều dài đợt tín hiệu khi thu là:

$l = V't = (v + u)t$ (2)

- Từ (1) và (2) suy ra: $(v - u)t_0 = (v + u)t$

$\Rightarrow v = \dfrac{t_0 - t}{t_0 + t}u$

Vậy: Vận tốc lặn của tàu là: $v = \dfrac{t_0 - t}{t_0 + t}u$.

1.17. Một thuyền máy chuyển động thẳng đều ngược dòng gặp một bè trôi xuôi dòng. Sau khi gặp nhau 1 giờ, động cơ của thuyền bị hỏng và phải sửa mất 30 phút.

Trong thời gian sửa, thuyền máy trôi xuôi dòng. Sau khi sửa xong động cơ, thuyền máy chuyển động thẳng đều xuôi dòng với vận tốc so với nước như trước. Thuyền máy gặp bè cách nơi gặp lần trước 7,5 km. Tính vận tốc chảy của nước (coi như không đổi).

Bài giải

Gọi v_t là vận tốc của thuyền so với nước, v_b là vận tốc của bè so với bờ sông, v_n là vận tốc chảy của nước. Ta có: $v_b = v_n$.

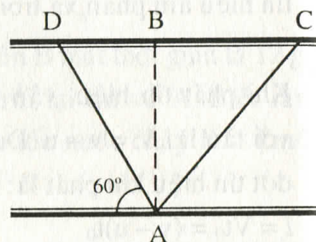
- Vì vận tốc tương đối của thuyền so với nước là không đổi nên thời gian ngược dòng từ lúc thuyền gặp bè đến lúc động cơ bị hỏng cũng bằng thời gian xuôi dòng từ lúc sửa xong động cơ đến khi gặp lại bè: $t_1 = t_2 = 1$ giờ.
- Quãng đường s = 7,5 km chính là quãng đường bè trôi theo dòng nước từ lúc gặp thuyền lần thứ nhất đến lúc gặp lại thuyền lần thứ hai:

$t = t_1 + t_2 + t' = 1 + 1 + 0,5 = 2,5$ giờ

- Vận tốc của bè là: $v_b = \frac{s}{t} = \frac{7,5}{2,5} = 3$ km/h.

Vậy: Vận tốc chảy của nước là: $v_n = v_b = 3$ km/h.

1.18. Một ca-nô chạy qua sông xuất phát từ A, mũi hướng tới điểm B ở bờ bên kia. AB vuông góc với bờ sông. Nhưng do nước chảy nên khi đến bên kia, ca-nô lại ở C cách B đoạn BC = 200m. Thời gian qua sông là 1 phút 40 s. Nếu người lái giữ cho mũi ca-nô chếch 60° so với bờ sông và mở máy chạy như trước thì ca-nô tới đúng vị trí B. Hãy tính:



a) Vận tốc nước chảy và vận tốc ca-nô. b) Bề rộng của dòng sông.

c) Thời gian qua sông của ca-nô lần sau.

Bài giải

a) Vận tốc nước chảy và vận tốc ca-nô

Trong thời gian 1 phút 40 giây (100 s), ca-nô chuyển động dọc bờ sông một đoạn BC với vận tốc bằng vận tốc nước chảy: $v_n = \frac{BC}{t} \Rightarrow v_n = \frac{200}{100} = 2$ m/s

- Trong tam giác vuông ABD ta có: $\cos 60^o = \frac{BD}{AD} = \frac{v_n t'}{v_{cano} t'} = \frac{v_n}{v_{cano}}$

$\Rightarrow v_{cano} = \frac{v_n}{\cos 60^o} = \frac{2}{\frac{1}{2}} = 4$ m/s.

Vậy: Vận tốc nước chảy là $v_n = 2$ m/s; vận tốc ca-nô là $v_{cano} = 4$ m/s.

b) Bề rộng của dòng sông

Khi ca-nô chuyển động theo phương AB thì: AB = vt = 4.100 = 400 m.

Vậy: Bề rộng của dòng sông là AB = 400 m.

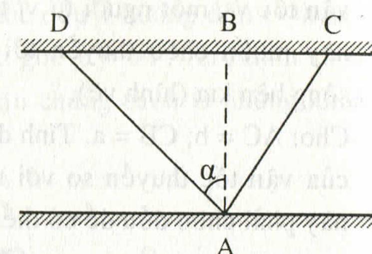
c) Thời gian qua sông của ca-nô lần sau

- Trong tam giác vuông ABD, ta có: $AD = \frac{AB}{\sin 60^o} = \frac{400}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{800}{\sqrt{3}} = 461,9$ m.
- Thời gian qua sông của ca-nô lần sau là: $t' = \frac{AD}{v_{cano}} = \frac{461,9}{4} = 115,48$ s.

Vậy: Thời gian qua sông của ca-nô lần sau là t' = 115,48 s.

1.19. Ở một đoạn sông thẳng, dòng nước có vận tốc v_2, một thuyền chuyển động đều có vận tốc so với nước luôn luôn là v_1 (độ lớn) từ A.

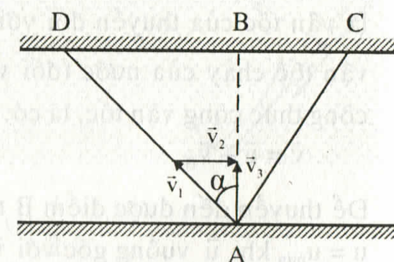
- Nếu người lái hướng mũi thuyền theo B thì sau 10 phút, thuyền tới C phía hạ lưu với BC = 120 m.
- Nếu người lái hướng mũi thuyền về phía thượng lưu theo góc lệch α thì sau 12 phút 30 giây thuyền tới đúng B.



a) Tính vận tốc của thuyền và bề rộng của sông.

b) Xác định góc lệch α .

Bài giải



a) Vận tốc của thuyền và bề rộng của sông

- Lần thứ nhất sang sông, ta có:
  + Quãng đường nước chảy trong thời gian t_1 = 10 phút = 600 s là BC = 120 m.
  + Vận tốc của dòng nước là: $v_2 = \frac{BC}{t_1} = \frac{120}{600} = 0,2$ m/s.
  + Vận tốc của thuyền so với dòng nước là: $v_1 = \frac{AB}{t_1} = \frac{l}{600}$ (1)
- Lần thứ hai sang sông, ta có:
  + Vận tốc của thuyền so với bờ sông là: $v_3 = \sqrt{v_1^2 - v_2^2}$ (2)
  + Mặt khác: $v_3 = \frac{AB}{t_2} = \frac{l}{750}$ (3)
- Từ (1) và (3) suy ra: $\frac{v_3}{v_1} = \frac{600}{750} = \frac{4}{5}$ (4)
- Từ (2) và (4) suy ra: $v_1 = \frac{5}{3} v_2 = \frac{5}{3}.0,2 = 0,333$ m/s = 1,2 km/h.

và $l = 600v_1 = 600.0,333 = 200$ m

Vậy: Vận tốc của thuyền là $v_1 = 0,333$ m/s; bề rộng của sông là $l = 200$ m.

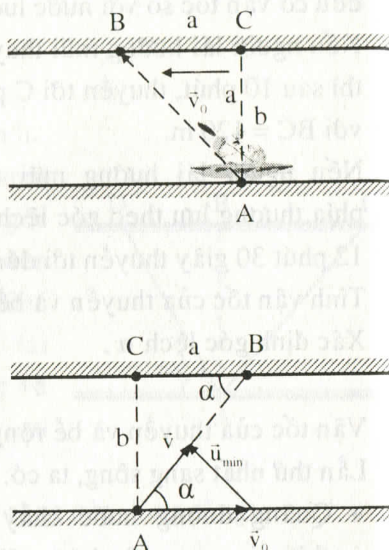
b) Xác định góc lệch α

Ta có: $\sin\alpha = \dfrac{BD}{AD} = \dfrac{v_2t_2}{v_1t_2} = \dfrac{v_2}{v_1} = \dfrac{0,2}{0,333} = 0,6 \Rightarrow \alpha = 37^o$

Vậy: Góc lệch giữa hướng của mũi thuyền và hướng của đoạn vuông góc với hai bờ sông là $\alpha = 37^o$.

1.20. Ở một đoạn sông thẳng, dòng nước có vận tốc v_0, một người từ vị trí A ở bờ sông này muốn chèo thuyền tới vị trí B ở bờ sông bên kia (hình vẽ).

Cho: AC = b; CB = a. Tính độ lớn nhỏ nhất của vận tốc thuyền so với nước mà người này phải chèo đều để có thể tới được B.



Bài giải

Gọi $\vec{v}$ là vận tốc của thuyền đối với bờ; $\vec{u}$ là vận tốc của thuyền đối với nước; $\vec{v}_0$ là vận tốc chảy của nước (đối với bờ). Theo công thức cộng vận tốc, ta có:

$$\vec{v} = \vec{u} + \vec{v}_0$$

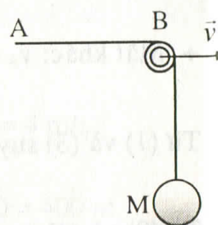
Để thuyền đến được điểm B thì $\vec{v}$ phải có hướng $\overline{AB}$. Trên hình vẽ ta thấy $u = u_{min}$ khi $\vec{u}$ vuông góc với $\vec{v}$.

Suy ra: $u_{min} = v_0.\sin\alpha = v_0.\dfrac{AC}{AB} = v_0.\dfrac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$

Vậy: Để thuyền đến được điểm B thì vận tốc thuyền so với nước nhỏ nhất phải là $u_{min} = v_0.\dfrac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$.

1.21. Quả cầu M được treo vào đinh A vắt qua ròng rọc di động B như hình vẽ. B chuyển động đều trên đường thẳng nằm ngang qua A với vận tốc $\vec{v}$ hướng đi xa A. Định vận tốc của M đối với các hệ quy chiếu sau:

a) gắn với ròng rọc. b) gắn với tường.



Bài giải

a) Vận tốc của M đối với hệ quy chiếu gắn với ròng rọc

Vì ròng rọc chuyển động theo phương ngang với vận tốc v nên vật M cũng chuyển động lên phía trên với vận tốc v so với ròng rọc.

Vậy: Trong hệ quy chiếu gắn với ròng rọc, M có vận tốc là v và hướng lên.

b) Vận tốc của M đối với hệ quy chiếu gắn với tường

Gọi (1) là vật; (2) là ròng rọc và (3) là tường.

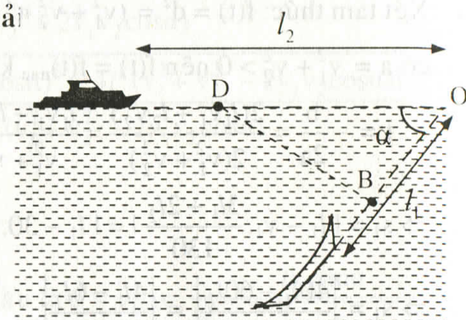
Theo công thức cộng vận tốc ta có: $\vec{v}_{13} = \vec{v}_{12} + \vec{v}_{23}$

Vì $\vec{v}_{12} \perp \vec{v}_{23}$ và $v_{12} = v_{23} = v$ nên: $v_{13} = \sqrt{v_{12}^2 + v_{23}^2} = \sqrt{v^2+v^2} = v\sqrt{2}$

Vậy: Vận tốc của M đối với hệ quy chiếu gắn với tường là $v\sqrt{2}$ và hướng nghiêng một góc 45° so với phương ngang.

1.22. Hai chiếc tàu chuyển động với cùng vận tốc đều v hướng đến O theo các quỹ đạo là những đường thẳng hợp với nhau góc $\alpha = 60^o$. Xác định khoảng cách nhỏ nhất giữa các tàu. Cho biết ban đầu chúng cách O những khoảng $l_1 = 20$ km và $l_2 = 30$ km.

Bài giải



Gọi t là thời gian chuyển động của hai tàu đến lúc có khoảng cách là nhỏ nhất; d là khoảng cách giữa hai tàu.

Khoảng cách giữa hai tàu là:

d = BD

$= \sqrt{OB^2 + OD^2 - 2OB.OD.\cos60^o}$

$\Rightarrow d^2 = OB^2 + OD^2 - 2OB.OD.\cos60^o$

$\Rightarrow d^2 = (l_1 - vt)^2 + (l_2 - vt)^2 - 2(l_1 - vt).(l_2 - vt).\dfrac{1}{2}$

$\Rightarrow d^2 = l_1^2 - 2l_1vt + v^2t^2 + l_2^2 - 2l_2vt + v^2t^2 - l_1l_2 + l_1vt + l_2vt - v^2t^2$

$\Rightarrow d^2 = l_1^2 + l_2^2 - vt(l_1 + l_2) - l_1l_2 + v^2t^2$

$\Rightarrow d^2 = l_1^2 + l_2^2 - l_1l_2 + \left[\dfrac{(l_1+l_2)}{2} - vt\right]^2 - \left(\dfrac{l_1+l_2}{2}\right)^2$

$\Rightarrow d^2 = \dfrac{3}{4}(l_1^2 + l_2^2) - \dfrac{3}{2}l_1l_2 + \left[\dfrac{(l_1+l_2)}{2} - vt\right]^2$

Để $d = d_{min}$ thì $\left[\dfrac{(l_1+l_2)}{2} - vt\right]^2 = 0$ và lúc đó: $d = d_{min} = \sqrt{\dfrac{3}{4}(l_1^2+l_2^2) - \dfrac{3}{2}l_1l_2}$

$\Rightarrow d = d_{min} = \sqrt{\dfrac{3}{4}.(20^2+30^2) - \dfrac{3}{2}.20.30} = \sqrt{75} = 8,66$ km

Vậy: Khoảng cách nhỏ nhất giữa các tàu là $d_{min} = 8,66$ km.

1.23. Hai vật chuyển động với các vận tốc không đổi trên hai đường thẳng vuông góc. Cho $v_1 = 30$ m/s; $v_2 = 20$ m/s. Tại thời điểm khoảng cách giữa hai vật nhỏ nhất thì vật (1) cách giao điểm của hai quỹ đạo đoạn $s_1 = 500$m. Hỏi lúc đó vật (2) cách giao điểm trên đoạn s_2 là bao nhiêu?

Bài giải

Gọi l_1, l_2 là khoảng cách ban đầu giữa hai vật đến giao điểm hai đường thẳng vuông góc trên.

- Khoảng cách giữa hai vật tại thời điểm t là:

$$d = \sqrt{s_1^2 + s_2^2} \Rightarrow d^2 = s_1^2 + s_2^2$$

$$\Rightarrow d^2 = (l_1 - v_1t)^2 + (l_2 - v_2t)^2$$

$$\Rightarrow d^2 = (l_1^2 - 2l_1v_1t + v_1^2t^2) + (l_2^2 - 2l_2v_2t + v_2^2t^2)$$

$$\Rightarrow d^2 = (v_1^2 + v_2^2)t^2 - 2(l_1v_1 + l_2v_2)t + (l_1^2 + l_2^2)$$

- Xét tam thức: $f(t) = d^2 = (v_1^2 + v_2^2)t^2 - 2(l_1v_1 + l_2v_2)t + (l_1^2 + l_2^2)$

có $a = v_1^2 + v_2^2 > 0$ nên $f(t) = f(t)_{min}$ khi:

$$t = -\frac{b}{2a} = \frac{2(l_1v_1 + l_2v_2)}{2(v_1^2 + v_2^2)} = \frac{l_1v_1 + l_2v_2}{v_1^2 + v_2^2} \Rightarrow t = \frac{30l_1 + 20l_2}{30^2 + 20^2} = \frac{3l_1 + 2l_2}{130}$$

$$\Rightarrow s_1 = |l_1 - v_1.\frac{3l_1 + 2l_2}{130}| = |l_1 - 30.\frac{3l_1 + 2l_2}{130}|$$

$$\Rightarrow s_1 = \left|\frac{40l_1 - 60l_2}{130}\right| = \left|\frac{4l_1 - 6l_2}{13}\right| \quad (1)$$

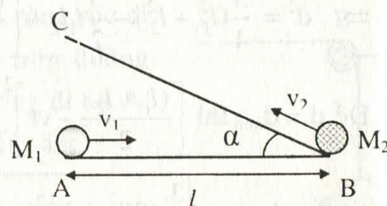
$$\text{và } s_2 = |l_2 - v_2.\frac{3l_1 + 2l_2}{130}| = |l_2 - 20.\frac{3l_1 + 2l_2}{130}|$$

$$\Rightarrow s_1 = \left|\frac{90l_2 - 60l_1}{130}\right| = \left|\frac{9l_2 - 6l_1}{13}\right| = 1{,}5.\left|\frac{6l_2 - 4l_1}{13}\right| \quad (2)$$

- Từ (1) và (2) suy ra: $s_2 = 1{,}5s_1 = 1{,}5.500 = 750$ m.

Vậy: Tại thời điểm khoảng cách giữa hai vật nhỏ nhất thì vật (2) cách giao điểm trên đoạn s_2 là 750m.

1.24. Có hai vật M_1 và M_2 thoạt đầu cách nhau khoảng l. Cùng lúc hai vật chuyển động thẳng đều, M_1 chạy về B với vận tốc v_1, M_2 chạy về C với vận tốc v_2. Tính khoảng cách ngắn nhất giữa hai vật và thời gian để đạt khoảng cách này kể từ lúc bắt đầu chuyển động.



Bài giải

- Chọn hệ tọa độ Ox_1x_2; gốc tại B, trục Ox_1 hướng theo chiều chuyển động của M_1, trục Ox_2 hướng theo chiều chuyển động của M_2.
- Phương trình chuyển động của hai vật là:

$x_1 = -l + v_1t$ (1)

$x_2 = v_2t$ (2)

- Tại thời điểm t, khoảng cách giữa hai vật là d, với: $d^2 = x_1^2 + x_2^2 - 2x_1x_2\cos\alpha$

$$\Rightarrow d^2 = (v_1t - l)^2 + v_2^2t^2 - 2(v_1t - l).v_2t\cos\alpha$$

$$\Rightarrow d^2 = (v_1^2 + v_2^2 - 2v_1v_2\cos\alpha)t^2 - 2l(v_1 - v_2\cos\alpha)t + l^2$$

- Đặt $f(t) = d^2 = (v_1^2 + v_2^2 - 2v_1v_2\cos\alpha)t^2 - 2l(v_1 - v_2\cos\alpha)t + l^2$,

vì $a = v_1^2 + v_2^2 - 2v_1v_2\cos\alpha > 0$ nên: $f(t) = f(t)_{min}$ khi $t = -\frac{b}{2a}$

$$\Rightarrow t = \frac{2l(v_1 - v_2\cos\alpha)}{2(v_1^2 + v_2^2 - 2v_1v_2\cos\alpha)} = \frac{l(v_1 - v_2\cos\alpha)}{(v_1^2 + v_2^2 - 2v_1v_2\cos\alpha)}$$

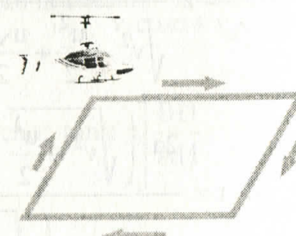
$$\text{và } d = d_{min} = \sqrt{-\frac{\Delta}{4a}} = \sqrt{\frac{[(2l(v_1 - v_2\cos\alpha)^2 - 4l^2(v_1^2 + v_2^2 - 2v_1v_2\cos\alpha)]}{4.(v_1^2 + v_2^2 - 2v_1v_2\cos\alpha)}}$$

$$\Rightarrow d = d_{min} = \frac{lv_2\sin\alpha}{\sqrt{v_1^2 + v_2^2 - 2v_1v_2\cos\alpha}}$$

Vậy: Khoảng cách ngắn nhất giữa hai tàu là $d = d_{min} = \frac{lv_2\sin\alpha}{\sqrt{v_1^2 + v_2^2 - 2v_1v_2\cos\alpha}}$;

thời gian để đạt được khoảng cách ngắn nhất đó là $t = \frac{l(v_1 - v_2\cos\alpha)}{(v_1^2 + v_2^2 - 2v_1v_2\cos\alpha)}$.

1.25. Một máy bay có vận tốc đều trong không khí yên tĩnh là v. Máy bay này bay theo chu vi của một hình vuông cạnh a. Hãy lập biểu thức của thời gian mà máy bay này bay hết một vòng của hình vuông nói trên trong mỗi trường hợp sau:



a) gió thổi với vận tốc không đổi u < v dọc theo cạnh.

b) gió thổi với vận tốc không đổi u < v dọc theo đường chéo.

Bài giải

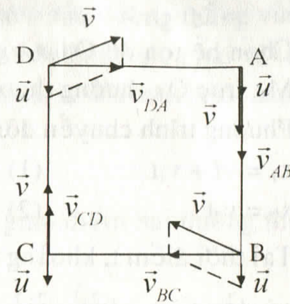
a) Khi gió thổi với vận tốc không đổi u < v dọc theo cạnh

Giả sử hướng gió thổi như trên hình vẽ (dọc theo các cạnh AB và CD):

- Thời gian máy bay hết một vòng của hình vuông:

$t = t_{AB} + t_{BC} + t_{CD} + t_{DA}$

$$\Rightarrow t = \frac{a}{v+u} + \frac{a}{\sqrt{v^2-u^2}} + \frac{a}{v-u} + \frac{a}{\sqrt{v^2-u^2}}$$



$$\Rightarrow t = \frac{a(v-u)+a(v+u)+2a\sqrt{v^2-u^2}}{v^2-u^2}$$

$$= \frac{2av+2a\sqrt{v^2-u^2}}{v^2-u^2}$$

$$\Rightarrow t = 2a\frac{v+\sqrt{v^2-u^2}}{v^2-u^2}$$

Vậy: Khi gió thổi với vận tốc không đổi $u < v$ dọc theo cạnh thì thời gian để máy bay bay hết một vòng của hình vuông trên là $t = 2a\dfrac{v+\sqrt{v^2-u^2}}{v^2-u^2}$.

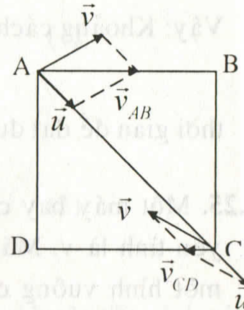
b) Khi gió thổi với vận tốc không đổi $u < v$ dọc theo đường chéo

Giả sử gió thổi theo hướng đường chéo AC. Tương tự, thời gian để máy bay bay hết một vòng là: $t = t_{AB} + t_{BC} + t_{CD} + t_{DA}$

- Trên hình vẽ, ta có: $v_{AB} = v_{BC} = u\cos45^o + \sqrt{v^2-(u\cos45^o)^2}$

$$\Rightarrow v_{AB} = v_{BC} = \frac{u\sqrt{2}}{2} + \sqrt{v^2-\left(\frac{u\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{u\sqrt{2}}{2} + \sqrt{v^2-\frac{u^2}{2}} \quad (1)$$

- Tương tự, ta có: $v_{CD} = v_{DA} = \sqrt{v^2-\dfrac{u^2}{2}} - \dfrac{u\sqrt{2}}{2}$ (2)



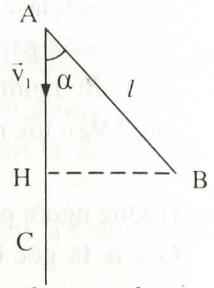
$$\Rightarrow t = 2\frac{a}{v_{AB}} + 2\frac{a}{v_{CD}}$$

$$= 2.\frac{a}{\sqrt{v^2-\frac{u^2}{2}}+\frac{u\sqrt{2}}{2}} + 2.\frac{a}{\sqrt{v^2-\frac{u^2}{2}}-\frac{u\sqrt{2}}{2}}$$

$$\Rightarrow t = \frac{2a\left[\left(\sqrt{v^2-\frac{u^2}{2}}-\frac{u\sqrt{2}}{2}\right)+\left(\sqrt{v^2-\frac{u^2}{2}}+\frac{u\sqrt{2}}{2}\right)\right]}{\left(\sqrt{v^2-\frac{u^2}{2}}\right)^2-\left(\frac{u\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{4a\sqrt{v^2-\frac{u^2}{2}}}{v^2-u^2}$$

Vậy: Khi gió thổi với vận tốc không đổi $u < v$ dọc theo đường chéo thì thời gian để máy bay bay hết một vòng của hình vuông trên là $t = \dfrac{4a\sqrt{v^2-\frac{u^2}{2}}}{v^2-u^2}$.

1.26. Hai tàu A và B ban đầu cách nhau một khoảng cách *l*. Chúng chuyển động thẳng đều cùng một lúc với các vận tốc có độ lớn lần lượt là v_1, v_2. Tàu A chuyển động theo hướng AC tạo với AB góc α như hình vẽ.



a) Hỏi tàu B phải đi theo hướng nào để có thể gặp tàu A. Sau bao lâu kể từ lúc chúng ở các vị trí A và B thì hai tàu gặp nhau?

b) Muốn hai tàu gặp nhau ở H thì các độ lớn vận tốc v_1, v_2 phải thỏa điều kiện gì?

Bài giải

a) Hướng của tàu B và thời gian để hai tàu gặp nhau

Gọi C là vị trí hai tàu gặp nhau; β là hướng tàu B phải đi để đến điểm gặp tàu A.

- Áp dụng định lí hàm sin trong tam giác ABC, ta có: $\dfrac{\sin\alpha}{BC} = \dfrac{\sin\beta}{AC}$

$$\Rightarrow \frac{\sin\alpha}{v_2t} = \frac{\sin\beta}{v_1t} \Rightarrow \frac{\sin\alpha}{v_2} = \frac{\sin\beta}{v_1}$$

$$\Rightarrow \sin\beta = \frac{v_1}{v_2}\sin\alpha \quad (1)$$

- Trong tam giác ABC, ta cũng có: $AC.\cos\alpha + BC.\cos\beta = AB$

$$\Rightarrow v_1t.\cos\alpha + v_2t.\cos\beta = l$$

$$\Rightarrow t = \frac{l}{v_1\cos\alpha + v_2\cos\beta} \quad (2)$$

Vậy: Để tàu B gặp được tàu A thì tàu B phải đi theo hướng hợp với $\overrightarrow{AB}$ một góc β với $\sin\beta = \dfrac{v_1}{v_2}\sin\alpha$; thời gian để hai tàu gặp nhau là $= \dfrac{l}{v_1\cos\alpha + v_2\cos\beta}$.

b) Điều kiện để hai tàu gặp nhau ở H

Khi hai tàu gặp nhau ở H, tam giác ABH vuông ở H cho: $\tan\alpha = \dfrac{BH}{AH}$.

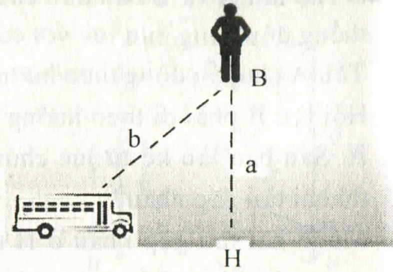
$$\Rightarrow \tan\alpha = \frac{v_2t}{v_1t} = \frac{v_2}{v_1}$$

Vậy: Điều kiện của v_1 và v_2 để hai tàu gặp nhau ở H là $\tan\alpha = \dfrac{v_2}{v_1}$.

1.27. Một xe buýt chuyển động thẳng đều trên đường với vận tốc $v_1 = 16$ m/s. Một hành khách đứng cách đường đoạn $a = 60$ m. Người này nhìn thấy xe buýt vào thời điểm xe cách người một khoảng $b = 400$ m.

a) Hỏi người phải chạy theo hướng nào để tới được đường cùng lúc hoặc trước khi xe buýt tới đó biết rằng vận tốc đều của người là $v_2 = 4$ m/s.

b) Nếu muốn gặp được xe với vận tốc nhỏ nhất thì người phải chạy theo hướng nào? Vận tốc nhỏ nhất là bao nhiêu?



Bài giải

a) Hướng người phải chạy để gặp được xe buýt

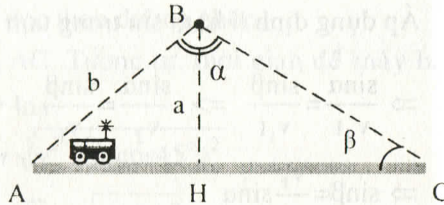
Gọi α là góc hợp bởi hướng từ người tới xe và hướng người phải chạy; β là góc hợp bởi hướng người phải chạy và hướng xe chạy (hình vẽ).

- Áp dụng định lí hàm sin cho tam giác ABC, ta có:

$$\frac{\sin\alpha}{AC} = \frac{\sin\beta}{AB} \Rightarrow \sin\alpha = \frac{AC}{AB}\sin\beta$$

với $AB = b$; $AC = v_1t_1$; $BC = v_2t_2$;

$$\sin\beta = \frac{a}{BC} = \frac{a}{v_2t_2}$$



$$\Rightarrow \sin\alpha = \frac{v_1t_1}{b}.\frac{a}{v_2t_2} \qquad (1)$$

- Để người đến trước xe: $t_2 \le t_1$ (2)

$$\Rightarrow \sin\alpha = \frac{16t_1}{400}.\frac{60}{4t_2} = \frac{0,6t_1}{t_2} \qquad (1')$$

$$\Rightarrow \sin\alpha \ge 0,6 \Rightarrow 36^o45' \le \alpha \le 143^o15'$$

Vậy: Để gặp được xe buýt người đó phải chạy theo hướng hợp với hướng từ người tới xe một góc từ $36^o45'$ đến $143^o15'$.

b) Vận tốc chạy nhỏ nhất để người gặp được xe

- Để người gặp được xe với vận tốc nhỏ nhất thì: $t_2 = t_1$ và $\sin\alpha = 1$.

$$\Rightarrow \frac{v_1}{b}.\frac{a}{v_2} = 1 \Rightarrow v_2 = v_{2min} = \frac{a}{b}v_1 = \frac{60}{400}.16 = 2,4 \text{ m/s}$$

Vậy: Vận tốc chạy nhỏ nhất để người gặp được xe là $v_{2min} = 2,4$ m/s và hướng chạy lúc đó vuông góc với hướng nhìn thấy xe.

Chuyên đề 2:

CHUYỂN ĐỘNG THẲNG BIẾN ĐỔI ĐỀU - SỰ RƠI TỰ DO

A. TÓM TẮT KIẾN THỨC

I. Chuyển động thẳng biến đổi đều

1. Định nghĩa: Chuyển động thẳng biến đổi đều là chuyển động có quỹ đạo là đường thẳng và có tốc độ tăng hoặc giảm đều theo thời gian.

+ chuyển động thẳng có tốc độ tăng đều theo thời gian gọi là chuyển động thẳng nhanh dần đều.
+ chuyển động thẳng có tốc độ giảm đều theo thời gian gọi là chuyển động thẳng chậm dần đều.

2. Vận tốc trung bình – vận tốc tức thời

- Vận tốc trung bình: Vận tốc trung bình của vật chuyển động thẳng trong khoảng thời gian Δt được đo bằng thương số giữa độ dời và khoảng thời gian thực hiện độ dời đó:

$$v_{tb} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \qquad (2.1)$$

- Vận tốc tức thời: Vận tốc tức thời tại thời điểm t của vật chuyển động thẳng đặc trưng cho sự nhanh chậm của chuyển động tại thời điểm đó và được đo bằng thương số giữa độ dời (rất nhỏ) và khoảng thời gian (rất nhỏ) thực hiện độ dời đó:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad (\Delta x, \Delta t \text{ rất nhỏ}) \qquad (2.2)$$

Vectơ vận tốc tức thời có:

+ gốc: trên vật chuyển động.
+ phương: là đường thẳng quỹ đạo.
+ chiều: là chiều chuyển động.
+ độ dài: tỉ lệ với v.

3. Gia tốc trung bình – gia tốc tức thời

- Gia tốc trung bình: Gia tốc trung bình của vật chuyển động thẳng trong khoảng thời gian Δt được đo bằng thương số giữa độ biến thiên vận tốc và khoảng thời gian thực hiện độ biến thiên vận tốc đó:

$$a_{tb} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \qquad (2.3)$$

- Gia tốc tức thời: Gia tốc tức thời tại thời điểm t của vật chuyển động thẳng đặc trưng cho độ biến thiên nhanh hay chậm của vận tốc của chuyển động tại thời điểm đó và được đo bằng thương số giữa độ biến thiên vận tốc (rất nhỏ) và khoảng thời gian (rất nhỏ) thực hiện độ biến thiên vận tốc đó:

$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ (Δv, Δt rất nhỏ) (2.4)

4. *Các phương trình của chuyển động thẳng biến đổi đều*

- Phương trình vận tốc: $v = v_0 + a(t - t_0)$ (2.5)
- Phương trình tọa độ (phương trình chuyển động):

$x = x_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2}a(t - t_0)^2$ (2.6)

- Hệ thức độc lập với thời gian: $v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x$ (2.7)

Chú ý:

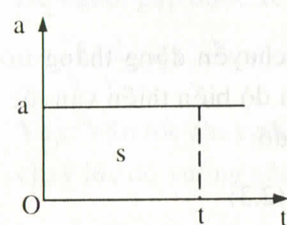
- Trong chuyển động thẳng biến đổi đều thì: $\vec{a} = \overrightarrow{const}$ (a = const).
  + chuyển động thẳng nhanh dần đều: a và v cùng dấu (cùng dương hoặc cùng âm).
  + chuyển động thẳng chậm dần đều: a và v trái dấu (a dương khi v âm; a âm khi v dương)
- Nếu vật chuyển động không đổi chiều thì:

$\Delta x = s$ nên $s = v_0(t - t_0) + \frac{1}{2}a(t - t_0)^2$; $v^2 - v_0^2 = 2as$.

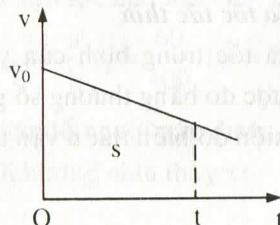
Nếu chọn $t_0 = 0$ thì $v = v_0 + at$; $s = v_0t + \frac{1}{2}at^2$; $v^2 - v_0^2 = 2as$.

5. *Các đồ thị của chuyển động thẳng biến đổi đều*

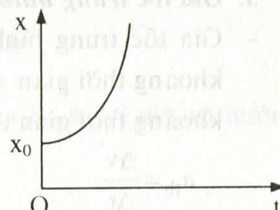
- Đồ thị gia tốc - thời gian: Là đường thẳng song song với trục Ot: nằm trên Ot nếu a > 0, nằm dưới Ot nếu a < 0.
- Đồ thị vận tốc – thời gian: Là đường thẳng xiên góc bắt đầu từ vị trí ($t = 0$; $v = v_0$); hướng lên nếu a > 0, hướng xuống nếu a < 0.
- Đồ thị tọa độ - thời gian: Là đường cong (nhánh hypebon) bắt đầu từ vị trí ($t = 0$; $x = x_0$); bề lõm hướng lên nếu a > 0, bề lõm hướng xuống nếu a < 0).



Đồ thị gia tốc – thời gian, với a > 0

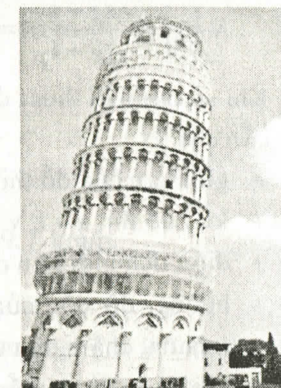


Đồ thị vận tốc – thời gian, với a < 0



Đồ thị tọa độ – thời gian. với a > 0

II. Sự rơi tự do


Tháp nghiêng Pizza, nơi Galilê làm thí nghiệm về sự rơi tự do

1. Định nghĩa: Sự rơi tự do là sự rơi của các vật ở gần mặt đất chỉ dưới tác dụng của trọng lực.

2. Đặc điểm của sự rơi tự do

- Sự rơi tự do có phương thẳng đứng, có chiều từ trên xuống.
- Sự rơi tự do là chuyển động thẳng nhanh dần đều với gia tốc a = g = const.
- Tại cùng một nơi trên Trái Đất, các vật đều rơi tự do với cùng gia tốc g. Thường lấy $g = 9{,}8\ m/s^2$ hoặc $g = 10\ m/s^2$.

3. Các phương trình của sự rơi tự do

- Phương trình vận tốc: $v = g(t - t_0)$ (2.8)
- Phương trình tọa độ: $x = x_0 + \frac{1}{2}g(t - t_0)^2$ (2.9)
- Công thức đường đi: $s = \frac{1}{2}g(t - t_0)^2$ (2.10)
- Hệ thức độc lập với thời gian: $v^2 = 2gs$ (2.11)

Chú ý

- Với sự rơi tự do thì $v_0 = 0$; $a = g$.
- Nếu chọn $t_0 = 0$ thì: $v = gt$; $x = x_0 + \frac{1}{2}gt^2$; $s = \frac{1}{2}gt^2$

B. NHỮNG CHÚ Ý KHI GIẢI BÀI TẬP

- Cần phân biệt các khái niệm vận tốc trung bình, vận tốc tức thời.
- Sau khi chọn hệ quy chiếu để khảo sát chuyển động của vật thì:
  + dựa vào hệ quy chiếu để xác định t_0 (theo gốc thời gian); x_0 (theo gốc tọa độ); v_0 (theo gốc thời gian); dấu của x và v (theo chiều dương).
  + dựa vào loại chuyển động để xác định dấu của a theo dấu của v: chuyển động thẳng nhanh dần đều (a cùng dấu với v); chuyển động thẳng chậm dần đều (a trái dấu với v).
- Các bài toán về vận tốc trung bình của vật thường có hai dạng:
  + cho vận tốc trung bình trên các quãng đường s_1, s_2; tính vận tốc trung bình trên cả quãng đường: dùng công thức: $\overline{v} = \frac{s}{t} = \frac{s_1 + s_2}{t_1 + t_2} = \frac{s_1 + s_2}{\frac{s_1}{\overline{v_1}} + \frac{s_2}{\overline{v_2}}}$.
  + cho vận tốc trung bình trong các khoảng thời gian t_1, t_2; tính vận tốc trung bình trong cả thời gian chuyển động của vật: dùng công thức:

$$\overline{v} = \frac{s}{t} = \frac{s_1 + s_2}{t_1 + t_2} = \frac{\overline{v}_1 t_1 + \overline{v}_2 t_2}{t_1 + t_2}.$$

- Khi sử dụng kĩ thuật đồ thị để giải các bài toán về chuyển động biến đổi đều cần chú ý:
  + giới hạn của đồ thị: theo đề bài, theo điều kiện $t \geq 0$,...
  + loại đồ thị: a – t, v – t, x – t,...
  + diện tích giới hạn của các đồ thị a – t, v – t là đường đi của vật.
  + hướng, độ dốc của các đồ thị v – t để biết tính chất của chuyển động (nhanh, chậm dần đều, gia tốc lớn hay nhỏ khi so sánh...).
- Sự rơi tự do là chuyển động nhanh dần đều với $v_0 = 0$; $a = g = const$ và $g > 0$ nếu chọn chiều dương (thông thường) hướng xuống, $g < 0$ nếu chọn chiều dương hướng lên.
- Chuyển động của vật được ném thẳng đứng xuống dưới là chuyển động nhanh dần đều với vận tốc ban đầu v_0 (vận tốc ném), gia tốc $a = g$. Nếu gốc tọa độ tại nơi ném vật, chiều dương hướng xuống, gốc thời gian lúc bắt đầu ném vật ($t_0 = 0$) thì:

$$v = v_0 + gt$$

$$s = v_0 t + \frac{1}{2}gt^2$$

$$v^2 - v_0^2 = 2gs$$

- Cũng như vận tốc, gia tốc cũng có tính tương đối: $\vec{a}_{13} = \vec{a}_{12} + \vec{a}_{23}$.
- Các bài toán cực trị (xác định giá trị lớn nhất, nhỏ nhất), các chú ý khi giải như ở chuyên đề 1: ***Chuyển động thẳng đều.***

C. CÁC BÀI TẬP VỀ CHUYỂN ĐỘNG THẲNG BIẾN ĐỔI ĐỀU. SỰ RƠI TỰ DO

2.1. Một người đi từ A đến B theo chuyển động thẳng. Nửa đoạn đường đầu người ấy đi với vận tốc trung bình 16 km/h. Trong nửa đoạn đường còn lại, người ấy đi một nửa thời gian với vận tốc 10 km/h và sau đi bộ với vận tốc 4 km/h.

Tính vận tốc trung bình trên cả đoạn đường.

Bài giải

- Vận tốc trung bình của người ấy trên cả đoạn đường là: $\overline{v} = \frac{s}{t}$

- Thời gian chuyển động trên nửa đoạn đường đầu là: $t_1 = \frac{s_1}{\overline{v}_1} = \frac{s}{2\overline{v}_1}$.

- Vận tốc trung bình trên nửa đoạn đường còn lại là: $\overline{v}_{23} = \frac{v_2 + v_3}{2}$.

- Thời gian chuyển động trên nửa đoạn đường còn lại là: $t_{23} = \frac{s_{23}}{\overline{v}_{23}} = \frac{s}{2\overline{v}_{23}}$.

$$\Rightarrow t_{23} = \frac{s}{2\frac{(v_2 + v_3)}{2}} = \frac{s}{v_2 + v_3} \Rightarrow \overline{v} = \frac{s}{t_1 + t_{23}} = \frac{s}{\frac{s}{2\overline{v}_1} + \frac{s}{v_2 + v_3}}$$

$$\Rightarrow \overline{v} = \frac{1}{\frac{1}{2\overline{v}_1} + \frac{1}{v_2 + v_3}} = \frac{2\overline{v}_1(v_2 + v_3)}{v_2 + v_3 + 2\overline{v}_1} = \frac{2.16.(10 + 4)}{10 + 4 + 2.16} \approx 9{,}7 \text{ km/h}.$$

Vậy: Vận tốc trung bình của người ấy trên cả đoạn đường là $\overline{v} = 9{,}7$ km/h.

2.2. Hai ô-tô khởi hành đồng thời từ A và chuyển động thẳng đều về B cách A khoảng *l*. Ô-tô (I) đi nửa quãng đường đầu với vận tốc v_1 và nửa quãng đường sau với vận tốc v_2. Ô-tô (II) đi với vận tốc v_1 trong nửa thời gian đầu và với vận tốc v_2 trong nửa thời gian sau.

Hỏi ô-tô nào tới nơi trước và trước một thời gian bao lâu?

Bài giải

- Thời gian chuyển động của ô-tô (I) là: $t_1 = \frac{l}{2v_1} + \frac{l}{2v_2} = \frac{l(v_1 + v_2)}{2v_1 v_2}$ (1)

- Thời gian chuyển động của ô-tô (II) là: $t_2 = \frac{l}{\overline{v}_{12}} = \frac{l}{\frac{v_1 + v_2}{2}} = \frac{2l}{v_1 + v_2}$ (2)

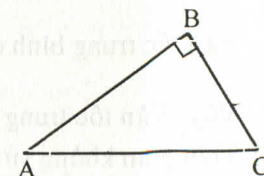
- Ta có: $\Delta t = t_1 - t_2 = \frac{l(v_1 + v_2)}{2v_1 v_2} - \frac{2l}{v_1 + v_2} = \frac{l(v_1 + v_2)^2 - 4l v_1 v_2}{2v_1 v_2(v_1 + v_2)}$

$$\Rightarrow \Delta t = \frac{l(v_1 - v_2)^2}{2v_1 v_2(v_1 + v_2)} > 0$$

Vậy: Xe (II) đến B trước xe (I) và trước một khoảng thời gian là

$$\Delta t = \frac{l(v_1 - v_2)^2}{2v_1 v_2(v_1 + v_2)}.$$

2.3. Hai vật bắt đầu chuyển động đồng thời từ A đến C. Vật (1) đi từ A đến B rồi mới tới C, vật (2) đi thẳng từ A tới C. Ở một thời điểm bất kì, hai vật luôn nằm trên đường thẳng góc AC.



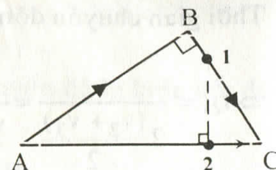
Tính vận tốc trung bình của vật (1).

Cho: $\hat{A} = 30^o$; $B = 90^o$; $v_2 = 6$ m/s.

Bài giải

- Vì thời gian chuyển động của hai vật bằng nhau nên:

$$t = \frac{AC}{\overline{v}_2} = \frac{AB + BC}{\overline{v}_1}$$



$$\Rightarrow \quad \overline{v}_1 = \frac{AB + BC}{AC}\overline{v}_2 = \frac{AB}{AC}\overline{v}_2 + \frac{BC}{AC}\overline{v}_2$$

$$\Rightarrow \quad \overline{v}_1 = \overline{v}_2\cos 30^o + \overline{v}_2\sin 30^o$$

$$\Rightarrow \quad \overline{v}_1 = \overline{v}_2\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}\right) = 6.\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}\right) = 8{,}2 \text{ m/s}$$

Vậy: Vận tốc trung bình của vật (I) là $\overline{v}_1 = 8{,}2$ m/s.

2.4. Hai học sinh đi cắm trại. Nơi xuất phát cách nơi cắm trại 40 km. Họ có một chiếc xe đạp chỉ dùng được cho một người và họ sắp xếp như sau:

Hai người khởi hành cùng lúc, một đi bộ với vận tốc không đổi $v_1 = 5$ km/h, một đi xe đạp với vận tốc không đổi $v_2 = 15$ km/h. Tới một địa điểm thích hợp, người đang đi xe đạp bỏ xe và đi bộ. Khi người kia tới nơi thì lấy xe đạp sử dụng. Vận tốc đi bộ và đi xe đạp vẫn như trước. Hai người đến nơi cùng lúc.

a) Tính vận tốc trung bình của mỗi người.

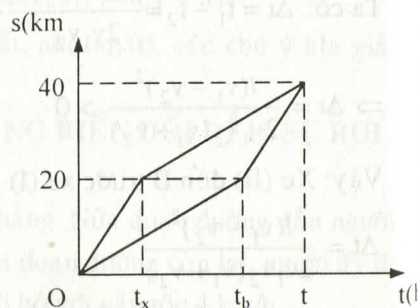
b) Xe đạp không được sử dụng trong thời gian bao lâu?

Bài giải

Để đơn giản, ta sử dụng kĩ thuật đồ thị để giải bài toán này. Chú ý:

- Mỗi người đi nửa quãng đường bằng đi bộ và nửa quãng đường bằng xe đạp.
- Quãng đường và thời gian đi của hai người đều như nhau.

$$\Rightarrow s_{b(1)} = s_{b(2)} = s_{x(1)} = s_{x(2)} = \frac{40}{2} = 20 \text{ km}$$



a) Vận tốc trung bình của mỗi người

- Thời gian chuyển động của mỗi người:

$$t = \frac{s_b}{v_1} + \frac{s_x}{v_2}$$

$$\Rightarrow t = \frac{20}{5} + \frac{20}{15} = 4 + 1\frac{1}{3} = 5\frac{1}{3} \text{ h} = 5{,}33 \text{ h}$$

- Vận tốc trung bình của mỗi người là: $\overline{v} = \dfrac{s}{t} = \dfrac{40}{5{,}33} = 7{,}5$ km/h

Vậy: Vận tốc trung bình của mỗi người là: $\overline{v} = 7{,}5$ km/h.

b) Thời gian không sử dụng xe đạp

- Vì $s_x = s_b$; $v_x = 3v_b$ ($v_2 = 3v_1$) $\Rightarrow t_b = 3t_x$.
- Khi người thứ nhất đi xe được quãng đường $s_{x(1)} = 20$ km thì người thứ hai đi bộ được quãng đường $s_{b'(2)} = \dfrac{20}{3}$ km. Quãng đường còn lại $s_{b''(2)} = 20 - \dfrac{20}{3} = \dfrac{40}{3}$ km

người thứ hai đi đến điểm lấy xe hết thời gian bằng thời gian người thứ nhất bỏ xe (không sử dụng xe):

$$\Delta t = \frac{s_{b''(1)}}{v_b} = \frac{40}{3.5} = 2{,}67 \text{ h} = 2\frac{2}{3} \text{ h} = 2 \text{ h } 40 \text{ phút}$$

Vậy: Thời gian không sử dụng xe đạp là $\Delta t = 2$ h 40 phút.

2.5. Sau 10 s đoàn tàu giảm vận tốc từ 54 km/h xuống 18 km/h. Nó chuyển động đều trong 30 s tiếp theo. Sau cùng nó chuyển động chậm dần đều và đi thêm 10 s thì ngừng hẳn. Tính gia tốc trong mỗi giai đoạn.

Bài giải

Ta có: 54 km/h = 15 m/s; 18 km/h = 5 m/s.

- Giai đoạn (I): $a_1 = \dfrac{v_1 - v_0}{t_1} = \dfrac{5 - 15}{10} = -1 \text{ m/s}^2$.
- Giai đoạn (II): $a_2 = 0$ (chuyển động đều).
- Giai đoạn (III): $a_3 = \dfrac{v_3 - v_2}{t_3} = \dfrac{5 - 0}{10} = -0{,}5 \text{ m/s}^2$.

Vậy: Gia tốc trong ba giai đoạn chuyển động là $a_1 = -1 \text{ m/s}^2$; $a_2 = 0$ và $a_3 = -0{,}5 \text{ m/s}^2$.

2.6. Một xe chuyển động nhanh dần đều đi trên hai đoạn đường liên tiếp bằng nhau 100 m, lần lượt trong 5 s và 3,5 s. Tính gia tốc.

Bài giải

- Trong 100 m đầu ứng với thời gian $t_1 = 5$s, ta có:

$$s_1 = v_0t_1 + \frac{1}{2}at_1^2 \Rightarrow 100 = 5v_0 + \frac{1}{2}a.5^2$$

$$\Rightarrow 100 = 5v_0 + 12{,}5a \qquad (1)$$

- Trong 200 m (cả hai đoạn đường) ứng với thời gian $t_{12} = t_1 + t_2 = 5 + 3{,}5 = 8{,}5$s, ta có:

$$s_{12} = v_0t_{12} + \frac{1}{2}at_{12}^2 \Rightarrow 200 = 8{,}5v_0 + \frac{1}{2}a.8{,}5^2$$

$$\Rightarrow 200 = 8{,}5v_0 + 36{,}125a \qquad (2)$$

- Giải hệ (1) và (2) ta được: $a = 2 \text{ m/s}^2$.

Vậy: Gia tốc của xe là $a = 2 \text{ m/s}^2$.

2.7. Một người đứng ở sân ga thấy toa thứ nhất của đoàn tàu đang tiến vào ga qua trước mặt mình trong 5 s và thấy toa thứ 2 trong 45 s. Khi tàu dừng lại, đầu toa thứ nhất cách người ấy 75 m. Coi tàu chuyển động chậm dần đều, hãy tìm gia tốc của tàu.

Bài giải

Gọi Δs là chiều dài của một toa tàu, v_0 là vận tốc của đầu toa thứ nhất khi qua trước mặt người quan sát (vận tốc ban đầu); a là gia tốc của đoàn tàu. Thời gian để hai toa tàu (thứ nhất và thứ hai) qua trước mặt người quan sát là: $t_2 = 5 + 45 = 50s$, khi tàu dừng lại thì $v_t = 0$.

Ta có:

+ với toa thứ nhất: $\Delta s = v_0t_1 + \frac{1}{2}at_1^2 = 5v_0 + \frac{1}{2}a.5^2$

$\Rightarrow \Delta s = 5v_0 + 12,5a$ (1)

+ với hai toa (thứ nhất và thứ hai): $2\Delta s = v_0t_2 + \frac{1}{2}at_2^2 = 50v_0 + \frac{1}{2}a.50^2$

$\Rightarrow 2\Delta s = 50v_0 + 1250a$ (2)

- Từ (1) và (2) suy ra: $v_0 = -\frac{1225}{40}a$ (3)

Mặt khác, trên đoạn đường s = 75m, ta có: $v_t^2 - v_0^2 = 2as$.

$\Rightarrow -v_0^2 = 2.a.75 = 150a$ (4)

- Từ (3) và (4) suy ra: $v_0 = \frac{150.40}{1225} = 4,9$ m/s và $a = -\frac{40.4,9}{1225} = -0,16$ m/s^2.

Vậy: Gia tốc của đoàn tàu là $a = -0,16$ m/s^2.

2.8. Một xe mở máy chuyển động nhanh dần. Trên đoạn đường 1 km đầu nó có gia tốc a_1, trên đoạn đường 1 km sau, nó có gia tốc a_2. Biết rằng trên đoạn đường thứ nhất vận tốc tăng lên Δv, còn trên đoạn đường thứ hai vận tốc chỉ tăng được $\Delta v' = \frac{1}{2}\Delta v$.

Hỏi gia tốc trên đoạn đường nào lớn hơn?

Bài giải

- Gọi v_0 là vận tốc đầu, v_1 là vận tốc cuối kilomet đầu, v_2 là vận tốc cuối kilomet sau. Ta có:

+ trên đoạn đường 1 km đầu: $a_1 = \frac{v_1^2 - v_0^2}{2s_1} = \frac{(v_1 - v_0)(v_1 + v_0)}{2.1000}$

+ trên đoạn đường 1 km sau: $a_2 = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2s_2} = \frac{(v_2 - v_1)(v_2 + v_1)}{2.1000}$

- Vì $(v_1 - v_0) = \Delta v$; $(v_2 - v_1) = \frac{1}{2}\Delta v$

$\Rightarrow a_1 = \frac{\Delta v.(v_1 + v_0)}{2000}$ (1)

$\Rightarrow a_2 = \frac{\Delta v}{2}.\frac{(v_2 + v_1)}{2000} = \frac{\Delta v.(v_2 + v_1)}{4000}$ (2)

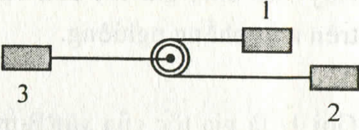
$\Rightarrow \frac{a_2}{a_1} = \frac{\Delta v.(v_2 + v_1)}{4000}.\frac{2000}{\Delta v.(v_1 + v_0)} = \frac{v_2 + v_1}{2(v_1 + v_0)}$

- Từ dữ kiện "xe mở máy": $v_0 = 0$, xe chuyển động nhanh dần: $v_2 > v_1$ ta được:

$\frac{a_2}{a_1} = \frac{v_2 + v_1}{2v_1} > 1 \Rightarrow a_2 > a_1$.

Vậy: Gia tốc trên đoạn đường sau lớn hơn gia tốc trên đoạn đường đầu.

2.9. Hai xe cùng kéo một xe thứ ba nhờ ròng rọc gắn chặt vào nó. Xe (1) có gia tốc a_1, xe (2) có gia tốc a_2. Tính gia tốc a của xe (3).



Bài giải

Gọi O là hệ quy chiếu gắn với mặt đất; O' là hệ quy chiếu gắn với xe (3).

Ta có: $a_{1O} = a_{1O'} + a_{O'O}$

$a_{2O} = a_{2O'} + a_{O'O}$

$\Rightarrow a_{1O} + a_{2O} = a_{1O'} + a_{2O'} + 2a_{O'O}$

Vì $(a_{1O'} + a_{2O'}) = 0$ (dây vắt qua ròng rọc nên gia tốc xe (1) và (2) đối với O' (xe (3)) luôn có trị số bằng nhau nhưng ngược chiều).

$\Rightarrow a_{1O} + a_{2O} = 2a_{O'O}$

$\Rightarrow a_{OO'} = \frac{a_{1O} + a_{2O}}{2}$ hay $a_3 = \frac{a_1 + a_2}{2}$

Vậy: Gia tốc của xe thứ ba là $a_3 = \frac{a_1 + a_2}{2}$.

2.10. Hai xe chuyển động thẳng đều với các vận tốc v_1, v_2 ($v_1 < v_2$). Khi người lái xe (2) nhìn thấy xe (1) ở phía trước thì hai xe cách nhau đoạn d. Người lái xe (2) hãm thắng để xe chuyển động chậm dần đều với gia tốc a.

Tìm điều kiện cho a để xe (2) không đâm vào xe (1).

Bài giải

- Vận tốc của xe (2) so với xe (1) là: $v_{21} = v_2 - v_1$ (1)

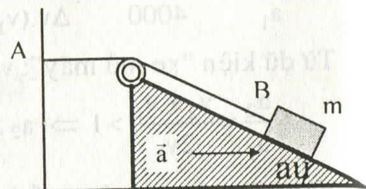
- Để xe (2) không đâm vào xe (1) thì quãng đường đi được tương đối của xe (2) so với xe (1) phải nhỏ hơn d.

$\Rightarrow \frac{v_t^2 - v_0^2}{2a} < d$ ($v_t = 0$; $v_0 = v_2 - v_1$)

$\Rightarrow -\dfrac{(v_2-v_1)^2}{2a} < d$ vì a < 0 nên $a < -\dfrac{(v_2-v_1)^2}{2d}$.

Vậy: Điều kiện để xe (2) không đâm vào xe (1) là $a < -\dfrac{(v_2-v_1)^2}{2d}$.

2.11. (Đề thi HSG Vật lí). Trên mặt phẳng nghiêng góc α có một dây không đàn hồi. Một đầu dây gắn vào tường ở A, đầu kia buộc vào một vật B có khối lượng m. Mặt phẳng nghiêng chuyển động sang phải với gia tốc a nằm ngang không đổi. Hãy xác định gia tốc của vật B khi nó còn ở trên mặt phẳng nghiêng.

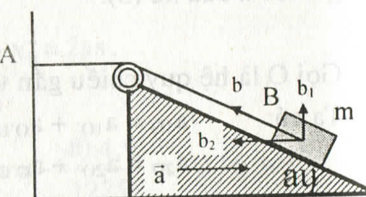


Bài giải

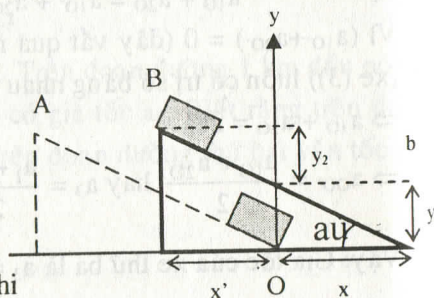
- Gọi $\vec{b}$ là gia tốc của vật B trong hệ quy chiếu gắn với điểm buộc A, ta có:

$b^2 = b_1^2 + (b_2 - a)^2$ (1)

(b_1, b_2 là các thành phần của $\vec{b}$ trong hệ quy chiếu gắn với nêm; (b_2 – a) là thành phần của $\vec{b}$ trong hệ quy chiếu gắn với A).



Mặt khác: $b_1 = b_2.\tan\alpha \Rightarrow b_2 = \dfrac{b_1}{\tan\alpha}$



- Thay giá trị b_2 vào (1) ta được:

$b^2 = b_1^2 + (\dfrac{b_1}{\tan\alpha} - a)^2$ (2)

- Giả sử ban đầu vật ở chân nêm (ở O). Khi nêm đi sang phải một đoạn là x thì vật đi từ chân nêm đến điểm B, nghĩa là đi được một độ cao: $y = y_1 + y_2$

với $y_1 = x\tan\alpha$; $y_2 = -x'\tan\alpha$

$\Rightarrow y = \tan\alpha\,(x - x')$ (3)

- Vì quãng đường đi tỉ lệ với gia tốc (s ~ a) nên y tỉ lệ với b_1, x tỉ lệ với a, x' tỉ lệ với b_2. Do đó (3) tương đương với:

$b_1 = \tan\alpha\,(a - b_2) \Rightarrow b_1 = \tan\alpha\,(a - \dfrac{b_1}{\tan\alpha})$

$\Rightarrow b_1 = \dfrac{1}{2}a.\tan\alpha$ (4)

- Thay (4) vào (2) ta được: $b^2 = \left(\dfrac{1}{2}a.\tan\alpha\right)^2 + \left(\dfrac{1}{2}a - a\right)^2$

$\Rightarrow b^2 = \dfrac{1}{4}a^2.\tan^2\alpha + \dfrac{1}{4}a^2 = \dfrac{1}{4}a^2(1+\tan^2\alpha) = \dfrac{1}{4}a^2.\dfrac{1}{\cos^2\alpha} \Rightarrow b = \dfrac{a}{2\cos\alpha}$

Vậy: Gia tốc của vật B khi nó còn ở trên mặt phẳng nghiêng là $b = \dfrac{a}{2\cos\alpha}$.

2.12. Một đoàn tàu chuyển bánh chạy thẳng nhanh dần đều. Hết kilomet thứ nhất vận tốc nó tăng lên được 10 m/s. Hỏi sau khi đi hết kilomet thứ hai vận tốc của nó tăng lên một lượng bao nhiêu?

Bài giải

- Quãng đường (1) (hết kilomet thứ nhất): $v_1^2 - v_0^2 = 2as_1$

$\Rightarrow a = \dfrac{v_1^2 - v_0^2}{2s_1} = \dfrac{10^2 - 0^2}{2.1000} = \dfrac{100}{2000} = 0{,}05$ m/s²

- Quãng đường (2) (hết kilomet thứ hai): $v_2^2 - v_1^2 = 2as_2$

$\Rightarrow v_2^2 = v_1^2 + 2as_2 = 10^2 + 2.0{,}05.1000 = 200$

$\Rightarrow v_2 = \sqrt{200} = 14{,}1$ m/s

$\Rightarrow \Delta v = v_2 - v_1 = 14{,}1 - 10 = 4{,}1$ m/s

Vậy Độ tăng vận tốc của đoàn tàu sau khi đi hết kilomet thứ hai là Δv = 4,1 m/s.

2.13. Một vật chuyển động thẳng biến đổi đều. Lập biểu thức vận tốc trung bình của vật giữa hai thời điểm mà vận tốc tức thời là v_1 và v_2.

Bài giải

Gọi t_1 là thời điểm vật có vận tốc tức thời là v_1; t_2 là thời điểm vật có vận tốc tức thời là v_2; s_1 là quãng đường vật đi được trong thời gian t_1, s_2 là quãng đường vật đi được trong thời gian t_2.

Ta có: $\overline{v} = \dfrac{|s_2 - s_1|}{t_2 - t_1} = \dfrac{\left|\dfrac{v_2^2}{2a} - \dfrac{v_1^2}{2a}\right|}{\dfrac{v_2 - v_1}{a}} = \dfrac{(v_2+v_1)(v_2-v_1)}{2(v_2-v_1)} \Rightarrow \overline{v} = \dfrac{(v_2+v_1)}{2}$

Vậy: Biểu thức vận tốc trung bình của vật giữa hai thời điểm mà vận tốc tức thời là v_1 và v_2 là $\overline{v} = \dfrac{(v_2+v_1)}{2}$.

2.14. Một vật bắt đầu chuyển động nhanh dần đều từ trạng thái đứng yên và đi được đoạn đường s trong t giây. Tính thời gian vật đi $\dfrac{3}{4}$ đoạn đường cuối.

Bài giải

Từ công thức đường đi: $s = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2s}{a}}$.

- Thời gian vật đi cả đoạn đường s là: $t = \sqrt{\frac{2s}{a}}$.
- Thời gian vật đi $\frac{1}{4}$ đoạn đường đầu là: $t_1 = \sqrt{\frac{2s_1}{a}} = \sqrt{\frac{2s}{4a}} = \frac{1}{2}.\sqrt{\frac{2s}{a}} = \frac{1}{2}t$.
- Thời gian vật đi $\frac{3}{4}$ đoạn đường cuối là: $\Delta t = t - t_1 = t - \frac{1}{2}t = \frac{1}{2}t$.

Vậy: Thời gian vật đi $\frac{3}{4}$ đoạn đường cuối là $\frac{t}{2}$.

2.15. Một người đứng ở sân ga nhìn đoàn tàu chuyển bánh nhanh dần đều. Toa (1) đi qua trước mặt người ấy trong t giây. Hỏi toa thứ n đi qua trước mặt người ấy trong bao lâu?
Áp dụng: t = 6 ; n = 7.

Bài giải

Gọi Δs là chiều dài của một toa thì chiều dài của n toa là: $n\Delta s$; chiều dài của (n –1) toa là $(n-1)\Delta s$.

- Thời gian để toa thứ nhất đi qua trước mặt người quan sát là: $t = \sqrt{\frac{2\Delta s}{a}}$.
- Thời gian để n toa đi qua trước mặt người quan sát là:
$$t_n = \sqrt{\frac{2.n\Delta s}{a}} = \sqrt{n}.\sqrt{\frac{2\Delta s}{a}} = \sqrt{n}.t$$
- Thời gian để (n – 1) toa đi qua trước mặt người quan sát là:
$$t_{n-1} = \sqrt{\frac{2.(n-1)\Delta s}{a}} = \sqrt{n-1}.\sqrt{\frac{2\Delta s}{a}} = \sqrt{n-1}.t$$
- Thời gian để toa thứ n đi qua trước mặt người quan sát là:
$\Delta t = t_n - t_{n-1} = (\sqrt{n} - \sqrt{n-1})t$
- Áp dụng: t = 6 s; n = 7 thì $\Delta t = (\sqrt{7} - \sqrt{7-1}).6 = 6(\sqrt{7} - \sqrt{6})$s.

Vậy: Thời gian để toa thứ n đi qua trước mặt người quan sát là $(\sqrt{n} - \sqrt{n-1})$t.

2.16. Một vật chuyển động thẳng nhanh dần đều với gia tốc a từ trạng thái đứng yên và đi được quãng đường s trong thời gian t. Hãy tính:
a) Khoảng thời gian vật đi hết 1 m đầu tiên.
b) Khoảng thời gian vật đi hết 1 m cuối cùng.

Bài giải

Vật chuyển động từ trạng thái đứng yên nên $v_0 = 0$; $s = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2s}{a}}$.

a) Khoảng thời gian vật đi hết 1 m đầu tiên: $s_1 = 1$ m $\Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2}{a}}$.

b) Khoảng thời gian vật đi hết 1 m cuối cùng

- Khoảng thời gian vật đi hết quãng đường s (m) là: $t = \sqrt{\frac{2s}{a}}$.
- Khoảng thời gian vật đi hết quãng đường (s – 1) (m) là: $t' = \sqrt{\frac{2(s-1)}{a}}$.
- Khoảng thời gian vật đi hết 1 m cuối cùng là: $\Delta t = t - t'$.

$$\Rightarrow \Delta t = \sqrt{\frac{2s}{a}} - \sqrt{\frac{2(s-1)}{a}} = \sqrt{\frac{2}{a}}(\sqrt{s} - \sqrt{s-1})$$

Vậy: Khoảng thời gian vật đi hết 1 m cuối cùng là $\Delta t = \sqrt{\frac{2}{a}}(\sqrt{s} - \sqrt{s-1})$.

2.17. Một vật chuyển động thẳng với gia tốc a và vận tốc đầu v_0. Hãy tính quãng đường vật đi được trong n giây và trong giây thứ n trong hai trường hợp:
a) Chuyển động nhanh dần đều. b) Chuyển động chậm dần đều.
(n < thời gian chuyển động của vật).

Bài giải

a) Chuyển động nhanh dần đều: Từ công thức đường đi: $s = v_0t + \frac{1}{2}at^2$.

- Quãng đường vật đi được trong n giây:
$$s_n = v_0.n + \frac{1}{2}an^2 \Rightarrow s_n = n(v_0 + \frac{1}{2}an)$$
- Quãng đường vật đi được trong (n-1) giây: $s_{n-1} = v_0.(n-1) + \frac{1}{2}a(n-1)^2$.
$$\Rightarrow s_{n-1} = (n-1)[v_0 + \frac{1}{2}a.(n-1)]$$
- Quãng đường vật đi được trong giây thứ n là: $\Delta s = s_n - s_{n-1}$.
$$\Rightarrow \Delta s = n(v_0 + \frac{1}{2}an) - (n-1)[v_0 + \frac{1}{2}a.(n-1)]$$
$$\Rightarrow \Delta s = nv_0 + \frac{1}{2}an^2 - nv_0 + v_0 - \frac{1}{2}an^2 + \frac{1}{2}an + \frac{1}{2}an - \frac{1}{2}a$$
$$\Rightarrow \Delta s = v_0 + an - \frac{1}{2}a = v_0 + \frac{a(2n-1)}{2}.$$

Vậy: Quãng đường vật đi được trong n giây là $s_n = n(v_0 + \frac{1}{2}an)$; quãng đường vật đi được trong giây thứ n là $\Delta s = v_0 + \frac{a(2n-1)}{2}$.

b) Chuyển động chậm dần đều: Kết quả tương tự.

2.18. Chứng minh rằng trong chuyển động thẳng biến đổi đều, những quãng đường đi được trong những khoảng thời gian bằng nhau liên tiếp chênh lệch nhau một lượng không đổi.

Bài giải

- Trong khoảng thời gian $t_1 = t$ vật đi được quãng đường là:

$s_1 = v_0t + \frac{1}{2}at^2$ (1)

- Trong khoảng thời gian $t_2 = t + \Delta t$ vật đi được quãng đường là:

$s_2 = v_0(t + \Delta t) + \frac{1}{2}a(t + \Delta t)^2$

$\Rightarrow s_2 = v_0t + v_0\Delta t + \frac{1}{2}at^2 + at.\Delta t + \frac{1}{2}a.\Delta t^2$ (2)

- Trong khoảng thời gian Δt từ t đến t_2 vật đi được quãng đường là:

$\Delta s_{21} = s_2 - s_1 = (v_0t + v_0.\Delta t + \frac{1}{2}at^2 + at.\Delta t + \frac{1}{2}a.\Delta t^2) - (v_0t + \frac{1}{2}at^2)$

$\Rightarrow \Delta s_{21} = v_0.\Delta t + at.\Delta t + \frac{1}{2}a.\Delta t^2$ (3)

- Trong khoảng thời gian $t_3 = t + 2\Delta t$ vật đi được quãng đường là:

$s_3 = v_0(t + 2\Delta t) + \frac{1}{2}a(t + 2\Delta t)^2$

$\Rightarrow s_3 = v_0t + v_0.2\Delta t + \frac{1}{2}at^2 + at.2\Delta t + \frac{1}{2}a.4\Delta t^2$ (4)

- Trong khoảng thời gian Δt từ t_2 đến t_3 vật đi được quãng đường là:

$\Delta s_{32} = s_3 - s_2$

$= (v_0t + v_0.2\Delta t + \frac{1}{2}at^2 + at.2\Delta t + \frac{1}{2}a.4\Delta t^2) - (v_0t + v_0.\Delta t + \frac{1}{2}at^2 + at.\Delta t + \frac{1}{2}a.\Delta t^2)$

$\Rightarrow \Delta s_{32} = v_0.\Delta t + at.\Delta t + \frac{3}{2}a.\Delta t^2$ (5)

- Độ chênh lệch của quãng đường đi được trong hai khoảng thời gian bằng nhau liên tiếp trên là: $\Delta s = \Delta s_{32} - \Delta s_{21}$

$\Rightarrow \Delta s = (v_0.\Delta t + at.\Delta t + \frac{3}{2}a.\Delta t^2) - (v_0.\Delta t + at.\Delta t + \frac{1}{2}a.\Delta t^2) = a.\Delta t^2 = const.$

Vậy: Độ chênh lệch những quãng đường đi được trong những khoảng thời gian bằng nhau liên tiếp là một lượng không đổi: $\Delta s = a.\Delta t^2 = const.$

2.19. Một tên lửa có hai động cơ có thể truyền các gia tốc không đổi a_1, a_2 ($a_1 > a_2$).

- Động cơ (1) có thể hoạt động trong thời gian t_1.
- Động cơ (2) có thể hoạt động trong thời gian t_2 ($t_2 > t_1$).

Xét 3 phương án sau:

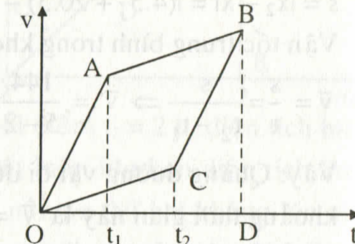
- (1) hoạt động trước, (2) tiếp theo;
- (2) hoạt động trước, (1) tiếp theo;
- (1) và (2) hoạt động cùng lúc.

Phương án nào đẩy tên lửa bay xa nhất?

Bài giải

Có thể giải bài toán này bằng cách sử dụng kĩ thuật đồ thị như sau:

- Phương án 1: (1) hoạt động trước, (2) tiếp theo: đồ thị là đường OAB ($a_1 > a_2$).
- Phương án 2: (2) hoạt động trước, (1) tiếp theo: đồ thị là đường OCB ($a_2 < a_1$).
- Quãng đường tên lửa bay xa theo phương án 1 là diện tích hình phẳng OABD.



- Quãng đường tên lửa bay xa theo phương án 2 là diện tích hình phẳng OCBD.

Vì $s_{OABD} > s_{OCBD}$ nên khi động cơ hoạt động theo phương án (1) hoạt động trước, (2) tiếp theo thì tên lửa bay xa nhất.

Vậy: Phương án đẩy tên lửa bay xa nhất là phương án 1.

2.20. Phương trình của một vật chuyển động thẳng là: $x = 80t^2 + 50t + 10$ (cm; s)

a) Tính gia tốc của chuyển động. b) Tính vận tốc lúc t = 1 s.

c) Định vị trí vật lúc vận tốc là 130cm/s.

Bài giải

a) Gia tốc của chuyển động

So sánh phương trình: $x = 80t^2 + 50t + 10$ với phương trình cơ bản

$x = x_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2$ ta được $a = 160\ cm/s^2 = 1,6\ m/s^2$.

Vậy: Gia tốc của chuyển động là $a = 1,6\ m/s^2$.

b) Vận tốc của vật lúc t = 1 s

So sánh phương trình: $x = 80t^2 + 50t + 10$ với phương trình cơ bản $x = x_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2$ ta được $v_0 = 50$ cm/s.

$\Rightarrow v_1 = v_0 + at = 50 + 160.1 = 210\ cm/s = 2,1\ m/s.$

Vậy: Vận tốc của vật lúc t = 1 s là $v_1 = 2,1$ m/s.

c) Vị trí vật lúc có vận tốc 130 cm/s

- Khi $v_2 = 130$ cm/s thì $t_2 = \dfrac{v_2 - v_0}{a} = \dfrac{130-50}{160} = 0{,}5$ s.
- Vị trí vật lúc có vận tốc 130 cm/s là: $x_2 = 80.0{,}5^2 + 50.0{,}5 + 10 = 55$ cm.

Vậy: Vị trí vật lúc có vận tốc 130 cm/s là $x_2 = 55$ cm.

2.21. Một vật chuyển động theo phương trình: $x = 4t^2 + 20t$ (cm; s)

a) Tính quãng đường vật đi được từ $t_1 = 2$ s đến $t_2 = 5$ s. Suy ra vận tốc trung bình trong khoảng thời gian này.

b) Tính vận tốc lúc t = 3s.

Bài giải

a) Quãng đường vật đi được từ $t_1 = 2$ s đến $t_2 = 5$ s và vận tốc trung bình của nó

- Quãng đường vật đi được từ $t_1 = 2$ s đến $t_2 = 5$ s:

$s = |x_2 - x| = |(4.5^2 + 20.5) - (4.2^2 + 20.2)| = |200 - 56| \Rightarrow s = 144$ cm.

- Vận tốc trung bình trong khoảng thời gian này là:

$$\overline{v} = \frac{s}{t} = \frac{s}{t_2 - t_1} \Rightarrow \overline{v} = \frac{144}{5-2} = 48 \text{ cm/s}$$

Vậy: Quãng đường vật đi được là s = 144 cm; vận tốc trung bình của vật trong khoảng thời gian này là $\overline{v} = 48$ cm/s.

b) Vận tốc của vật lúc t = 3s

Từ phương trình chuyển động của vật: $x = 4t^2 + 20t \Rightarrow v_0 = 20$ cm/s; $a = 8$ cm/s^2.

$\Rightarrow v_t = v_0 + at = 20 + 8.3 = 44$ cm/s.

Vậy: Vận tốc của vật lúc t = 3 s là $v_t = 44$ cm/s.

2.22. Hai xe cùng khởi hành từ A, chuyển động thẳng về B. Sau 2 giờ hai xe tới B cùng lúc.

- Xe (1) đi nửa quãng đường đầu tiên với vận tốc $v_1 = 30$ km/h và nửa quãng đường còn lại với vận tốc $v_2 = 45$ km/h.
- Xe (2) đi hết cả đoạn đường với gia tốc không đổi.

a) Định thời điểm tại đó hai xe có vận tốc bằng nhau.

b) Có lúc nào một xe vượt xe kia không?.

Bài giải

a) Thời điểm tại đó hai xe có vận tốc bằng nhau

- Vận tốc trung bình của xe thứ nhất trên quãng đường AB là: $\overline{v} = \dfrac{s}{t} = \dfrac{s}{t_1 + t_2}$.

$$\Rightarrow \overline{v} = \frac{s}{\dfrac{s}{2v_1} + \dfrac{s}{2v_2}} = \frac{2v_1v_2}{v_1 + v_2} = \frac{2.30.45}{30+45} = 36 \text{ km/h} \Rightarrow s = \overline{v}t = 36.2 = 72 \text{ km}.$$

- Để đi hết quãng đường AB trong 2 h, xe thứ hai phải có gia tốc là:

$$a = \frac{2s}{t^2} = \frac{2.72}{2^2} = 36 \text{ km/h}^2$$

- Vận tốc của xe thứ hai là: $v_t = at = 36t$.
- Khi xe thứ hai có vận tốc bằng xe thứ nhất thì: 36t = 30; 36t = 45.

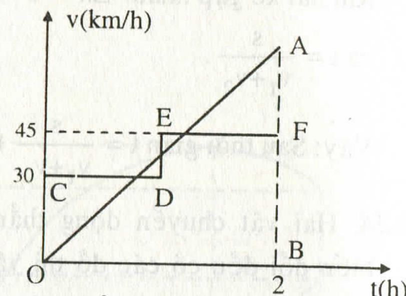
$$\Rightarrow t_1 = \frac{30}{36} = \frac{10}{12} \text{ h} = 50 \text{ phút} \Rightarrow t_2 = \frac{45}{36} = \frac{5}{4} \text{ h} = 75 \text{ phút}$$

Vậy: Hai xe có cùng vận tốc vào các thời điểm $t_1 = 50$ phút và $t_2 = 75$ phút.

b) Có lúc nào một xe vượt xe kia không?

Để xác định có lúc nào một xe vượt xe kia không ta dùng kĩ thuật đồ thị như sau:

- Vẽ đồ thị vận tốc – thời gian của hai xe trên cùng hệ trục tọa độ Otv (hình vẽ), với: đồ thị v-t của xe thứ nhất là đoạn CDEF; đồ thị của xe thứ hai là đoạn OA.



- Trên hình vẽ ta thấy: từ thời điểm $t_1 = 0$ đến thời điểm $t_2 = 2$ h, diện tích hình phẳng xác định quãng đường đi của xe thứ nhất luôn lớn hơn diện tích hình phẳng xác định quãng đường đi của xe thứ hai nên xe thứ hai không lúc nào vượt qua xe thứ nhất, chỉ đến khi t = 2 h thì hai xe mới gặp nhau tại đích B.

2.23. Hai xe khởi hành cùng một lúc từ hai nơi A, B và chuyển động thẳng ngược chiều nhau. Xe từ A lên dốc chậm dần đều với vận tốc đầu v_1 và gia tốc a. Xe từ B xuống dốc nhanh dần đều với vận tốc đầu v_2 và gia tốc bằng xe kia về độ lớn. Cho AB = s.

a) Khoảng cách hai xe thay đổi ra sao theo thời gian? Vẽ đồ thị.

b) Sau bao lâu hai xe gặp nhau?

Bài giải

a) Sự thay đổi khoảng cách hai xe

- Chọn gốc tọa độ O tại B, trục tọa độ là đường thẳng AB, chiều dương từ B đến A; gốc thời gian lúc hai xe khởi hành.

Ta có: $x_{01} = AB = s$; $v_{01} = -v_1$; $a_1 = a$; $x_{02} = 0$; $v_{02} = v_2$; $a_2 = a$.

- Phương trình chuyển động của hai xe:

+ xe 1: $x_1 = x_{01} + v_{01}t + \dfrac{1}{2}a_1t^2 = s - v_1t + \dfrac{1}{2}at^2$ (1)

+ xe 2: $x_2 = x_{02} + v_{02}t + \dfrac{1}{2}a_2t^2 = v_2t + \dfrac{1}{2}at^2$ (2)

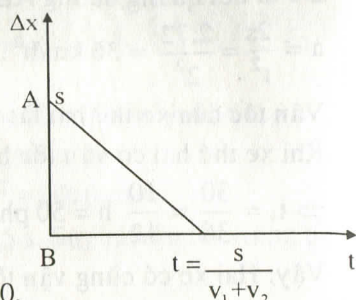
- Khoảng cách giữa hai xe là: $\Delta x = |x_2 - x_1|$

$\Rightarrow \Delta x = |(v_2t + \frac{1}{2}at^2) - (s - v_1t + \frac{1}{2}at^2)|$

$= |(v_1 + v_2)t - s|$

$\Rightarrow \Delta x = |s - (v_1 + v_2)t|$

Vậy: Khoảng cách giữa hai xe biến thiên tuyến tính theo thời gian.



b) Thời điểm hai xe gặp nhau

Khi hai xe gặp nhau: $\Delta x = 0 \Rightarrow |s - (v_1 + v_2)t| = 0$.

$\Rightarrow t = \frac{s}{v_1+v_2}$.

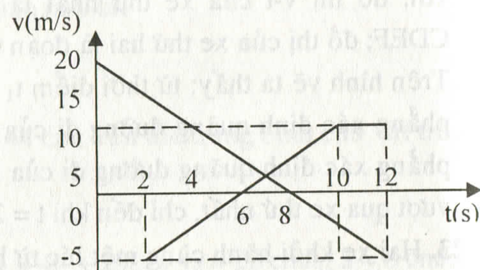
Vậy: Sau thời gian $t = \frac{s}{v_1+v_2}$ thì hai xe gặp nhau.

2.24. Hai vật chuyển động thẳng biến đổi đều có các đồ thị vận tốc - thời gian như hình dưới:

a) Hãy nêu các đặc điểm của mỗi chuyển động.

b) Suy ra đồ thị chuyển động (quãng đường - thời gian) của mỗi vật.

c) Tính quãng đường đi được của mỗi vật.



Bài giải

a) Đặc điểm của mỗi chuyển động

- Vật (1):
  + Trong 8 s đầu, vật chuyển động chậm dần đều cùng chiều với chiều dương (v > 0), với gia tốc $a_1 = \frac{0-20}{8} = -2{,}5$ m/s², vận tốc ban đầu $v_{01} = 20$ m/s.
  + Tại thời điểm t = 8 s, vật dừng lại (v = 0); trong 4 s tiếp theo (từ giây thứ 8 đến giây thứ 12), vật chuyển động nhanh dần đều ngược chiều với chiều dương (v < 0), với gia tốc $a'_1 = \frac{-10-0}{4} = -2{,}5$ m/s², vận tốc ban đầu $v'_{01} = 0$ m/s.
- Vật (2):
  + Trong 4 s đầu, từ giây thứ 2 đến giây thứ 6, vật chuyển động chậm dần đều, ngược chiều với chiều dương, với gia tốc $a_2 = \frac{0-(-10)}{4} = 2{,}5$ m/s², với vận tốc ban đầu $v_{02} = -10$ m/s.

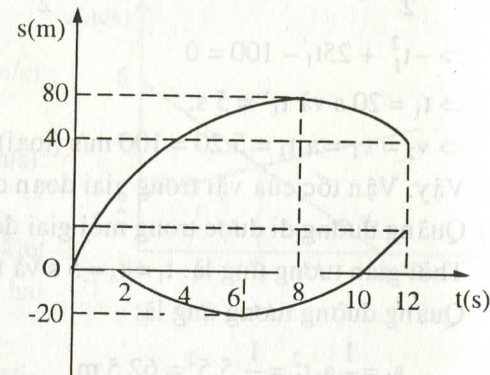
  + Tại thời điểm t = 6 s, vật dừng lại (v = 0); trong 4 s tiếp theo (từ giây thứ 6 đến giây thứ 10), vật chuyển động nhanh dần đều, cùng chiều với chiều dương, với gia tốc $a'_2 = a_2 = 2{,}5$ m/s², với vận tốc ban đầu $v'_{02} = 0$ m/s.
  + Trong 2 s cuối (từ giây thứ 10 đến giây thứ 12), vật chuyển động thẳng đều cùng chiều với chiều dương, với vận tốc $v_3 = 10$ m/s.

b) Đồ thị chuyển động (quãng đường – thời gian) của các chuyển động

- Vật (1): $s_1 = v_{01}t + \frac{1}{2}a_1t^2 = 20t + \frac{1}{2}.2{,}5t^2$

$\Rightarrow s_1 = 20t + \frac{5}{4}t^2$ (1)

(giai đoạn đầu: t = 8 s: $s_1 = 80$ m; giai đoạn sau: t = 4 s: $s_1 = 20$ m)



- Vật (2): $s_2 = v_{02}t + \frac{1}{2}a_2t^2$

$= 10(t-2) + \frac{1}{2}.2{,}5(t-2)^2$

$\Rightarrow s_2 = 10(t-2) + \frac{5}{4}(t-2)^2$ (2)

(giai đoạn đầu: t = 6 s: $s_2 = 20$ m; giai đoạn giữa: t = 4 s: $s_2 = 20$ m; giai đoạn cuối: $s_2 = 20$ m).

c) Quãng đường đi được của mỗi vật

- Quãng đường đi được của vật (1): $s_1 = 80 + 20 = 100$ m.
- Quãng đường đi được của vật (2): $s_2 = 20 + 20 + 20 = 60$ m.

2.25. Một vật chuyển động trên đường thẳng theo ba giai đoạn liên tiếp:

- Nhanh dần đều với gia tốc $a_1 = 5$ m/s², không vận tốc đầu.
- Đều với vận tốc đạt được vào cuối giai đoạn (1).
- Chậm dần đều với gia tốc $a_3 = -5$ m/s² cho tới khi dừng.

Thời gian chuyển động tổng cộng là 25s. Vận tốc trung bình trên cả đoạn đường là 20 m/s.

a) Tính vận tốc của giai đoạn chuyển động đều.

b) Suy ra quãng đường đi được trong mỗi giai đoạn và thời gian tương ứng.

c) Vẽ các đồ thị gia tốc, vận tốc và quãng đường theo thời gian.

Bài giải

a) Vận tốc của giai đoạn chuyển động đều

Gọi t_1, t_2 và t_3 là thời gian chuyển động tương ứng trên ba giai đoạn (1), (2), (3). Ta có:

$t = t_1 + t_2 + t_3 = 25$ s (1)

$s = \bar{v}t = 20.25 = 500$ m (2)

$\Rightarrow (\frac{1}{2}a_1t_1^2) + (v_2t_2) + (v_{03}t_3 + \frac{1}{2}a_3t_3^2) = 500$ (3)

với $t_1 = t_3$; $v_2 = v_1 = a_1t_1$; $v_{03} = v_2 = v_1 = a_1t_1$ nên:

$\Rightarrow t = 2t_1 + t_2 = 25$ (1')

$\Rightarrow (\frac{1}{2}a_1t_1^2) + (a_1t_1t_2) + (a_1t_1^2 + \frac{1}{2}a_3t_1^2) = 500$

$\Rightarrow (\frac{1}{2}.5t_1^2) + 5t_1(25 - 2t_1) + (5t_1^2 + \frac{1}{2}.(-5)t_1^2) = 500$

$\Rightarrow -t_1^2 + 25t_1 - 100 = 0$ (4)

$\Rightarrow t_1 = 20$ s và $t_1' = 5$ s.

$\Rightarrow v_2 = v_1 = a_1t_1 = 5.20 = 100$ m/s (loại) và $v_2' = v_1' = a_1t_1' = 5.5 = 25$ m/s.

Vậy: Vận tốc của vật trong giai đoạn chuyển động đều là v_2=25 m/s.

b) Quãng đường đi được trong mỗi giai đoạn và thời gian tương ứng

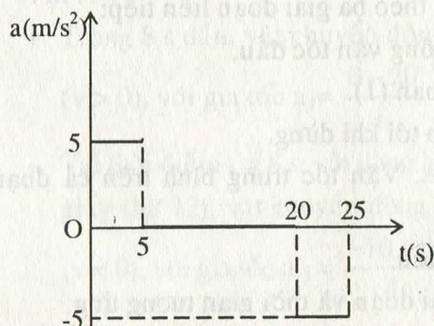
- Thời gian tương ứng là: $t_1 = t_3 = 5$ s và $t_2 = 25 - 2t_1 = 25 - 2.5 = 15$ s.
- Quãng đường tương ứng là:

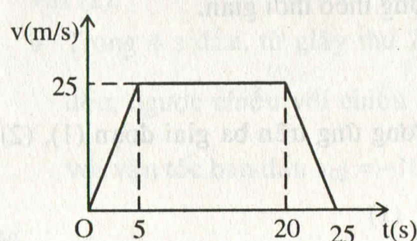
$s_1 = \frac{1}{2}a_1t_1^2 = \frac{1}{2}.5.5^2 = 62{,}5$ m. $\quad s_2 = v_2t_2 = 25.15 = 375$ m.

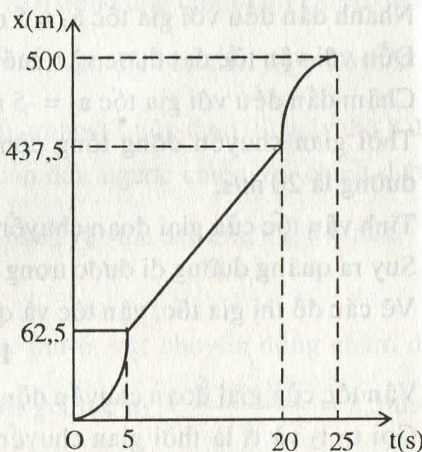
$s_3 = v_{03}t_3 + \frac{1}{2}a_3t_3^2 = 25.5 + \frac{1}{2}(-5).5^2 = 62{,}5$ m.

Vậy: Quãng đường đi được trong mỗi giai đoạn và thời gian tương ứng là s_1 = 62,5 m; s_2 = 375 m và s_3 = 62,5 m; t_1 = 5 s; t_2 = 15 s và t_3 = 5 s.

c) Đồ thị gia tốc, vận tốc và quãng đường theo thời gian







2.26. Hãy vẽ trên cùng một hệ trục tọa độ các đồ thị vận tốc - thời gian của hai vật chuyển động thẳng biến đổi đều sau:

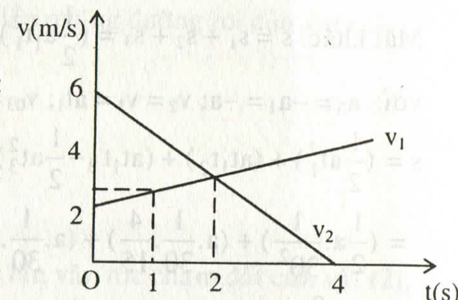
- Vật (1) có gia tốc $a_1 = 0{,}5$ m/s² và vận tốc đầu 2 m/s.
- Vật (2) có gia tốc $a_2 = -1{,}5$ m/s² và vận tốc đầu 6 m/s.

a) Dùng đồ thị hãy xác định sau bao lâu hai vật có vận tốc bằng nhau.

b) Tính đoạn đường mà mỗi vật đi được cho tới lúc đó.

Bài giải

- Đồ thị vận tốc - thời gian của hai vật chuyển động:
  + Vật (1): ($a_1 = 0{,}5$ m/s²; $v_{01} = 2$ m/s): $v_1 = 2 + 0{,}5t$.
  + Vật (2): ($a_2 = -1{,}5$ m/s²; $v_{02} = 6$ m/s): $v_2 = 6 - 1{,}5t$.



a) Thời gian để hai vật có vận tốc bằng nhau: Trên đồ thị ta thấy: sau 2 s thì hai vật sẽ có vận tốc (độ lớn) bằng nhau.

b) Quãng đường mà mỗi vật đi được đến lúc gặp nhau

Quãng đường mà mỗi vật đi được bằng diện tích hình phẳng giới hạn bởi: đồ thị, hai trục tọa độ và đường thẳng t = 2 s. Do đó:

+ Quãng đường vật (1) đi được là: $s_1 = s_{hthang(1)} = \frac{(v_{01}+v_1)}{2}.\Delta t$

với $v_{01} = 2$ m/s; $v_1 = 2 + 0{,}5.2 = 3$ m/s; $\Delta t = 2$ s $\Rightarrow s_1 = \frac{(2+3)}{2}.2 = 5$ m.

+ Quãng đường vật (2) đi được là: $s_2 = s_{hthang(2)} = \frac{(v_{02}+v_2)}{2}.\Delta t$

với $v_{02} = 6$ m/s; $v_2 = 6 - 1{,}5.2 = 3$ m/s; $\Delta t = 2$ s $\Rightarrow s_2 = \frac{(6+3)}{2}.2 = 9$ m.

Vậy: Quãng đường mà mỗi vật đi được đến lúc gặp nhau là $s_1 = 5$ m và $s_2 = 9$ m.

2.27. (Đề thi HSG Vật lí). Một đoàn xe lửa đi từ ga này đến ga kế trong 20 phút với vận tốc trung bình 72 km/h. Thời gian chạy nhanh dần đều lúc khởi hành và thời gian chạy chậm dần đều lúc vào ga bằng nhau là 2 phút; khoảng thời gian còn lại, tàu chuyển động đều.

a) Tính các gia tốc.

b) Lập phương trình vận tốc của xe. Vẽ đồ thị vận tốc.

Bài giải

a) Gia tốc của xe lửa

Ta có: $t = 20\text{ ph} = \frac{1}{3}\text{ h}$; $t_1 = t_3 = 2\text{ ph} = \frac{1}{30}\text{ h}$;

$$t_2 = t - t_1 - t_3 = 20 - 2 - 2 = 16\text{ ph} = \frac{16}{60} = \frac{4}{15}\text{ h}.$$

- Quãng đường xe lửa đi từ ga này đến ga kế tiếp là: $s = \overline{v}t = 72.\frac{1}{3} = 24$ km.

Mặt khác: $s = s_1 + s_2 + s_3 = (\frac{1}{2}a_1t_1^2) + (v_2t_2) + (v_{03}t_3 + \frac{1}{2}a_3t_3^2)$

với: $a_3 = -a_1 = -a$; $v_2 = v_1 = at_1$; $v_{03} = v_2 = at_1$ nên:

$s = (\frac{1}{2}at_1^2) + (at_1t_2) + (at_1t_3 - \frac{1}{2}at_3^2)$

$= (\frac{1}{2}a.\frac{1}{30^2}) + (a.\frac{1}{30}.\frac{4}{15}) + (a.\frac{1}{30}.\frac{1}{30} - \frac{1}{2}a.\frac{1}{30^2})$

$\Rightarrow s = \frac{9a}{900} = \frac{a}{100} \Rightarrow a = 100s = 100.24 = 2400\text{ km/h}^2$.

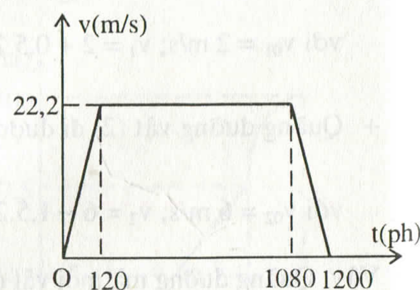
$\Rightarrow a = 2400.\frac{1000}{(3600)^2} = 0{,}185\text{ m/s}^2$.

$\Rightarrow a_1 = a = 0{,}185\text{ m/s}^2$; $a_3 = -a = -0{,}185\text{ m/s}^2$

Vậy: Gia tốc của xe lửa trên hai đoạn đường đầu và cuối là $a_1 = 0{,}185\text{ m/s}^2$ và $a_3 = -0{,}185\text{ m/s}^2$.

b) Phương trình vận tốc của xe lửa và vẽ đồ thị vận tốc

- Các phương trình vận tốc:
  + Đoạn đường đầu: $v_1 = v_0 + a_1t = 0 + 0{,}185t = 0{,}185t$: $(0 \le t \le 120)$: chuyển động nhanh dần đều.
  + Đoạn đường giữa: $v_2 = 0{,}185.120 = 22{,}2$ m/s: $(120 \le t \le 1080)$: chuyển động thẳng đều.
  + Đoạn đường cuối: $v_3 = v_{03} + a_3t = 22{,}2 - 0{,}185t$: $(1080 \le t \le 1200)$: chuyển động chậm dần đều.



- Đồ thị vận tốc của xe lửa: (2 ph = 120 s; 18 ph = 1080 s; 20 ph = 1200 s).

2.28. Có hai vật rơi tự do từ hai độ cao khác nhau xuống đất. Thời gian rơi của vật (1) gấp đôi thời gian rơi của vật (2). Hãy so sánh:

- Quãng đường rơi của hai vật.
- Vận tốc chạm đất của hai vật.

Bài giải

a) So sánh quãng đường rơi của hai vật

- Quãng đường rơi của vật (1): $h_1 = \frac{gt_1^2}{2}$.
- Quãng đường rơi của vật (2): $h_2 = \frac{gt_2^2}{2}$.

$$\Rightarrow \frac{h_1}{h_2} = \frac{gt_1^2}{2} : \frac{gt_2^2}{2} = \left(\frac{t_1}{t_2}\right)^2 = 2^2 = 4$$

Vậy: Quãng đường rơi của vật (1) gấp 4 lần quãng đường rơi của vật (2).

b) So sánh vận tốc chạm đất của hai vật

- Vận tốc chạm đất của vật (1): $v_1 = gt_1$.
- Vận tốc chạm đất của vật (12): $v_2 = gt_2$.

$$\Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{gt_1}{gt_2} = \frac{t_1}{t_2} = 2$$

Vậy: Vận tốc chạm đất của vật (1) gấp 2 lần vận tốc chạm đất của vật (2).

2.29. Trong 0,5s cuối cùng trước khi chạm vào mặt đất, vật rơi tự do vạch được quãng đường gấp đôi quãng đường vạch được trong 0,5 s ngay trước đó. Lấy $g = 10\text{ m/s}^2$. Tính độ cao từ đó vật được buông rơi.

Bài giải

Gọi t là thời gian rơi của vật.

- Quãng đường rơi của vật trong 0,5 s cuối cùng là: $\Delta s = \frac{1}{2}gt^2 - \frac{1}{2}g(t - 0{,}5)^2$.
- Quãng đường rơi của vật trong 0,5 s trước đó là: $\Delta s' = \frac{1}{2}g(t - 0{,}5)^2 - \frac{1}{2}g(t - 1)^2$.

Vì $\Delta s = 2\Delta s' \Rightarrow \frac{1}{2}gt^2 - \frac{1}{2}g(t - 0{,}5)^2 = 2.[\frac{1}{2}g(t - 0{,}5)^2 - \frac{1}{2}g(t - 1)^2]$

$\Rightarrow t^2 - (t - 0{,}5)^2 = 2(t - 0{,}5)^2 - 2(t - 1)^2$

$\Rightarrow t^2 - t^2 + t - 0{,}25 = 2t^2 - 2t + 0{,}5 - 2t^2 + 4t - 2$

$\Rightarrow t = 1{,}25$ s; $h = \frac{1}{2}.10.1{,}25^2 = 7{,}8125$ m.

Vậy: Thời gian rơi của vật là t = 1,25 s; quãng đường rơi của vật là h = 7,8125m.

2.30. Một vật rơi tự do tại nơi có $g = 10\text{ m/s}^2$. Trong 2 giây cuối vật rơi được 180 m. Tính thời gian rơi và độ cao của nơi buông vật.

Bài giải

Gọi t là thời gian rơi của vật.

- Quãng đường rơi của vật trong t giây là: $h = \frac{1}{2}gt^2$.

- Quãng đường rơi của vật trong (t-2) giây đầu là: $h' = \frac{1}{2}g(t-2)^2$.

- Quãng đường rơi của vật trong 2 giây cuối cùng là:

$$\Delta h = h - h' = \frac{1}{2}gt^2 - \frac{1}{2}g(t-2)^2 \Rightarrow \Delta h = 2g(t-1) \Rightarrow t = \frac{\Delta h}{2g} + 1 = \frac{180}{2.10} + 1 = 10s.$$

và $h = \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2}.10.10^2 = 500$ m.

Vậy: Thời gian rơi của vật là t = 10 s; quãng đường rơi của vật là h = 500 m.

2.31. Một vật rơi tự do tại nơi có $g = 10$ m/s^2. Thời gian rơi là 10 s. Hãy tính:

a) Thời gian vật rơi một mét đầu tiên.

b) Thời gian vật rơi một mét cuối cùng.

Bài giải

a) Thời gian vật rơi một mét đầu tiên

Ta có: $t_1 = \sqrt{\frac{2h_1}{g}} = \sqrt{\frac{2.1}{10}} = 0{,}45$ s.

Vậy: Thời gian vật rơi một mét đầu tiên là $t_1 = 0{,}45$ s.

b) Thời gian vật rơi một mét cuối cùng

Gọi h là quãng đường rơi của vật, t là thời gian rơi của vật (t = 10 s).

- Thời gian rơi quãng đường h của vật là: $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$

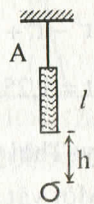
- Thời gian rơi quãng đường (h-1) m đầu tiên của vật là:

$$t' = \sqrt{\frac{2(h-1)}{g}} = \sqrt{\frac{2h}{g} - \frac{2}{g}} \Rightarrow t' = \sqrt{t^2 - \frac{2}{g}} = \sqrt{10^2 - \frac{2}{10}} = 9{,}99 \text{ s}$$

- Thời gian vật rơi một mét cuối cùng là: $\Delta t = t - t' = 10 - 9{,}99 = 0{,}01$ s.

Vậy: Thời gian vật rơi một mét cuối cùng là 0,01 s.

2.32. Thước A có chiều dài $l = 25$ cm treo vào tường bằng một dây. Tường có một lỗ sáng nhỏ ngay phía dưới thước. Hỏi cạnh dưới của A phải cách lỗ sáng khoảng h bằng bao nhiêu để khi đốt dây treo cho thước rơi nó sẽ che khuất lỗ sáng trong thời gian 0,1 s.



Bài giải

- Khoảng cách từ cạnh dưới của thước đến lỗ sáng là: $h = \frac{v^2}{2g}$.

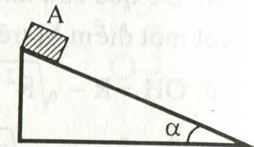
(v là vận tốc cạnh dưới của thước khi nó đi ngang qua lỗ sáng, v cũng chính là vận tốc ban đầu ứng với thời gian thước che khuất lỗ sáng).

- Ta có: $l = v_0t + \frac{1}{2}gt^2$

$$\Rightarrow v_0 = \frac{l - \frac{1}{2}gt^2}{t} = \frac{0{,}25 - \frac{1}{2}.10.0{,}1^2}{0{,}1} = 2 \text{ m/s} \Rightarrow h = \frac{2^2}{2.10} = 0{,}2 \text{ m} = 20 \text{ cm}.$$

Vậy: Khoảng cách từ cạnh dưới của thước A đến lỗ sáng là h = 20 cm.

2.33. Vật A đặt trên mặt nghiêng của một cái nêm như hình vẽ. Hỏi phải truyền cho nêm gia tốc bao nhiêu theo phương ngang để vật A rơi tự do xuống dưới theo phương thẳng đứng?



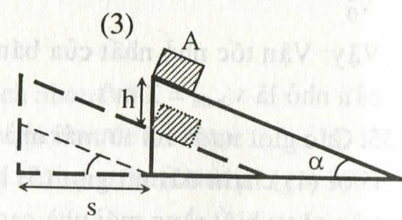
Bài giải

- Gọi t là thời gian của sự rơi tự do. Trong khoảng thời gian này thì:

+ vật A rơi được một đoạn: $h = \frac{1}{2}gt^2$ (1)

+ nêm chuyển động sang trái một đoạn: $s = \frac{1}{2}at^2$ (2)

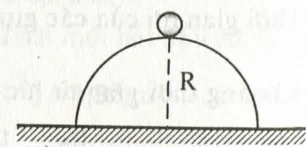
- Mặt khác, trên hình vẽ ta thấy: $\tan\alpha = \frac{h}{s}$ (3)



$$\Rightarrow \tan\alpha = \frac{\frac{1}{2}gt^2}{\frac{1}{2}at^2} = \frac{g}{a} \Rightarrow a = \frac{g}{\tan\alpha} = g\cot\alpha$$

Vậy: Phải truyền cho nêm gia tốc $a = g\cot\alpha$ theo phương ngang để vật A rơi tự do xuống dưới theo phương thẳng đứng.

2.34. Một bán cầu có bán kính R trượt đều theo đường thẳng nằm ngang. Một quả cầu nhỏ cách mặt phẳng ngang một đoạn bằng R. Ngay khi đỉnh bán cầu đi qua quả cầu nhỏ thì nó được buông rơi tự do.



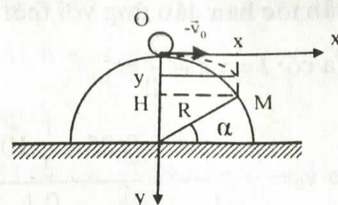
Tìm vận tốc nhỏ nhất của bán cầu để nó không cản trở sự rơi tự do của quả cầu nhỏ. Cho R = 40 cm.

Bài giải

Chọn hệ quy chiếu gắn với bán cầu: Gốc tọa độ O là đỉnh của bán cầu, trục Ox nằm ngang, trục Oy thẳng đứng (hướng xuống). Trong hệ quy chiếu gắn với bán cầu thì:

- Vận tốc ban đầu của quả cầu nhỏ là: $v_{10} = v_0$.

- Các phương trình chuyển động là: $\begin{cases} x = v_0 t \\ y = \dfrac{1}{2}gt^2 \end{cases}$



$\Rightarrow y = \dfrac{g}{2v_0^2}x^2$

$\Rightarrow$ quỹ đạo của quả cầu nhỏ trong hệ quy chiếu gắn với bán cầu là một pa-ra-bon. Để quả cầu nhỏ rơi tự do thì pa-ra-bon này phải không cắt mặt bán cầu.

- Xét một điểm M trên pa-ra-bon trên, ta phải có: $y_M \le OH$

Với $OH = R - \sqrt{R^2 - x_M^2}$

$\Rightarrow \dfrac{g}{2v_0^2}x_M^2 \le R - \sqrt{R^2 - x_M^2} \Rightarrow \sqrt{R^2 - x_M^2} \le R - \dfrac{g}{2v_0^2}x_M^2$

$\Rightarrow R^2 - x_M^2 \le R^2 - 2R.\dfrac{g}{2v_0^2}x_M^2 + \dfrac{g^2}{2v_0^4}x_M^4 \Rightarrow \dfrac{g^2}{4v_0^4}x_M^2 \ge \dfrac{Rg}{v_0^2} - 1$

- Bất đẳng thức trên phải thỏa mãn với mọi x khi:

$\dfrac{Rg}{v_0^2} - 1 \le 0 \Rightarrow v_0 \ge \sqrt{Rg} = \sqrt{0,4.10} = 2$ m/s.

Vậy: Vận tốc nhỏ nhất của bán cầu để nó không cản trở sự rơi tự do của quả cầu nhỏ là $v_{0min} = 2$ m/s.

2.35. Các giọt nước rơi từ mái nhà xuống sau những khoảng thời gian bằng nhau. Giọt (1) chạm đất thì giọt (5) bắt đầu rơi. Tìm khoảng cách giữa các giọt kế tiếp nhau biết rằng mái nhà cao 16 m. Lấy $g = 10$ m/s^2.

Bài giải

- Thời gian rơi của các giọt nước là: $t = \sqrt{\dfrac{2h}{g}} = \sqrt{\dfrac{2.16}{10}} = \sqrt{3,2}$ s.

- Khoảng thời gian từ lúc giọt nước này bắt đầu rơi đến giọt nước kế tiếp bắt đầu rơi là: $\Delta t = \dfrac{t_{15}}{4} = \dfrac{t}{4} = \dfrac{\sqrt{3,2}}{4}$ s

- Khoảng cách giữa giọt nước (1) và giọt nước (2) là:

$\Delta s_{12} = \dfrac{1}{2}gt_1^2 - \dfrac{1}{2}gt_2^2 = \dfrac{1}{2}g[t^2 - (t - \Delta t)^2]$

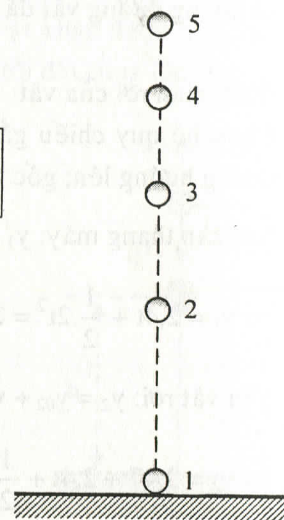
$= \dfrac{1}{2}.10.\left[\sqrt{3,2}^2 - \left(\sqrt{3,2} - \dfrac{\sqrt{3,2}}{4}\right)^2\right] = \dfrac{1}{2}.10.\dfrac{7}{16}.\sqrt{3,2}^2 = 7$ m.

- Khoảng cách giữa giọt nước (2) và giọt nước (3) là:

$\Delta s_{23} = \dfrac{1}{2}gt_2^2 - \dfrac{1}{2}gt_3^2 = \dfrac{1}{2}g[(t - \Delta t)^2 - (t - 2\Delta t)^2]$

$= \dfrac{1}{2}.10.\left[\left(\sqrt{3,2} - \dfrac{\sqrt{3,2}}{4}\right)^2 - \left(\sqrt{3,2} - \dfrac{2.\sqrt{3,2}}{4}\right)^2\right] = \dfrac{1}{2}.10.\dfrac{5}{16}.\sqrt{3,2}^2 = 5$ m.

- Khoảng cách giữa giọt nước (3) và giọt nước (4) là:



$\Delta s_{34} = \dfrac{1}{2}gt_3^2 - \dfrac{1}{2}gt_4^2 = \dfrac{1}{2}g[(t - 2\Delta t)^2 - (t - 3\Delta t)^2]$

$= \dfrac{1}{2}.10.\left[\left(\sqrt{3,2} - \dfrac{2.\sqrt{3,2}}{4}\right)^2 - \left(\sqrt{3,2} - \dfrac{3.\sqrt{3,2}}{4}\right)^2\right]$

$= \dfrac{1}{2}.10.\dfrac{3}{16}.\sqrt{3,2}^2 = 3$ m.

- Khoảng cách giữa giọt nước (4) và giọt nước (5) là:

$\Delta s_{45} = \dfrac{1}{2}gt_4^2 - \dfrac{1}{2}gt_5^2 = \dfrac{1}{2}g[(t - 3\Delta t)^2 - (t - 4\Delta t)^2]$

$= \dfrac{1}{2}.10.\left[\left(\sqrt{3,2} - \dfrac{3.\sqrt{3,2}}{4}\right)^2 - \left(\sqrt{3,2} - \dfrac{4.\sqrt{3,2}}{4}\right)^2\right]$

$= \dfrac{1}{2}.10.\dfrac{1}{16}.\sqrt{3,2}^2 = 1$ m.

2.36. Hai giọt nước rơi ra khỏi ống nhỏ giọt cách nhau 0,5 s.

a) Tính khoảng cách giữa hai giọt nước sau khi giọt trước rơi được 0,5s; 1s; 1,5s.

b) Hai giọt nước tới đất cách nhau một khoảng thời gian bao nhiêu? ($g = 10$ m/s^2)

Bài giải

a) Khoảng cách giữa hai giọt nước

Vì hai giọt nước rơi ra khỏi ống nhỏ giọt cách nhau 0,5 s nên:

- Khi giọt nước trước rơi được 0,5 s thì giọt nước thứ hai mới bắt đầu rơi ($t = 0$):

$\Delta s_1 = \dfrac{1}{2}gt_1^2 - \dfrac{1}{2}gt_2^2 = \dfrac{1}{2}.g(t_1^2 - t_2^2) = \dfrac{1}{2}.10.(0,5^2 - 0^2) = 1,25$ m

- Khi giọt nước trước rơi được 1 s thì giọt nước thứ hai rơi được 0,5 s:

$\Delta s_2 = \dfrac{1}{2}gt_1^2 - \dfrac{1}{2}gt_2^2 = \dfrac{1}{2}.g(t_1^2 - t_2^2) = \dfrac{1}{2}.10.(1^2 - 0,5^2) = 3,75$ m

- Khi giọt nước trước rơi được 1,5 s thì giọt nước thứ hai rơi được 1 s:

$\Delta s_3 = \dfrac{1}{2}gt_1^2 - \dfrac{1}{2}gt_2^2 = \dfrac{1}{2}.g(t_1^2 - t_2^2) = \dfrac{1}{2}.10.(1,5^2 - 1^2) = 6,25$ m

b) Khoảng thời gian hai giọt nước chạm đất

Vì thời gian rơi của các giọt nước như nhau nên khi các giọt nước rơi khỏi ống nhỏ giọt cách nhau 0,5 s thì các giọt nước sẽ chạm đất cách nhau 0,5 s.

2.37. Một thang máy chuyển động lên cao với gia tốc 2 m/s^2. Lúc thang máy có vận tốc 2,4 m/s thì từ trần thang máy có một vật rơi xuống. Trần thang máy cách sàn là h = 2,47 m. Hãy tính trong hệ quy chiếu gắn với mặt đất:

a) thời gian rơi. b) độ dịch chuyển của vật.

c) quãng đường vật đã đi được.

Bài giải

a) Thời gian rơi của vật

Chọn hệ quy chiếu gắn với mặt đất, gốc tọa độ O tại sàn thang máy, chiều dương hướng lên; gốc thời gian lúc vật bắt đầu rơi. Ta có:

- Với sàn thang máy: $y_1 = y_{01} + v_{01}t + \frac{1}{2}a_1t^2$

$\Rightarrow y_1 = 2,4t + \frac{1}{2}.2t^2 = 2,4t + t^2$ (1)

- Với vật rơi: $y_2 = y_{02} + v_{02}t + \frac{1}{2}a_2t^2$

$\Rightarrow y_2 = 2,47 + 2,4t + \frac{1}{2}.(-10)t^2 = 2,47 + 2,4t - 5t^2$ (2)

- Khi vật chạm sàn thang máy thì: $y_1 = y_2$.

$\Rightarrow 2,4t + t^2 = 2,47 + 2,4t - 5t^2 \Rightarrow 6t^2 - 2,47 = 0$

$\Rightarrow t = 0,64$ s (nhận) và t' = – 0,64s (loại).

Vậy: Thời gian rơi của vật là t = 0,64 s.

b) Độ dịch chuyển của vật

Độ dịch chuyển của vật là khoảng cách giữa vị trí ban đầu với vị trí của vật khi rơi chạm sàn thang máy:

$\Delta y = |y - y_0| = |(2,47 + 2,4t - 5t^2) - (2,47 + 2,4t_0 - 5t_0^2)|$

$\Rightarrow \Delta y = |(2,47 + 2,4.0,64 - 5.0,64^2) - (2,47 + 2,4.0 - 5.0^2)|$

$\Rightarrow \Delta y = 0,512$ m

Vậy: Độ dịch chuyển của vật so với hệ quy chiếu gắn với mặt đất là $\Delta y = 0,512$ m.

c) Quãng đường vật đã đi được

- Quãng đường đi được của vật bằng quãng đường vật đi lên và quãng đường vật đi xuống: $s = s_1 + s_2$.

- Thời gian từ lúc vật bắt đầu rơi đến lúc vật đạt độ cao cực đại là:

$t_1 = \frac{v_2 - v_{02}}{a_2} = \frac{0 - 2,4}{-10} = 0,24$ s

- Thời gian vật rơi từ độ cao cực đại đến sàn thang máy là:

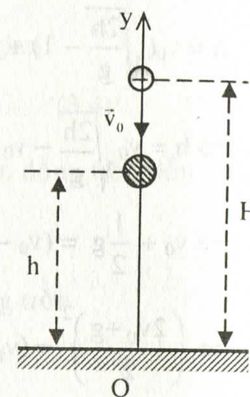
$t_2 = t - t_1 = 0,64 - 0,24 = 0,4$s

$\Rightarrow s = \frac{v_0^2}{2g} + \frac{1}{2}gt_2^2 = \frac{2,4^2}{2.10} + \frac{1}{2}.10.0,4^2 = 1,06$ m

Vậy: Quãng đường vật đã đi được là s = 1,06 m.

2.38. Một vật rơi tự do từ độ cao h. Cùng lúc đó một vật khác được ném thẳng xuống từ độ cao H (H > h) với vận tốc đầu v_0. Hai vật tới đất cùng lúc. Tìm v_0.

Bài giải



Chọn gốc tọa độ O tại mặt đất, chiều dương hướng lên; gốc thời gian lúc hai vật bắt đầu chuyển động.

- Phương trình chuyển động của hai vật là:

+ vật (1): $x_1 = h - \frac{1}{2}gt^2$ (1)

+ vật (2): $x_2 = H - v_0t - \frac{1}{2}gt^2$ (2)

- Khi vật (1) chạm đất:

$x_1 = 0 \Rightarrow h - \frac{1}{2}gt^2 = 0 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ (3)

- Khi vật (2) chạm đất: $x_2 = 0 \Rightarrow H - v_0t - \frac{1}{2}gt^2 = 0 \Rightarrow H = v_0t + \frac{1}{2}gt^2$ (4)

- Thay giá trị t ở (3) vào (4) ta được:

$H = v_0.\sqrt{\frac{2h}{g}} + \frac{1}{2}g.\frac{2h}{g} \Rightarrow H = v_0\sqrt{\frac{2h}{g}} + h$

$\Rightarrow v_0 = (H - h).\sqrt{\frac{g}{2h}} = \frac{H - h}{2h}\sqrt{2gh}$ (H > h)

Vậy: Vận tốc ban đầu của vật ném thẳng đứng xuống dưới là

$v_0 = \frac{H - h}{2h}\sqrt{2gh}$ (H > h).

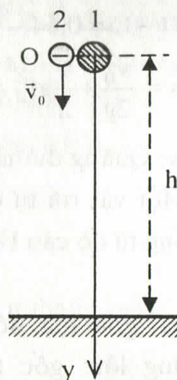
2.39. Một vật được buông rơi tự do từ độ cao h. Một giây sau, cũng tại nơi đó, một vật khác được ném thẳng đứng hướng xuống với vận tốc v_0. Hai vật chạm đất cùng lúc. Tính h theo v_0 và g.

Bài giải

Gọi t là thời gian chuyển động của vật rơi tự do thì (t – 1) là thời gian chuyển động của vật bị ném. Chọn gốc tọa độ tại nơi thả vật, chiều dương hướng xuống. Ta có:

+ vật (1): $h = \frac{1}{2}gt^2$ (1)

+ vật (2): $h = v_0(t-1) + \frac{1}{2}g(t-1)^2$ (2)



- Từ (1) suy ra: $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$.
- Thay giá trị của t vào (2) ta được:

$$h = v_0\left(\sqrt{\frac{2h}{g}} - 1\right) + \frac{1}{2}g\left(\sqrt{\frac{2h}{g}} - 1\right)^2$$

$$\Rightarrow h = v_0\sqrt{\frac{2h}{g}} - v_0 + \frac{1}{2}g\left(\frac{2h}{g} - 2\sqrt{\frac{2h}{g}} + 1\right) \Rightarrow h = v_0\sqrt{\frac{2h}{g}} - v_0 + h - g\sqrt{\frac{2h}{g}} + \frac{1}{2}g$$

$$\Rightarrow v_0 + \frac{1}{2}g = (v_0 - g)\sqrt{\frac{2h}{g}} \Leftrightarrow \frac{2v_0 + g}{2} = (v_0 - g)\sqrt{\frac{2h}{g}}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{2v_0+g}{2}\right)^2 = (v_0-g)^2.\frac{2h}{g} \Rightarrow h = \frac{g}{8}\left(\frac{2v_0-g}{v_0-g}\right)^2$$

Vậy: Giá trị của h tính theo v_0 và g là : $h = \frac{g}{8}\left(\frac{2v_0-g}{v_0-g}\right)^2$.

Chuyên đề 3:

CHUYỂN ĐỘNG TRÒN ĐỀU

A. TÓM TẮT KIẾN THỨC

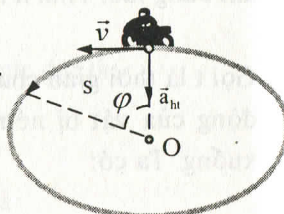
1. Định nghĩa: Chuyển động tròn đều là chuyển động với quỹ đạo là đường tròn và vận tốc có độ lớn không đổi theo thời gian.

2. Vận tốc của chuyển động tròn đều

- Tốc độ dài: $v = \frac{s}{t}$ (3.1)

(s là quãng đường (cung tròn) đi được của vật, t là khoảng thời gian vật thực hiện quãng đường đó).

- Vectơ vận tốc: Trong chuyển động tròn đều, vectơ vận tốc có:
  + gốc: trên vật chuyển động.
  + phương: tiếp tuyến với đường tròn tại vị trí của vật.
  + chiều: chiều chuyển động của vật.
  + độ dài: tỉ lệ với $v = \frac{s}{t}$ theo một tỉ xích tùy ý.



3. Tốc độ góc – chu kì – tần số

- Tốc độ góc: Là đại lượng đo bằng góc quét của bán kính nối tâm đường tròn với vật chuyển động trong một đơn vị thời gian.

$\omega = \frac{\varphi}{t}$ = const (ω đo bằng rad/s) (3.2)

- Chu kì: Là thời gian để vật quay hết một vòng.

$T = \frac{2\pi}{\omega}$ (T đo bằng s) (3.3)

- Tần số: Là số vòng quay của vật trong một đơn vị thời gian.

$n = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$ (n đo bằng vòng/s hay héc (Hz) (3.4)

4. Gia tốc của chuyển động tròn đều: Gia tốc trong chuyển động tròn đều là gia tốc hướng tâm, với:

+ gốc: trên vật chuyển động.
+ phương: là phương của bán kính nối vật và tâm đường tròn.
+ chiều: luôn hướng vào tâm đường tròn.
+ độ dài: tỉ lệ với a_{ht} theo một tỉ xích tùy ý, với:

$a_{ht} = \frac{v^2}{R}$ (R là bán kính đường tròn) (3.5)

✦ *Chú ý*

- Từ công thức $v = \frac{s}{t} = \frac{R\varphi}{t}$ suy ra $v = R\omega$, do đó: $\omega = \frac{v}{R}$; $T = \frac{2\pi R}{v}$; $a_{ht} = R\omega^2$.
- Gia tốc hướng tâm trong chuyển động tròn đều chỉ có tác dụng làm thay đổi hướng vận tốc của vật chứ không làm thay đổi độ lớn vận tốc của vật.

B. NHỮNG CHÚ Ý KHI GIẢI BÀI TẬP

- Cần phân biệt tốc độ dài và vận tốc dài, tốc độ dài và tốc độ góc; đường đi (cung tròn) và góc quay φ.
- Các đặc điểm của chuyển động tròn đều:
  + tốc độ dài và tốc độ góc luôn không đổi: v = const; ω = const.
  + gia tốc là gia tốc hướng tâm: $a_{ht} = \frac{v^2}{R} = R\omega^2$.
- Các phương trình tọa độ của chuyển động tròn đều có thể được viết dưới dạng: $s = s_0 + v(t - t_0)$ hoặc $\varphi = \varphi_0 + \omega(t - t_0)$
- Cần nhớ chu kì quay của một số vật đặc biệt: các kim của đồng hồ (T_h = 12 h; T_{ph} = 1 h = 60 ph; T_s = 1 ph = 60 s); Trái Đất quanh Mặt Trời: $T_{Đ-T}$ = 365 ngày

đêm, Trái Đất quanh trục của nó: $T_Đ$ = 1 ngày đêm; Mặt Trăng quanh Trái Đất: $T_{Tr-Đ}$ = 27,3 ngày đêm,...

C. CÁC BÀI TẬP VỀ CHUYỂN ĐỘNG TRÒN ĐỀU

3.1. Cho các dữ kiện sau:

- Bán kính trung bình của Trái Đất: R = 6400 km.
- Khoảng cách Trái Đất - Mặt Trăng: 384000 km.
- Thời gian Trái Đất quay vòng quanh nó: 24 giờ.
- Thời gian Mặt Trăng quay 1 vòng quanh Trái Đất: $2,36.10^6$ s.

Hãy tính:

a) Gia tốc hướng tâm của một điểm ở xích đạo.

b) Gia tốc hướng tâm của Mặt Trăng trong chuyển động quanh Trái Đất.

Bài giải

a) Gia tốc hướng tâm của một điểm ở xích đạo

Ta có: T = 24 giờ = 24.3600 = 86400 = $8,64.10^4$ s; R = 6400 km = $6,4.10^6$ m.

$$\Rightarrow a_{ht} = R\omega^2 = R\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = 6,4.10^6.\left(\frac{2.3,14}{8,64.10^4}\right)^2 = 0,0338 \text{ m/s}^2.$$

Vậy: Gia tốc hướng tâm của một điểm ở xích đạo là: a_{ht} = 0,0338 m/s².

b) Gia tốc hướng tâm của Mặt Trăng trong chuyển động quanh Trái Đất

- Mặt trăng chuyển động tròn quanh Trái Đất theo quĩ đạo có bán kính:

R' = R + d = 6400 + 384000 = 390400 km = $3,904.10^8$ m

- Gia tốc hướng tâm của Mặt Trăng trong chuyển động quanh Trái Đất là:

$$a'_{ht} = R'\omega'^2 = R'\left(\frac{2\pi}{T'}\right)^2 = 3,904.10^8.\left(\frac{2.3,14}{2,36.10^6}\right)^2 = 0,0027 \text{ m/s}^2.$$

Vậy: Gia tốc hướng tâm của Mặt Trăng trong chuyển động quanh Trái Đất là: a'_{ht} = 0,0027 m/s².

3.2. Trái Đất quay chung quanh Mặt Trời theo một quỹ đạo coi như tròn, bán kính R = $1,5.10^8$ km. Mặt Trăng quay quanh Trái Đất theo một quỹ đạo coi như tròn, bán kính r = $3,8.10^5$ km.

a) Tính quãng đường Trái Đất vạch được trong thời gian Mặt Trăng quay đúng một vòng (1 tháng âm lịch).

b) Tính số vòng quay của Mặt Trăng quanh Trái Đất trong thời gian Trái Đất quay đúng một vòng (1 năm).

Cho: - Chu kì quay của Trái Đất: $T_Đ$ = 365,25 ngày.

- Chu kì quay của Mặt Trăng: T_T = 27,25 ngày.

Bài giải

a) Quãng đường Trái Đất vạch được trong thời gian Mặt Trăng quay đúng một vòng

- Trong thời gian $T_Đ$, Trái Đất quay được một vòng với quãng đường là: s = 2πR.
- Trong thời gian T_T, Trái Đất quay được một cung tròn với quãng đường s' là:

$$s' = 2\pi R.\frac{T_T}{T_D} = 2.3,14.1,5.10^8.\frac{27,25}{365,25} = 0,703.10^8 \text{ km}$$

Vậy: Quãng đường mà Trái Đất vạch được trong thời gian Mặt Trăng quay đúng một vòng là s' = $0,703.10^8$ km.

b) Số vòng quay của Mặt Trăng quanh Trái Đất trong thời gian Trái Đất quay đúng một vòng (1 năm)

- Trong thời gian T_T, Mặt Trăng quay quanh Trái Đất được một vòng.
- Trong thời gian $T_Đ$, Mặt Trăng quay quanh Trái Đất được N vòng:

$$N = \frac{T_D}{T_T} = \frac{365,25}{27,25} = 13,4 \text{ vòng}$$

Vậy: Số vòng quay của Mặt Trăng quanh Trái Đất trong thời gian Trái Đất quay đúng một vòng (1 năm) là N = 13,4 vòng.

3.3. Trái Đất quay quanh trục Bắc – Nam với chuyển động đều mỗi vòng 24 h.

a) Tính vận tốc góc của Trái Đất.

b) Tính vận tốc dài của một điểm trên mặt đất có vĩ độ β = 45°. Cho R = 6370 km.

c) Một vệ tinh viễn thông quay trong mặt phẳng xích đạo và đứng yên đối với mặt đất (vệ tinh địa tĩnh) ở độ cao h = 36500 km. Tính vận tốc dài của vệ tinh.

Bài giải

Ta có: R = 6370 km = $6,37.10^6$ m; h = 36500 km = $36,5.10^6$ m.

a) Vận tốc góc của Trái Đất

- Chu kì quay của Trái Đất là:

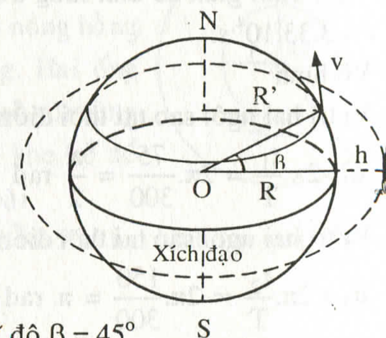
T = 24 h = 24.3600 = 86400 s.

- Vận tốc góc của Trái Đất là:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2.3,14}{86400} = 7,3.10^{-5} \text{ rad/s}.$$

Vậy: Vận tốc góc của Trái Đất là

ω = $7,3.10^{-5}$ rad/s.



b) Vận tốc dài của một điểm trên mặt đất có vĩ độ β = 45°

- Điểm trên mặt đất có vĩ độ β = 45° sẽ cách trục quay là:

$$R' = R.\cos45^o = 6,37.10^6.\frac{\sqrt{2}}{2} = 4,5.10^6 \text{ m}$$

- Vận tốc dài của điểm đó là: $v' = \omega R' = 7,3.10^{-5}.4,5.10^{6} = 328,5$ m/s.

Vậy: Vận tốc dài của một điểm trên mặt đất có vĩ độ $\beta = 45^{o}$ là $v' = 328,5$m/s.

c) Vận tốc dài của vệ tinh

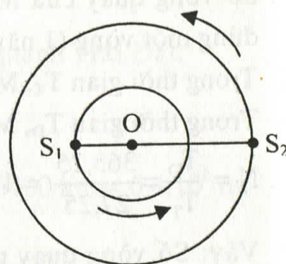
- Khoảng cách từ vệ tinh đến trục quay của Trái Đất là: $R'' = R + h$.
- Vận tốc dài của vệ tinh là: $v'' = \omega R'' = 7,3.10^{-5}.(6,37.10^{6} + 36,5.10^{6})$

$\Rightarrow v'' = 3129,5$ m/s = 3,1295 km/s

Vậy: Vận tốc dài của vệ tinh là $v'' = 3,1295$ km/s.

3.4. Hình bên minh họa hai ngôi sao (gọi là sao kép) S_1 và S_2. Chúng vạch hai đường tròn đồng tâm O có bán kính khác nhau $R_1 = 2.10^{12}$ m; $R_2 = 8.10^{12}$ m.

Hai ngôi sao luôn luôn thẳng hàng với tâm O và vạch trọn 1 vòng quay sau 300 năm.



a) Tính thời gian để ánh sáng truyền từ sao này tới sao kia. (Cho : $c = 3.10^{8}$ m/s).

b) Hình vẽ ứng với thời điểm gốc t = 0.

Trình bày vị trí của hai ngôi sao này ở các thời điểm $t_1 = 75$ năm; $t_2 = 150$ năm; $t_3 = 225$ năm cùng với các vectơ vận tốc của mỗi ngôi sao.

Tỉ xích: Khoảng cách: 1 cm cho 10^{12}m; vận tốc: 1 cm cho 1 km/s.

Bài giải

a) Thời gian để ánh sáng truyền từ sao này tới sao kia

- Khoảng cách giữa hai ngôi sao là: $d = R_1 + R_2 = 2.10^{12} + 8.10^{12} = 10.10^{12}$ m.
- Thời gian để ánh sáng truyền từ sao này tới sao kia là:

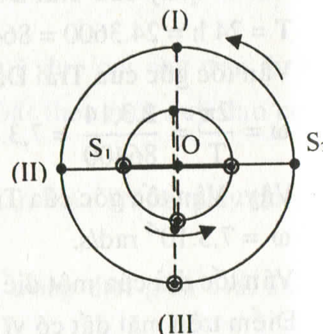
$$t = \frac{d}{c} = \frac{10.10^{12}}{3.10^{8}} = 3,33.10^{4} \text{ s}$$

Vậy: Thời gian để ánh sáng truyền từ sao này tới sao kia là: $t = 3,33.10^{4}$ s.

b) Vẽ hình

- Vị trí hai ngôi sao tại thời điểm $t_1 = 75$ năm là:

$$\alpha_1 = 2\pi.\frac{t_1}{T} = 2\pi.\frac{75}{300} = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$$



- Vị trí hai ngôi sao tại thời điểm $t_2 = 150$ năm là:

$$\alpha_2 = 2\pi.\frac{t_2}{T} = 2\pi.\frac{150}{300} = \pi \text{ rad}$$

- Vị trí hai ngôi sao tại thời điểm $t_3 = 225$ năm là:

$$\alpha_3 = 2\pi.\frac{t_3}{T} = 2\pi.\frac{225}{300} = \frac{3\pi}{2} \text{ rad}$$

3.5. Trong máy cyclotron, các proton sau khi được tăng tốc thì đạt vận tốc 3000 km/s và chuyển động tròn đều với bán kính R = 25 cm.

a) Tính thời gian để một proton chuyển động $\frac{1}{2}$ vòng và chu kì quay của nó.

b) Giả sử cyclotron này có thể tăng tốc các electron tới được vận tốc xấp xỉ vận tốc ánh sáng. Lúc đó, chu kì quay của các electron là bao nhiêu?

Bài giải

Ta có: $v = 3000$ km/s $= 3.10^{6}$ m/s; R = 25 cm = 0,25 m.

a) Thời gian để proton chuyển động $\frac{1}{2}$ vòng và chu kì quay của nó

- Thời gian để proton chuyển động một vòng là:

$$t = \frac{s}{v} = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2.3,14.0,25}{3.10^{6}} = 52,4.10^{-8} \text{ s}$$

- Thời gian để proton chuyển động nửa vòng là:

$$t' = \frac{t}{2} = \frac{52,4.10^{-8}}{2} = 26,2.10^{-8} \text{ s}$$

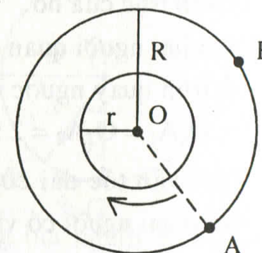
Vậy: Thời gian để proton chuyển động nửa vòng là $t' = 26,2.10^{-8}$ s và chu kì quay của nó là $T = t = 52,4.10^{-8}$ s.

b) Chu kì quay của các electron khi vận tốc chuyển động của nó xấp xỉ vận tốc ánh sáng

Khi v = c thì $T = t = \frac{2\pi R}{c} = \frac{2.3,14.0,25}{3.10^{8}} = 52,4.10^{-10}$ s

Vậy: Khi vận tốc các electron xấp xỉ vận tốc của ánh sáng thì chu kì quay của nó là $T = 52,4.10^{-10}$ s.

3.6. Một dụng cụ để đo vận tốc phân tử có cấu tạo như hình vẽ. Một dây phủ Ag đặt theo trục O của hai ống hình trụ có bán kính r, R. Dây này được đốt nóng bằng dòng điện để phóng ra các nguyên tử Ag. Hai ống hình trụ liên kết với nhau và quay quanh trục với cùng vận tốc góc ω. Hình trụ bên trong có một khe hở để các nguyên tử Ag có thể bay ra hình trụ ngoài.



Khi hai hình trụ không quay, Ag bám vào ở A. Khi hai hình trụ quay đều, có Ag bám vào ở B cách A đoạn *l*.

Tính vận tốc các nguyên tử Ag.

Bài giải

- Quãng đường bay của các nguyên tử Ag dọc theo phương bán kính các hình trụ là: $s = R - r$

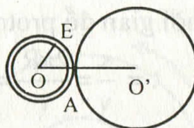
- Trong thời gian các nguyên tử Ag bay dọc theo phương bán kính, điểm A trên hình trụ ngoài quay được một quãng đường AB. Thời gian chuyển động tương ứng là: $t = T.\frac{AB}{2\pi R} = \frac{2\pi}{\omega}.\frac{AB}{2\pi R} = \frac{l}{\omega R}$

- Vận tốc chuyển động của các nguyên tử Ag là:

$$v = \frac{s}{t} = \frac{R - r}{\frac{l}{\omega R}} = \frac{\omega R(R - r)}{l}$$

Vậy: Vận tốc chuyển động của các nguyên tử Ag là $v = \frac{\omega R(R - r)}{l}$.

3.7. Một đĩa tròn bán kính R lăn không trượt ở vành ngoài của một đĩa cố định khác có bán kính 2R. Muốn lăn hết một vòng quanh đĩa lớn thì đĩa nhỏ phải quay mấy vòng quanh trục của nó?



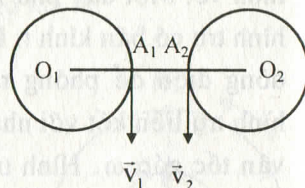
Bài giải

- Vì đĩa tròn lăn không trượt nên khi đĩa nhỏ quay được một góc $\widehat{AOE}$ ứng với quãng đường là cung AE thì tâm O cũng chuyển động được quãng đường bằng AE.
- Để đĩa nhỏ lăn quanh đĩa lớn hết một vòng thì tâm O phải chuyển động hết một quãng đường bằng chu vi đường tròn tâm O', bán kính bằng (2R + R) = 3R, nghĩa là: $s = 2\pi.3R = 6\pi R$
- Số vòng quay quanh trục của đĩa nhỏ là: $N = \frac{s}{c} = \frac{6\pi R}{2\pi R} = 3$

Vậy: Muốn lăn hết một vòng quanh đĩa lớn thì đĩa nhỏ phải quay 3 vòng quanh trục của nó.

3.8. Có hai người quan sát A_1 và A_2 đứng trên hai bệ tròn quay ngược chiều nhau. Cho: $O_1O_2 = 5$ m; $O_1A_1 = O_2A_2 = 2$ m; $\omega_1 = \omega_2 = 1$ rad/s.

Tính vận tốc dài của A_1 đối với A_2 tại thời điểm hai người có vị trí như hình vẽ.

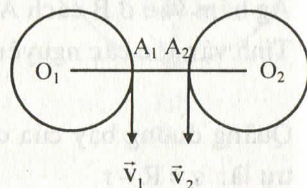


Bài giải

- Theo công thức cộng vận tốc, ta có: $\vec{v}_{12} = \vec{v}_{1O_1} + \vec{v}_{O_12} = \vec{v}_{1O_1} - \vec{v}_{2O_1}$

$\Rightarrow |v_{12}| = |v_{1O_1} - v_{2O_1}|$

Với $v_{1O_1} = \omega_1 O_1A_1 = 1.2 = 2$ m/s;



$v_{2O_1} = \omega_2 O_1A_2 = \omega_2.(O_1O_2 - O_2A_2)$

$= 1.(5 - 2) = 3$ m/s.

$\Rightarrow |v_{12}| = |2 - 3| = 1$ m/s.

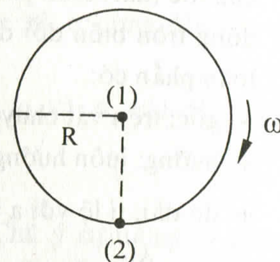
Vậy: Độ lớn vận tốc dài của A_1 đối với A_2 tại thời điểm hai người có vị trí như hình vẽ như trên là $|v_{12}| = 1$ m/s.

3.9. Trong một trò chơi bắn bia, có một bệ tròn nằm ngang quay với vận tốc góc ω không đổi quanh một trục thẳng đứng. Đạn có chuyển động thẳng đều với vận tốc v.

Bán kính của bệ tròn là R. Trên hình vẽ, (1) là vị trí trục quay, (2) là một điểm trên mép của bệ.

Xác định hướng bắn để đạn trúng bia trong hai trường hợp:

- người bắn ở (2), bia đặt ở (1).
- người bắn ở (1), bia đặt ở (2).



Bài giải

- Trường hợp người bắn ở (2), bia đặt ở (1): Để bắn trúng bia, hướng bắn phải là hướng 2-1' sao cho vectơ vận tốc $\vec{V} = \vec{v} + \vec{v}_2$ phải hướng vào bia ở (1) với:

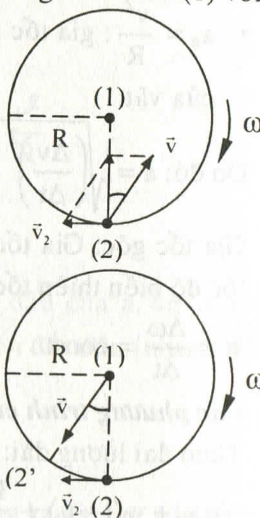
$$\sin\alpha = \frac{v_2}{v} = \frac{\omega R}{v}$$

$$\Rightarrow \alpha = \arcsin\frac{\omega R}{v}$$

($v_2 = \omega R$ là vận tốc dài của người bắn khi đĩa quay)

- Trường hợp người bắn ở (1), bia đặt ở (2): Gọi 2' là vị trí của người bắn sau thời gian đĩa quay $t = \frac{R}{v}$. Để bắn trúng bia, hướng bắn phải là hướng 1-2', với: $\beta = \frac{22'}{R} = \frac{v_2 t}{vt} = \frac{\omega R}{v}$

($v_2 = \omega R$ là vận tốc dài của bia khi đĩa quay)



Vậy: Khi người bắn ở (2), bia đặt ở (1), để bắn trúng bia người bắn phải hướng lệch so với bán kính nối người và bia một góc $\alpha = \arcsin\frac{\omega R}{v}$; khi người bắn ở (1), bia đặt ở (2), để bắn trúng bia người bắn phải hướng lệch so với bán kính nối người và bia một góc $\beta = \frac{\omega R}{v}$.

Chuyên đề 4:

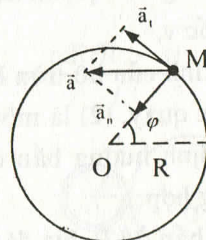
CHUYỂN ĐỘNG TRÒN BIẾN ĐỔI ĐỀU

A. TÓM TẮT KIẾN THỨC

1. *Định nghĩa:* Chuyển động tròn biến đổi đều là chuyển động có quỹ đạo là đường tròn và tốc độ dài (hoặc tốc độ góc) của vật chuyển động tăng hoặc giảm đều theo thời gian.

2. Gia tốc trong chuyển động tròn biến đổi đều

- Gia tốc (dài) toàn phần: Trong chuyển động tròn biến đổi đều, vectơ gia tốc toàn phần có:



+ gốc: trên vật chuyển động.
+ hướng: luôn hướng về bề lõm của quỹ đạo.
+ độ dài: tỉ lệ với $a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}$, với:

• $a_t = \dfrac{\Delta v}{\Delta t}$: gia tốc tiếp tuyến, đặc trưng cho tốc độ biến đổi độ lớn vận tốc của vật.

• $a_n = \dfrac{v^2}{R}$: gia tốc pháp tuyến, đặc trưng cho tốc độ biến đổi hướng vận tốc của vật.

Do đó: $a = \sqrt{\left(\dfrac{\Delta v}{\Delta t}\right)^2 + \dfrac{v^4}{R^2}}$ (4.1)

- Gia tốc góc: Gia tốc góc trong chuyển động tròn biến đổi đều đặc trưng cho tốc độ biến thiên tốc độ góc của chuyển động.

$\alpha = \dfrac{\Delta\omega}{\Delta t} = \text{const}$ (4.2)

3. Các phương trình của chuyển động tròn biến đổi đều

- Theo đại lượng dài: $v = v_0 + a_t(t - t_0)$ (4.3)

$s = s_0 + v_0(t - t_0) + \dfrac{1}{2}a_t(t - t_0)^2$ (4.4)

$v^2 - v_0^2 = 2a_t(s - s_0)$ (4.5)

- Theo đại lượng góc: $\omega = \omega_0 + \alpha(t - t_0)$ (4.6)

$\varphi = \varphi_0 + \omega_0(t - t_0) + \dfrac{1}{2}\alpha(t - t_0)^2$ (4.7)

$\omega^2 - \omega_0^2 = 2\alpha(\varphi - \varphi_0)$ (4.8)

✦ *Chú ý*

- Nếu chọn gốc thời gian lúc $t_0 = 0$ thì: $v = v_0 + a_t t$, $s = s_0 + v_0 t + \dfrac{1}{2}a_t t^2$, $v^2 - v_0^2 = 2a_t(s - s_0)$; $\omega = \omega_0 + \alpha t$, $\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \dfrac{1}{2}\alpha t^2$, $\omega^2 - \omega_0^2 = 2\alpha(\varphi - \varphi_0)$.
- Trong chuyển động tròn biến đổi đều thì: a_t = const, α = const.
- Tương tự như với chuyển động thẳng biến đổi đều, với chuyển động tròn biến đổi đều thì:
  + chuyển động tròn nhanh dần đều thì v và a_t hoặc ω và α cùng dấu (cùng dương hoặc cùng âm).
  + chuyển động tròn chậm dần đều thì v và a_t hoặc ω và α trái dấu (đại lượng này dương thì đại lượng kia âm và ngược lại).

B. NHỮNG CHÚ Ý KHI GIẢI BÀI TẬP

- Cần phân biệt các đại lượng dài với đại lượng góc. Chú ý sự tương tự giữa chuyển động thẳng biến đổi đều và chuyển động tròn biến đổi đều.
- Gia tốc toàn phần trong chuyển động tròn biến đổi đều bao gồm:
  + gia tốc tiếp tuyến (tiếp tuyến với bán kính tại vị trí của vật chuyển động): $a_t = \dfrac{\Delta v}{\Delta t} = \dfrac{v - v_0}{\Delta t}$.
  + gia tốc pháp tuyến (hướng vào tâm đường tròn): $a_n = \dfrac{v^2}{R}$.

Do đó: $a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = \sqrt{\left(\dfrac{\Delta v}{\Delta t}\right)^2 + \dfrac{v^4}{R^2}}$

- Dấu của v và ω tùy thuộc vào chiều dương ta chọn; dấu của a_t và α tùy thuộc vào chiều dương ta chọn và loại chuyển động biến đổi đều (nhanh dần hay chậm dần đều).
- Đơn vị:
  + với các đại lượng dài: như với chuyển động thẳng.
  + với các đại lượng góc: φ (đo bằng rad); ω (đo bằng rad/s); α (đo bằng rad/s²), với $1 \text{ rad} = \left(\dfrac{180}{3{,}14}\right)^o \approx 57{,}3^o$ hoặc $1^o = \dfrac{3{,}14}{180} \text{ rad} \approx 0{,}0174 \text{ rad}$.

C. CÁC BÀI TẬP VỀ CHUYỂN ĐỘNG TRÒN BIẾN ĐỔI ĐỀU

4.1. Một chất điểm chuyển động tròn với gia tốc góc không đổi $\alpha = 2 \text{ rad/s}^2$ từ trạng thái đứng yên. Tính:

a) Vận tốc góc ở thời điểm t. b) Tọa độ góc ở thời điểm t.

c) Vận tốc, gia tốc tiếp tuyến và gia tốc pháp tuyến cùng ở thời điểm t.

Bài giải

Chọn gốc thời gian lúc vật bắt đầu quay: $\omega_0 = 0$; $\varphi_0 = 0$.

a) Vận tốc góc ở thời điểm t

Ta có: $\omega = \omega_0 + \alpha t = \alpha t = 2t$

Vậy: Vận tốc góc của chất điểm ở thời điểm t là $\omega = 2t$ (rad/s).

b) Tọa độ góc ở thời điểm t

Ta có: $\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2 = \frac{1}{2}\alpha t^2 = \frac{1}{2}.2t^2 = t^2$

Vậy: Tọa độ góc của chất điểm ở thời điểm t là $\varphi = t^2$ (rad).

c) Vận tốc, gia tốc tiếp tuyến và gia tốc pháp tuyến cùng ở thời điểm t

- Gia tốc pháp tuyến: $a_n = \omega^2 R = \alpha^2 t^2 R = 4Rt^2$
- Gia tốc tiếp tuyến: $a_t = \frac{v - v_0}{t} = \frac{R(\omega - \omega_0)}{t} = R\alpha = 2R$
- Vận tốc (dài): $v = \omega R = 2Rt$.

Vậy: Vận tốc, gia tốc tiếp tuyến và gia tốc pháp tuyến cùng ở thời điểm t lần lượt là $a_n = 4Rt^2$; $a_t = 2R$ và $v = 2Rt$.

4.2. (Đề thi HSG Vật lí 10, Năm học 1982-1983). Một tàu hỏa chuyển động chậm dần đều trên quãng đường s = 800 m có dạng cung tròn bán kính R = 800 m. Vận tốc ở đầu quãng đường là v_0 = 54 km/h và ở cuối quãng đường là v = 18 km/h. Tính:

a) Gia tốc toàn phần của tàu tại điểm đầu và điểm cuối của quãng đường.

b) Thời gian cần thiết để tàu đi hết quãng đường đó.

Bài giải

Ta có: v_0 = 54 km/h = 15 m/s; v = 18 km/h = 5 m/s.

a) Gia tốc toàn phần của tàu tại điểm đầu và điểm cuối của quãng đường

- Gia tốc tiếp tuyến của tàu là: $a_t = \frac{v^2 - v_0^2}{2s} = \frac{5^2 - 15^2}{2.800} = -0,125$ m/s^2.
- Gia tốc pháp tuyến của tàu là: $a_n = \frac{v^2}{R}$
- Tại điểm đầu quãng đường: v_0 = 15 m/s $\Rightarrow a_{n(0)} = \frac{15^2}{800} = 0,28125$ m/s^2.

$\Rightarrow a_0 = \sqrt{a_{n(0)}^2 + a_t^2} = \sqrt{0,28125^2 + (-0,125)^2} = 0,308$ m/s^2.

- Tại điểm cuối quãng đường: v = 5 m/s $\Rightarrow a_{n(1)} = \frac{5^2}{800} = 0,03125$ m/s^2.

$\Rightarrow a_1 = \sqrt{a_{n(1)}^2 + a_t^2} = \sqrt{0,03125^2 + (-0,125)^2} = 0,129$ m/s^2.

Vậy: Gia tốc toàn phần ở đầu và cuối quãng đường là $a_0 = 0,308$ m/s^2 và $a_1 = 0,129$ m/s^2.

b) Thời gian cần thiết để tàu đi hết quãng đường đó

Ta có: $t = \frac{v - v_0}{a_t} = \frac{5 - 15}{-0,125} = 80$ s

Vậy: Thời gian cần thiết để tàu đi hết quãng đường đó là t = 80 s.

4.3. Đĩa hát "33 vòng" quay 33 vòng mỗi phút. Đĩa hát có đường kính 30 cm. Hãy tính vận tốc góc và vận tốc dài của điểm ở vành ngoài.

Bài giải

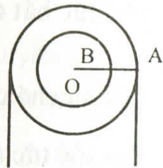
- Tần số quay của đĩa hát là: $n = \frac{33}{60}$ (vòng/s)
- Vận tốc góc của điểm ở ngoài vành đĩa là: $\omega = 2\pi n = 2.3,14.\frac{33}{60} = 3,454$ rad/s
- Vận tốc dài của điểm ở ngoài vành đĩa là: $v = \omega R = 3,454.0,15 = 0,5181$ m/s.

Vậy: Vận tốc góc và vận tốc dài của điểm ở vành ngoài đĩa lần lượt là $\omega = 3,454$ rad/s và v = 0,5181 m/s.

4.4. Điểm A ngoài vành của ròng rọc có vận tốc v_A = 0,6m/s. Điểm B trên cùng bán kính với A, với AB = 20cm, có vận tốc v_B = 0,2 m/s.

Hãy tính vận tốc góc và đường kính của ròng rọc.

Coi ròng rọc có chuyển động quay đều quanh trục.



Bài giải

- Vì khi ròng rọc chuyển động quay đều thì các điểm trên ròng rọc có cùng vận tốc góc ω nên:

$$\frac{v_A}{v_B} = \frac{\omega R_A}{\omega R_B} = \frac{R_A}{R_B} = \frac{R_A}{R_A - 20} \Rightarrow \frac{R_A}{R_A - 20} = \frac{0,6}{0,2} = 3$$

$\Rightarrow 3R_A - 60 = R_A \Rightarrow R_A = 30$ cm = 0,3 m và $\omega = \frac{v_A}{R_A} = \frac{0,6}{0,3} = 2$ rad/s.

Vậy: Vận tốc góc của ròng rọc là ω = 2 rad/s và đường kính của ròng rọc là $d = 2R_A = 2.0,3 = 0,6$ m.

4.5. Trên phim nhựa loại 8 mm cứ 26 ảnh chiếm một chiều dài 10 cm.

a) Khi chiếu, phim chạy qua đèn chiếu với nhịp 24 ảnh/giây. Tính vận tốc của phim.

b) Phim được cuộn trên một lõi. Đầu buổi chiếu bán kính lõi là R_1 = 2 cm; cuối buổi chiếu, bán kính là R_2 = 7 cm. Tính xem vận tốc góc của lõi phim thay đổi trong khoảng nào?

Bài giải

a) Vận tốc của phim

Ta có: $v = \frac{s}{t} = \frac{10}{26}.24 = 9,2$ cm/s.

Vậy: Vận tốc của phim là v = 9,2 cm/s.

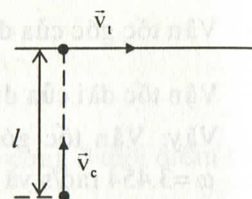
b) Vận tốc góc của lõi phim

- Vận tốc góc của lõi phim ở đầu buổi chiếu là: $\omega_1 = \frac{v}{R_1} = \frac{9,2}{2} = 4,6$ rad/s.

- Vận tốc góc của lõi phim ở cuối buổi chiếu là: $\omega_2 = \frac{v}{R_2} = \frac{9,2}{7} = 1,3$ rad/s.

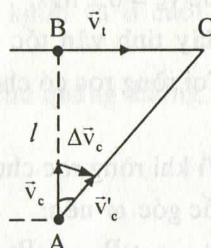
Vậy: Vận tốc góc của lõi phim thay đổi từ 1,3 rad/s đến 4,6 rad/s.

4.6. Một con chó săn đuổi theo một con thỏ. Thỏ chạy theo đường thẳng với vận tốc $\vec{v}_t$ không đổi. Khi chó nhìn thấy thỏ thì hai con vật cách nhau khoảng *l*. Chó chạy với vận tốc $\vec{v}_c$ có độ lớn không đổi nhưng $\vec{v}_c$ luôn hướng về vị trí thỏ. Tính gia tốc tức thời của chó lúc bắt đầu đuổi thỏ.



Bài giải

Giả sử chó đuổi kịp thỏ ở C. Ta có:



- Gia tốc tức thời của chó là: $a_c = \frac{\Delta v_c}{\Delta t}$

- Tam giác ABC cho: $\tan\alpha = \frac{BC}{AB} = \frac{v_t \Delta t}{l}$

- Lúc bắt đầu đuổi thỏ: $\Delta t \to 0 \Rightarrow \Delta\vec{v}_c \perp \vec{v}_c$, do đó:

$$\tan\alpha = \frac{\Delta v_c}{v_c} \Rightarrow \Delta v_c = v_c.\tan\alpha = \frac{v_c v_t.\Delta t}{l} \Rightarrow a_c = \frac{v_c v_t.\Delta t}{l.\Delta t} = \frac{v_c v_t}{l}$$

Vậy: Khi bắt đầu đuổi thỏ, gia tốc tức thời của chó là $a_c = \frac{v_c v_t}{l}$.

Chuyên đề 5:

KHẢO SÁT CHUYỂN ĐỘNG BẰNG PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ

A. TÓM TẮT KIẾN THỨC

1. ***Nội dung phương pháp tọa độ:*** Để khảo sát những chuyển động phức tạp có quỹ đạo là những đường cong người ta thường dùng phương pháp tọa độ. Nội dung phương pháp này như sau:

- Chọn hệ trục tọa độ (thường là hệ tọa độ Đề-các hai chiều Oxy) và phân tích chuyển động phức tạp thành các chuyển động thành phần đơn giản trên các trục tọa độ, nghĩa là chiếu M xuống hai trục Ox và Oy để có các hình chiếu M_x và M_y.
- Khảo sát riêng rẽ các chuyển động của M_x và M_y về:
  + tính chất chuyển động.
  + các phương trình chuyển động.
- Tổng hợp các lời giải riêng rẽ thành lời giải đầy đủ cho chuyển động thực của M.

2. ***Chú ý:*** Phương pháp tọa độ thường được dùng để khảo sát các chuyển động sau:

- Chuyển động thẳng nhưng quỹ đạo không trùng với các trục tọa độ của hệ quy chiếu.
- Chuyển động tròn; chuyển động cong như: ném ngang, ném xiên...

B. NHỮNG CHÚ Ý KHI GIẢI BÀI TẬP

- Khi chọn hệ tọa độ để khảo sát chuyển động của vật cần chọn sao cho việc giải bài toán được đơn giản: các thành phần hình chiếu lên các trục tọa độ là những chuyển động thẳng đơn giản như chuyển động thẳng đều, chuyển động thẳng biến đổi đều, rơi tự do...
- Trong hệ tọa độ Đề-các vuông góc hai chiều khi tổng hợp thành chuyển động thực của M cần chú ý:
  + Phương trình quỹ đạo của M: Khử t từ hai phương trình chuyển động của M_x và M_y ta được phương trình quỹ đạo của M.
  + Vận tốc của M: $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$
- Thời gian chuyển động của M_x bằng thời gian chuyển động của M_y và bằng thời gian chuyển động của M: $t_x = t_y = t$.

C. CÁC BÀI TẬP VỀ PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ

5.1. Lúc 6 h 30 phút sáng một xe chuyển động thẳng đều từ A về B với vận tốc 36 km/h. Sau đó 15 phút, một xe khác chuyển động thẳng đều từ B về A với

vận tốc 27 km/h. Cho AB = 72 km. Chọn gốc tọa độ là điểm O ở trên đường trung trực của AB và cách đường thẳng AB đoạn d = 1 km.

a) Lập các phương trình chuyển động của hai xe.

b) Xác định lúc và nơi hai xe gặp nhau.

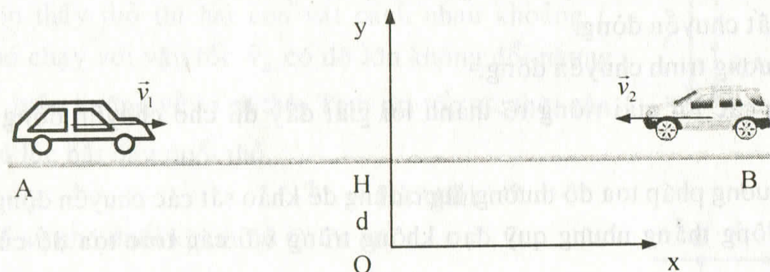
Bài giải

a) Phương trình chuyển động của hai xe

Chọn hệ trục tọa độ Đề-các vuông góc Oxy, với gốc tọa độ O ở trên đường trung trực của AB và cách đường thẳng AB đoạn d = 1 km; các trục tọa độ Ox song song với đường thẳng AB, Oy trùng với đường trung trực của AB; gốc thời gian lúc 6 h 30 phút. Ta có:

+ Xe 1: $x_{01} = -36$ km; $y_{01} = 1$ km; $v_{1x} = 36$ km/h; $v_{1y} = 0$; $t_{01} = 0$.

+ Xe 2: $x_{02} = 36$ km; $y_{02} = 1$ km; $v_{2x} = -27$ km/h; $v_{2y} = 0$; $t_{02} = 15$ phút $= 0,25$h.



- Phương trình chuyển động của hai xe:

+ Xe 1: $x_1 = x_{01} + v_{1x}t = -36 + 36t$; $y_1 = 1$ km.

+ Xe 2: $x_2 = x_{02} + v_{2x}t = 36 - 27(t - 0,25)$; $y_2 = 1$ km.

b) Xác định lúc và nơi hai xe gặp nhau

- Khi hai xe gặp nhau: $x_1 = x_2$ và $y_1 = y_2$.

$\Rightarrow -36 + 36t = 36 - 27(t - 0,25)$ (1)

và $y_1 = y_2 = 1$ km (2)

$\Rightarrow t = 1,25$ h = 1 h 15 phút; $x_1 = x_2 = 9$ km; $y_1 = y_2 = 1$ km.

Vậy: Hai xe gặp nhau lúc (6 h 30 phút + 1 h 15 phút) = 7 h 45 phút; vị trí gặp nhau là C (9; 1).

5.2. Ở một khúc sông thẳng, vận tốc của dòng nước tăng tỉ lệ thuận với khoảng cách từ bờ. Vận tốc của dòng nước sát bờ là 0 và vận tốc của dòng nước ở ngay giữa sông là v_0.

Một thuyền chạy băng qua dòng sông với vận tốc có độ lớn không đổi u và hướng luôn vuông góc với vận tốc chảy của dòng nước.

Biết bề rộng của sông là c, hãy tính quãng đường mà thuyền bị dòng nước cuốn đi khi băng ngang qua sông.

Bài giải

Chọn hệ tọa độ Đề-các vuông góc Oxy với gốc O là điểm xuất phát A của thuyền; trục Ox dọc theo bờ sông, trục Oy vuông góc với bờ sông; gốc thời gian lúc thuyền bắt đầu xuất phát.

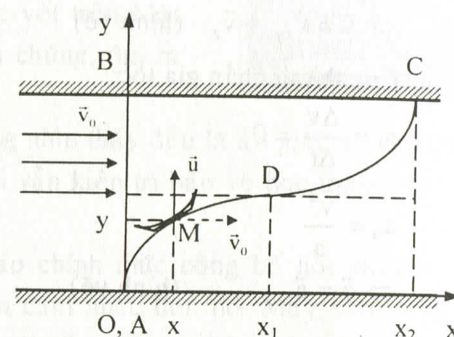
- Tại vị trí M của thuyền trên sông, với M (x, y) ta có:

$y = ut$ (1)

$v = \dfrac{2v_0}{c}y = \dfrac{2v_0ut}{c} = a_xt$ (2)

$x = \dfrac{1}{2}a_xt^2 = \dfrac{1}{2}.\dfrac{2v_0u}{c}t^2 = \dfrac{v_0u}{c}t^2$ (3)

với $a_x = \dfrac{2v_0u}{c} = \text{const}$.



- Khi đến giữa sông: $y = \dfrac{c}{2} \Rightarrow t = \dfrac{c}{2u}$.

$\Rightarrow x_1 = \dfrac{v_0u}{c}.\left(\dfrac{c}{2u}\right)^2 = \dfrac{v_0c}{4u}$

- Khi qua đến bờ bên kia, $x_2 = 2x_1 = \dfrac{v_0c}{2u}$

Vậy: Quãng đường mà thuyền bị dòng nước cuốn đi khi băng ngang qua sông là $s = |x_2| = \dfrac{v_0c}{2u}$

5.3. Một vật chuyển động trong không gian. Vị trí của vật được xác định bởi hệ quy chiếu OXYZ. Phương trình chuyển động của hình chiếu lên 3 trục là:

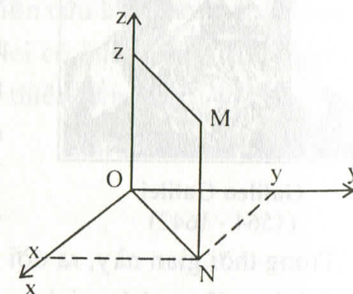
$x = a\sin\alpha t$

$y = a\cos\alpha t$

$z = bt$

(a, b, c : hằng số; t : thời gian)

Hãy xác định quỹ đạo, vectơ vận tốc và vectơ gia tốc của vật.



Bài giải

- Quỹ đạo chuyển động của vật

Ta có: $s^2 = x^2 + y^2 = (a\sin\alpha t)^2 + (a\cos\alpha t)^2 = a^2(\sin^2\alpha t + \cos^2\alpha t) = a^2$ (1)

$z = bt$ (2)

Như vậy, chuyển động của vật là tổng hợp của hai chuyển động: chuyển động tròn trên đường tròn tâm O, bán kính a và chuyển động thẳng đều trên đường thẳng z = bt, do đó quỹ đạo chuyển động của vật là đường xoắn ốc trên mặt hình trụ bắt đầu từ điểm N.

- Vectơ vận tốc và vectơ gia tốc
  + Các thành phần vận tốc:

$v_x = a\alpha\cos\alpha t = v_{0x}\cos\alpha t$;

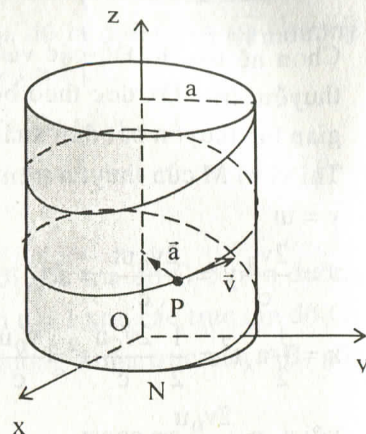
$v_y = -a\alpha\sin\alpha t = v_{0y}\sin\alpha t$;

$v_z = b$.

$\Rightarrow v_{xy} = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = a\alpha = const$;

$v_z = b = const$.

và $\vec{v} = \vec{v}_{xy} + \vec{v}_z$ (hình vẽ)



  + Các thành phần gia tốc:

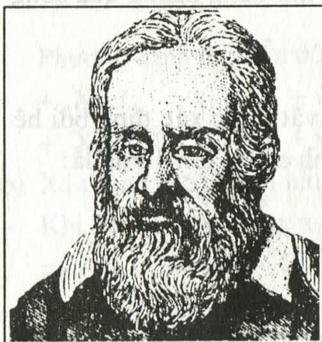
$a_t = \dfrac{\Delta v}{\Delta t} = 0$

$a_n = \dfrac{v^2}{a}$

$\Rightarrow \vec{a} = \vec{a}_n$ (hình vẽ)

CHÂN DUNG VÀ GIAI THOẠI CÁC NHÀ VẬT LÍ HỌC

GALILEO GALILEI (1564 – 1642)



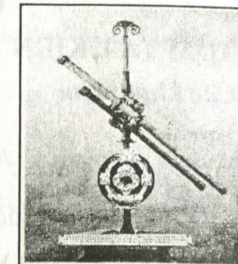
Galileo Galilei
(1564 - 1642)

Nhà vật lí và thiên văn lỗi lạc người Ý Galileo Galilei sinh ra ở Pise. Ông đi học đến năm 11 tuổi. Sau đó theo tập quán thời ấy, ông được giáo dục và đào tạo trong tu viện, ở đó ông làm quen với các tác phẩm của các nhà văn La Tinh và Hy Lạp. Năm 1581, Galilei vào trường đại học Pisa theo học ngành y khoa. Tại đây lần đầu tiên ông đọc các tuyển tập Aristote, Euclide, Arichimede. Vì say mê toán học và cơ học, ông rời bỏ trường đại học và học toán ở Florence trong 4 năm.

Trong thời gian này, ra đời các công trình khoa học đầu tiên của ông về thủy tĩnh học (ông phát minh ra cân để xác định thành phần của các hợp kim) và về vai trò của trọng tâm trong chuyển động các vật.

Từ năm 1589, Galilei dạy toán ở Pise, sau đó là Padova và tiếp tục nghiên cứu khoa học. Thời kì của Padova trong cuộc đời của Galilie (1592 –1610) là thời kì rực rỡ nhất trong hoạt động khoa học của ông. Ông phát minh ra định luật *quán tính*, theo đó nếu không có lực nào tác dụng lên vật thì nó sẽ đứng yên hoặc chuyển động thẳng đều mãi mãi. Galilei khảo sát định luật rơi tự do

của các vật, chuyển động trên mặt phẳng nghiêng, chuyển động của vật ném nghiêng so với mặt phẳng nằm ngang. Ông nêu lên định luật về *dao động* của con lắc: chu kì dao động không phụ thuộc biên độ, tính chất ấy của con lắc gọi là tính đẳng thời.



Năm 1609, Galilei chế tạo kính viễn vọng đầu tiên của mình, có độ phóng đại bằng 3, sau đó là kính viễn vọng với độ phóng đại 32. Với kính này, ông phát hiện các núi trên Mặt Trăng; các pha của Kim Tinh, các vệ tinh của Mộc Tinh, các vết trên Mặt Trời và chuyển động quay riêng của chúng, tìm ra nhiều sao mới.

Giáo hội tuyên bố tất cả những gì ông nhìn thấy đều là ảo giác và các quan sát của ông là sai lầm. Nhưng Galilei vẫn kiên trì bảo vệ học thuyết của N. Copernic về hệ Nhật tâm.

Năm 1616, Giáo hội Thiên chúa giáo chính thức công bố học thuyết của Copernic là một tà thuyết và nghiêm cấm nhắc đến nó. Mấy năm ròng rã Galilei buộc phải câm lặng hoặc chỉ nói gần nói xa về học thuyết Copernic. Năm 1632, ông cho xuất bản cuốn sách tuyệt vời *"Đối thoại về hai hệ thống thế giới"* trong đó ông trình bày những ý tưởng duy vật dưới dạng một tranh luận giữa ba người đối thoại với nhau. Giáo hội ra lệnh cấm cuốn sách, và tác giả bị đưa ra tòa, đe dọa phải chịu nhục hình buộc ông phải tuyên bố công khai bỏ các quan điểm của mình. Trong 9 năm, Galilei bị coi là tù nhân chịu sự tra tấn của tòa án giáo hội.

Năm 1637, ông bị mù nhưng vẫn tiếp tục nghiên cứu khoa học cho đến những ngày cuối đời. Hoạt động khoa học của Galilei có ảnh hưởng rất lớn đối với sự phát triển về sau của cơ học, quang học và thiên văn học.

Phần thứ hai
ĐỘNG LỰC HỌC

Chuyên đề 6:
CÁC ĐỊNH LUẬT NIU-TƠN

A. TÓM TẮT KIẾN THỨC

1. Các khái niệm

Lực

Định nghĩa

- Lực là đại lượng đặc trưng cho tác dụng của vật này lên vật khác, kết quả là gây ra gia tốc cho vật hoặc làm cho vật bị biến dạng.
- Lực là đại lượng vectơ. Đơn vị của lực trong hệ SI là niu-tơn (N). Để đo lực người ta dùng lực kế.

Sự cân bằng lực

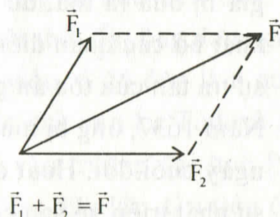
- Khi một vật chịu tác dụng của nhiều lực nhưng vẫn đứng yên hoặc chuyển động thẳng đều ta nói vật chịu tác dụng của các lực cân bằng.
- Các lực cân bằng là các lực cùng tác dụng vào vật và có hợp lực bằng 0.

$$\vec{F}_{hl} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + ... = \vec{0} \quad (6.1)$$

- Trạng thái đứng yên và trạng thái chuyển động thẳng đều gọi chung là trạng thái cân bằng.

Tổng hợp lực

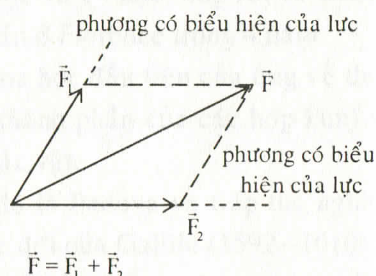
- Tổng hợp lực là thay thế hai hay nhiều lực cùng tác dụng vào vật bằng một lực duy nhất có tác dụng giống như tất cả các lực ấy. Lực thay thế gọi là hợp lực.
- Hợp lực của nhiều lực được xác định theo quy tắc hình bình hành.



$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{F}$

Phân tích lực

- Phân tích lực là thay thế một lực bằng hai hay nhiều lực cùng tác dụng vào vật có tác dụng giống như lực ấy. Các lực thay thế gọi là các lực thành phần.
- Phép phân tích lực cũng tuân theo quy tắc hình bình hành. Việc xác định phương của các lực thành phần trong phép phân tích lực dựa vào các biểu hiện cụ thể của lực tác dụng.



$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$

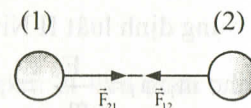
- Khối lượng
- Khối lượng của vật là đại lượng đặc trưng cho mức quán tính (tính ì, tính bảo toàn vận tốc) của vật.
- Khối lượng là đại lượng vô hướng, dương, không đổi đối với mỗi vật và có tính cộng được. Đơn vị của khối lượng trong hệ SI là kilogam (kg). Để đo khối lượng người ta thường dùng cân.

2. Các định luật Niu-tơn

- **Định luật I:** Nếu một vật không chịu tác dụng của lực nào hoặc chịu tác dụng của các lực cân bằng thì nó sẽ giữ nguyên trạng thái đứng yên nếu đang đứng yên hoặc tiếp tục chuyển động thẳng đều.
- **Định luật II:** Gia tốc của một vật cùng hướng với lực tác dụng lên vật, có độ lớn tỉ lệ thuận với lực tác dụng và tỉ lệ nghịch với khối lượng của vật.

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} \quad (6.2)$$

- **Chú ý:** Nếu vật chịu tác dụng của nhiều lực thì: $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + ...$
- **Định luật III:** Lực tương tác giữa hai vật luôn là hai lực trực đối: cùng phương, ngược chiều và cùng độ lớn.



$$\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12} \quad (6.3)$$

với: $\vec{F}_{21} = m_1\vec{a}_1$ là lực do vật 2 tác dụng lên vật 1; $\vec{F}_{12} = m_2\vec{a}_2$ là lực do vật 1 tác dụng lên vật 2.

- **Chú ý:** Một trong hai lực tương tác gọi là lực tác dụng còn lực kia gọi là phản lực. Lực và phản lực có các đặc điểm:
  + cùng xuất hiện và cùng mất đi đồng thời.
  + cùng bản chất.
  + tác dụng lên hai vật khác nhau.

B. NHỮNG CHÚ Ý KHI GIẢI BÀI TẬP

- Cần phân biệt cặp lực cân bằng (đặt vào một vật, cùng phương, ngược chiều và cùng độ lớn) và cặp lực trực đối (đặt vào hai vật khác nhau, cùng phương, ngược chiều và cùng độ lớn) khi biểu diễn lực và giải thích các hiện tượng liên quan đến tương tác giữa các vật.
- Tác dụng giữa hai vật bao giờ cũng có tính tương tác (qua lại): A tác dụng lên B một lực thì B cũng tác dụng lại A một lực, hai lực này là hai lực trực đối trong định luật III Niu-tơn.
- Có thể biểu diễn ngắn gọn nội dung các định luật Niu-tơn như sau:
  + Định luật I: $\Sigma\vec{F} = \vec{0} \Rightarrow \vec{a} = \vec{0}$: vật đứng yên hoặc chuyển động thẳng đều.

+ Định luật II: $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$: $\vec{a}$ cùng hướng với $\vec{F}$ và $a = \frac{F}{m}$.

+ Định luật III: $\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}$: lực tương tác giữa hai vật là hai lực trực đối.

- Phép tổng hợp lực và phân tích lực đều tuân theo quy tắc *hình bình hành*:

+ $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + ...$

+ Nếu xét trong hệ Oxy thì hệ thức trên tương đương với:

$F_x = F_{1x} + F_{2x} + ...$

$F_y = F_{1y} + F_{2y} + ...$

và $F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$

- Cần phối hợp với các công thức ở phần *Động học chất điểm* khi giải bài tập.

C. CÁC BÀI TẬP VỀ BA ĐỊNH LUẬT NIU-TƠN

6.1. Lực F truyền cho vật khối lượng m_1 gia tốc 2 m/s^2, truyền cho vật khối lượng m_2 gia tốc 6 m/s^2.

Hỏi lực F truyền cho vật khối lượng $m = m_1 + m_2$ một gia tốc là bao nhiêu?

Bài giải

- Áp dụng định luật II Niu-tơn:

+ cho m_1: $a_1 = \frac{F}{m_1} \Rightarrow m_1 = \frac{F}{a_1}$ (1)

+ cho m_2: $a_2 = \frac{F}{m_2} \Rightarrow m_2 = \frac{F}{a_2}$ (2)

+ cho $m = m_1 + m_2$: $a = \frac{F}{m_1 + m_2} \Rightarrow m_1 + m_2 = \frac{F}{a}$ (3)

- Thay (1), (2) vào (3) ta được:

$\frac{F}{a_1} + \frac{F}{a_2} = \frac{F}{a} \Rightarrow a = \frac{a_1 a_2}{a_1 + a_2} = \frac{2.6}{2+6} = 1{,}5$ m/s^2.

Vậy: Khi truyền cho vật khối lượng $m = m_1 + m_2$ một lực F thì gia tốc vật thu được là $a = 1{,}5$ m/s^2.

6.2. Một xe lăn khối lượng 50 kg, dưới tác dụng của một lực kéo theo phương ngang, chuyển động không vận tốc đầu từ đầu đến cuối phòng mất 10 s. Khi chất lên xe một kiện hàng, xe phải chuyển động mất 20 s. Bỏ qua ma sát. Tìm khối lượng kiện hàng.

Bài giải

Gọi m và m' lần lượt là khối lượng của xe và của kiện hàng. Chọn chiều dương là chiều chuyển động của xe.

- Áp dụng định luật II Niu-tơn:

+ cho xe: $a_1 = \frac{F}{m}$ (1)

+ cho xe và kiện hàng: $a_2 = \frac{F}{m + m'}$ (2)

- Quãng đường đi của xe trong hai trường hợp là: $s = \frac{1}{2}a_1 t_1^2 = \frac{1}{2}a_2 t_2^2$ (3)

- Từ (3) suy ra: $\frac{a_1}{a_2} = \frac{t_2^2}{t_1^2} = \left(\frac{20}{10}\right)^2 = 4$

- Từ (1) và (2) suy ra: $\frac{a_1}{a_2} = \frac{m + m'}{m} = 4$

$\Rightarrow m' = 3m = 3.50 = 150$ kg

Vậy: Khối lượng của kiện hàng là m' = 150 kg.

6.3. Vật chuyển động thẳng trên đoạn đường AB chịu tác dụng lực F_1 theo phương ngang và tăng tốc từ 0 đến 10 m/s trong thời gian t. Trên đoạn đường BC vật chịu tác dụng lực F_2 theo phương ngang và tăng tốc đến 15 m/s cũng trong thời gian t.

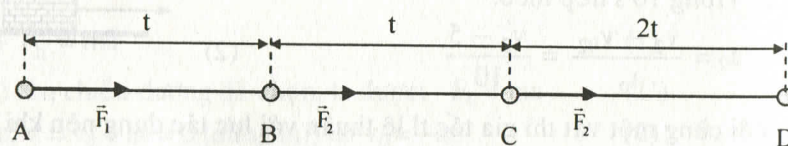
a) Tính tỉ số $\frac{F_2}{F_1}$.

b) Vật chuyển động trên đoạn đường CD trong thời gian 2t vẫn dưới tác dụng của lực F_2. Tìm vận tốc vật ở D.

Biết A, B, C, D cùng nằm trên một đường thẳng.

Bài giải

a) Tỉ số $\frac{F_2}{F_1}$



- Áp dụng định luật II Niu-tơn cho vật:

+ trên đoạn đường AB: $a_1 = \frac{F_1}{m}$ (1)

+ trên đoạn đường BC: $a_2 = \frac{F_2}{m}$ (2)

$\Rightarrow \frac{a_2}{a_1} = \frac{F_2}{F_1}$ (3)

- Mặt khác: $a_1 = \frac{v_1 - v_{01}}{t} = \frac{10 - 0}{t} = \frac{10}{t}$; $a_2 = \frac{v_2 - v_{02}}{t} = \frac{15 - 10}{t} = \frac{5}{t}$.

$\Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{a_2}{a_1} = \frac{5}{10} = 0,5$

Vậy: Tỉ số $\frac{F_2}{F_1} = 0,5$.

b) Vận tốc của vật ở D

- Gọi a_3 là gia tốc của vật trên đoạn CD. Ta có: $a_3 = \frac{F_3}{m} = \frac{F_2}{m}$ (4)

$\Rightarrow \frac{a_3}{a_2} = \frac{F_3}{F_2} = 1 \Rightarrow a_3 = a_2$

- Mặt khác: $a_3 = \frac{v_3 - v_{03}}{2t} = \frac{v_D - 15}{2t} \Rightarrow \frac{5}{t} = \frac{v_D - 15}{2t}$

$\Rightarrow v_D = 10 + 15 = 25$ m/s.

Vậy: Vận tốc của vật ở D là $v_D = 25$ m/s.

6.4. Vật chịu tác dụng lực ngang $\vec{F}$ ngược chiều chuyển động thẳng trong 6 s, vận tốc giảm từ 8 m/s còn 5 m/s. Trong 10 s tiếp theo, lực tác dụng tăng gấp đôi về độ lớn còn hướng không đổi.

Tính vận tốc của vật ở thời điểm cuối.

Bài giải

- Chọn chiều dương là chiều chuyển động của vật. Ta có:

+ Trong 8 s đầu:

$a_1 = \frac{v_1 - v_{01}}{t_1} = \frac{5-8}{6} = -0,5 \text{ m/s}^2$ (1)

chiều chuyển động

$\vec{F}$

+ Trong 10 s tiếp theo:

$a_2 = \frac{v_2 - v_{02}}{t_2} = \frac{v_2 - 5}{10}$ (2)

- Với cùng một vật thì gia tốc tỉ lệ thuận với lực tác dụng nên khi $F_2 = 2F_1$

$\Rightarrow a_2 = 2a_1 \Rightarrow a_2 = 2.(-0,5) = -1 \text{ m/s}^2$

- Từ (2) suy ra: $v_2 = 10a_2 + 5 = 10.(-1) + 5 = -5$ m/s.

Vậy: Vận tốc của vật ở thời điểm cuối là $v_2 = -5$ m/s.

6.5. Có hai vật: vật m_1 ban đầu đứng yên còn m_2 chuyển động thẳng đều với vận tốc v_0. Đặt lên mỗi vật lực $\vec{F}$ giống nhau, cùng phương $\vec{v}_0$.

Tìm F để sau thời gian t hai vật có cùng độ lớn và hướng vận tốc. Cho biết điều kiện để bài toán có nghiệm.

Bài giải

- Từ định luật II Niu-tơn ta có:

+ Với vật m_1: $\vec{F} = m_1\vec{a}_1 = m_1\frac{\vec{v}_1 - \vec{v}_{01}}{t} = m_1\frac{\vec{v}_1}{t}$ (1)

+ Với vật m_2: $\vec{F} = m_2\vec{a}_2 = m_2\frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_{02}}{t} = m_2\frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_0}{t}$ (2)

$\Rightarrow \vec{v}_1 = \frac{\vec{F}t}{m_1}; \vec{v}_2 = \frac{\vec{F}t}{m_2} + \vec{v}_0$

- Để $\vec{v}_1 = \vec{v}_2$ thì $\frac{\vec{F}t}{m_1} = \frac{\vec{F}t}{m_2} + \vec{v}_0 \Rightarrow \vec{F}\left(\frac{t}{m_1} - \frac{t}{m_2}\right) = \vec{v}_0$

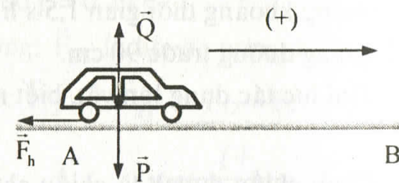
+ Nếu $\vec{F} \uparrow\uparrow \vec{v}_0 \Rightarrow F = \frac{v_0}{\frac{t}{m_1} - \frac{t}{m_2}} = \frac{v_0 m_1 m_2}{(m_2 - m_1)t}$, với $m_2 > m_1$

+ Nếu $\vec{F} \uparrow\downarrow \vec{v}_0 \Rightarrow F\left(\frac{t}{m_1} - \frac{t}{m_2}\right) = -v_0 \Rightarrow F = \frac{v_0 m_1 m_2}{(m_1 - m_2)t}$, với $m_1 > m_2$

6.6. Một xe tải khối lượng m = 2000 kg đang chuyển động thì hãm phanh và dừng lại sau khi đi thêm quãng đường 9 m trong 3 s. Tính lực hãm.

Bài giải

- Chọn chiều dương là chiều chuyển động của vật.



- Các lực tác dụng lên vật: trọng lực $\vec{P}$, phản lực $\vec{Q}$, lực hãm $\vec{F}_h$.

- Phương trình định luật II Niu-tơn cho vật:

$\vec{P} + \vec{Q} + \vec{F}_h = m\vec{a}$ (1)

- Chiếu (1) lên chiều dương đã chọn, ta được: $-F_h = ma$ (1')

- Mặt khác: $v = v_0 + at = 0$ (dừng lại) $\Rightarrow v_0 = -at$ (2)

và $s = v_0t + \frac{1}{2}at^2 = -at^2 + \frac{1}{2}at^2 = -\frac{1}{2}at^2$ (3)

$\Rightarrow a = -\frac{2s}{t^2} = -\frac{2.9}{3^2} = -2 \text{ m/s}^2$

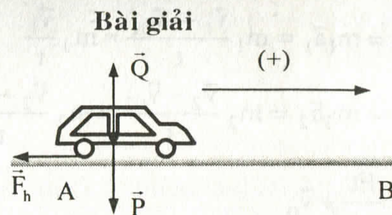
- Thay vào (1') ta được: $F_h = -ma = (-2000).(-2) = 4000$ N.

Vậy: Độ lớn của lực hãm là $F_h = 4000$ N.

6.7. Xe khối lượng m = 500 kg đang chuyển động thẳng đều thì hãm phanh, chuyển động chậm dần đều.

Tìm lực hãm biết quãng đường đi được trong giây cuối cùng của chuyển động là 1 m.

Bài giải



- Chọn chiều dương là chiều chuyển động của vật.
- Các lực tác dụng lên vật: trọng lực $\vec{P}$, phản lực $\vec{Q}$, lực hãm $\vec{F}_h$.
- Phương trình định luật II Niu-tơn cho vật: $\vec{P} + \vec{Q} + \vec{F}_h = m\vec{a}$ (1)
- Chiếu (1) lên chiều dương đã chọn, ta được: $-F_h = ma$ (1')
- Trong giây cuối cùng:

$v^2 - v_0^2 = 2as \Rightarrow -v_0^2 = 2a.1 = 2a \Rightarrow v_0^2 = -2a$ (2)

và $v = v_0 + at \Rightarrow 0 = v_0 + a.1 = v_0 + a \Rightarrow v_0 = -a$ (3)

$\Rightarrow -2a = a^2 \Rightarrow a = 0$ (loại) và $a = -2\ m/s^2$.

- Thay giá trị của a vào (1') ta được: $F_h = (-500).(-2) = 1000$ N.

Vậy: Độ lớn của lực hãm là $F_h = 1000$ N.

6.8. Đo quãng đường một vật chuyển động thẳng biến đổi đều đi được trong những khoảng thời gian 1,5 s liên tiếp, người ta thấy quãng đường sau dài hơn quãng đường trước 90 cm.

Tìm lực tác dụng lên vật, biết m = 150 g.

Bài giải

- Chọn chiều dương là chiều chuyển động của vật. Gọi $\vec{F}$ là lực tác dụng lên vật, $\vec{a}$ là gia tốc của vật.
- Theo định luật II Niu-tơn, ta có: $\vec{F} = m\vec{a}$ (1)
- Chiếu (1) lên chiều dương đã chọn, ta được: $F = ma$ (1')
- Mặt khác:

+ Quãng đường đi được của vật trong t giây đầu tiên là: $s_1 = v_0t + \frac{1}{2}at^2$ (2)

+ Quãng đường đi được của vật trong 2t giây đầu tiên là:

$s_2 = v_0(2t) + \frac{1}{2}a(2t)^2$ (3)

+ Quãng đường đi được của vật trong 3t giây đầu tiên là:

$s_3 = v_0(3t) + \frac{1}{2}a(3t)^2$ (4)

....

+ Quãng đường đi được của vật trong những khoảng thời gian bằng nhau là:

$\Delta s_{12} = s_2 - s_1 = [v_0(2t) + \frac{1}{2}a(2t)^2] - (v_0t + \frac{1}{2}at^2) = v_0t + \frac{3}{2}at^2$

$\Delta s_{23} = s_3 - s_2 = [v_0(3t) + \frac{1}{2}a(3t)^2] - [v_0(2t) + \frac{1}{2}a(2t)^2)] = v_0t + \frac{5}{2}at^2$

...

$\Delta s_{n,n-1} = s_n - s_{n-1} = v_0t + \frac{2n-1}{2}at^2$

$\Rightarrow \Delta s_2 - \Delta s_1 = \Delta s_3 - \Delta s_2 = ... = \Delta s_n - \Delta s_{n-1} = at^2$

- Theo bài ra, ta có: $at^2 = 0{,}9 \Rightarrow a = \frac{0{,}9}{t^2} = \frac{0{,}9}{1{,}5^2} = 0{,}4\ m/s^2$.
- Từ (1') suy ra: $F = ma = 0{,}15.0{,}4 = 0{,}06$ N.

Vậy: Lực tác dụng vào vật là F = 0,06 N.

6.9. Quả bóng khối lượng 200 g bay với vận tốc 90 km/h đến đập vuông góc vào một bức tường rồi bật trở lại theo phương cũ với vận tốc 54 km/h. Thời gian va chạm là 0,05 s.

Tính lực do tường tác dụng lên bóng.

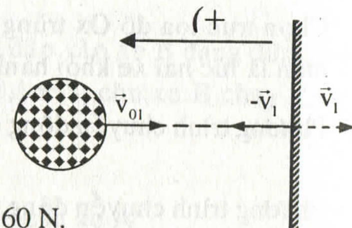
Bài giải

Ta có: 90 km/h = 25 m/s; 54 km/h = 15 m/s; 200 g = 0,2 kg.

- Gọi $\vec{F}_{12}$ là lực do quả bóng tác dụng vào tường; $\vec{F}_{21}$ là lực do tường tác dụng lại quả bóng. Theo định luật III Niu-tơn, ta có: $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} \Rightarrow F_{12} = F_{21}$
- Trong thời gian va chạm, ta có:

$F_{21} = m_1a_1 = m_1.\frac{v_1 - v_{01}}{\Delta t}$

$\Rightarrow F_{21} = 0{,}2.\frac{15 - (-25)}{0{,}05} = 160$ N



Vậy: Lực do tường tác dụng lên bóng là: $F_{21} = 160$ N.

6.10. Quả bóng khối lượng 200 g bay với vận tốc 72 km/h đến đập vào tường và bật trở lại với độ lớn vận tốc không đổi. Biết va chạm của bóng với tường theo định luật phản xạ gương (góc phản xạ bằng góc tới) và bóng đến đập vào tường dưới góc tới 30⁰, thời gian va chạm là 0,05 s.

Tính lực do tường tác dụng lên bóng.

Bài giải

- Gọi $\vec{F}_{12}$ là lực do quả bóng tác dụng vào tường; $\vec{F}_{21}$ là lực do tường tác dụng lại quả bóng. Theo định luật III Niu-tơn, ta có: $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} \Rightarrow F_{12} = F_{21}$
- Trong thời gian va chạm, ta có:

$F_{21} = m_1a_1 = m_1.\dfrac{\Delta v}{\Delta t}$

- Vì $\vec{v}_t$ hợp với vectơ $-\vec{v}_0$ một góc 60^0 và $|\vec{v}_t| = |-\vec{v}_0|$

$\Rightarrow \Delta v = 2v_0\cos30^o = 2.20.\dfrac{\sqrt{3}}{2} = 20\sqrt{3}$ m/s

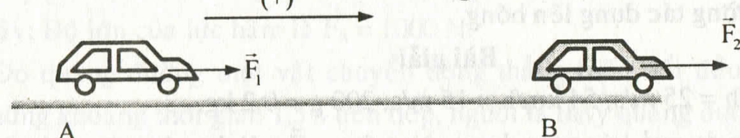
$\Rightarrow F_{21} = m_1a_1 = 0{,}2.\dfrac{20\sqrt{3}}{0{,}05} = 138{,}6$ N

Vậy: Lực do tường tác dụng lên bóng là $F_{21} = 138{,}6$ N.

6.11. Từ A, xe (I) chuyển động thẳng nhanh dần đều với vận tốc đầu 5 m/s đuổi theo xe (II) khởi hành cùng lúc tại B cách A 30 m. Xe (II) chuyển động thẳng nhanh dần đều không vận tốc đầu cùng hướng xe (I). Biết khoảng cách ngắn nhất giữa hai xe là 5 m. Bỏ qua ma sát, khối lượng xe $m_1 = m_2 = 1000$ kg. Tìm lực kéo của động cơ mỗi xe.

Biết các xe chuyển động theo phương ngang với gia tốc $a_2 = 2a_1$.

Bài giải



- Độ lớn lực kéo của động cơ của xe 1 là: $F_1 = m_1a_1$ (1)
- Độ lớn lực kéo của động cơ của xe 2 là: $F_2 = m_2a_2$ (2)
- Chọn trục tọa độ Ox trùng với đường thẳng AB, gốc O trùng với A, mốc thời gian là lúc hai xe khởi hành.
- Phương trình chuyển động của xe 1: $x_1 = 5t + \dfrac{1}{2}a_1t^2$
- Phương trình chuyển động của xe 2: $x_2 = 30 + \dfrac{1}{2}a_2t^2$; $a_2 = 2a_1$
- Khoảng cách giữa hai xe là:

$\Delta x = x_2 - x_1 = (30 + \dfrac{1}{2}a_2t^2) - (5t + \dfrac{1}{2}a_1t^2) = \dfrac{1}{2}a_1t^2 - 5t + 30$

$\Rightarrow \Delta x = \dfrac{1}{2}a_1t^2 - 5t + 30$ (3)

- Tam thức trên có a > 0 nên $\Delta x_{min} = \dfrac{-\Delta}{4a}$

$\Rightarrow \Delta x = \Delta x_{min} = -\dfrac{25 - 60a_1}{2a_1} = 5 \rightarrow a_1 = 0{,}5$ m/s².

- Thay vào (1) và (2) ta được: $F_1 = m_1a_1 = 1000.0{,}5 = 500$ N;

$F_2 = m_2a_2 = 1000.(2.0{,}5) = 1000$ N.

Vậy: Lực kéo của mỗi động cơ xe là: $F_1 = 500$ N và $F_2 = 1000$ N.

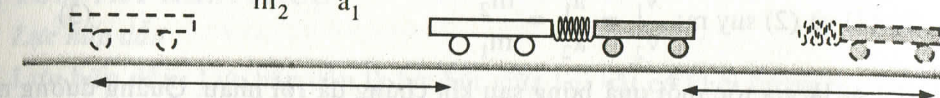
6.12. Hai chiếc xe lăn đặt nằm ngang, đầu xe A có gắn một lò xo nhỏ, nhẹ. Đặt hai xe sát nhau để lò xo nén lại rồi buông tay. Sau đó hai xe chuyển động, đi được các quãng đường $s_1 = 1$m, $s_2 = 2$m trong cùng thời gian t. Bỏ qua ma sát. Tính tỉ số khối lượng của hai xe.

Bài giải

- Theo định luật III Niu-tơn, trong tương tác giữa hai xe ta có:

$\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12} \Rightarrow m_1\vec{a}_1 = -m_2\vec{a}_2$

$\Rightarrow m_1a_1 = m_2a_2 \Rightarrow \dfrac{m_1}{m_2} = \dfrac{a_2}{a_1}$ (1)



- Quãng đường đi được của mỗi xe trong thời gian t là: $s_1 = \dfrac{1}{2}a_1t^2$; $s_2 = \dfrac{1}{2}a_2t^2$

$\Rightarrow \dfrac{s_2}{s_1} = \dfrac{a_2}{a_1} = 2$ (2)

- Kết hợp (1) và (2) ta được: $\dfrac{m_1}{m_2} = \dfrac{a_2}{a_1} = 2$

Vậy: Tỉ số khối lượng của hai xe là: $\dfrac{m_1}{m_2} = 2$.

6.13. Xe A chuyển động với vận tốc 3,6 km/h đến đập vào xe B đang đứng yên. Sau va chạm xe A dội ngược lại với vận tốc 0,1 m/s, còn xe B chạy tới với vận tốc 0,55 m/s. Biết $m_B = 200$ g. Tìm m_A.

Bài giải

- Chọn chiều dương là chiều chuyển động ban đầu của xe A.
- Áp dụng định luật III Niu-tơn cho tương tác giữa hai xe, ta có:

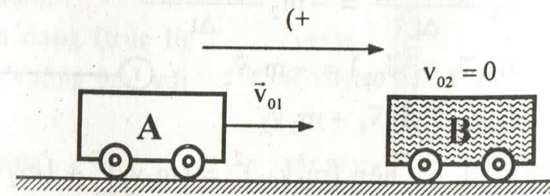
$m_1\vec{a}_1 = -m_2\vec{a}_2 \Leftrightarrow m_1\dfrac{\vec{v}_1 - \vec{v}_{01}}{\Delta t} = -m_2\dfrac{\vec{v}_2 - \vec{v}_{02}}{\Delta t}$ (1)

- Chiếu (1) lên chiều dương đã chọn, ta được:

$m_A\dfrac{(-v_1 - v_{01})}{\Delta t} = -m_B\dfrac{v_2}{\Delta t}$

$\Rightarrow m_A = \dfrac{m_Bv_2}{v_1 + v_{01}} = \dfrac{0{,}2.0{,}55}{0{,}1 + 1}$

$= 0{,}1$ kg



Vậy: Khối lượng của xe A là $m_A = 0{,}1$ kg.

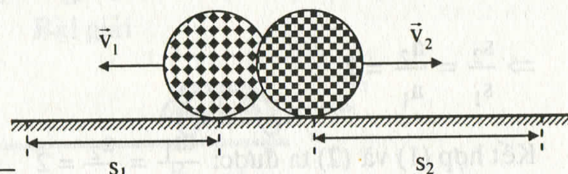
6.14. Hai quả bóng ép sát vào nhau trên mặt phẳng ngang. Khi buông tay, hai quả bóng lăn được những quãng đường 9 m và 4 m rồi dừng lại. Biết sau khi rời nhau, hai quả bóng chuyển động chậm dần đều cùng gia tốc.

Tính tỉ số khối lượng của hai quả bóng.

Bài giải

Gọi a_1, a_2 lần lượt là gia tốc của quả bóng 1 và quả bóng 2 ngay sau tương tác; Δt là thời gian tương tác giữa hai quả bóng

- Theo định luật III Niu-tơn, ta có: $\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12} \Rightarrow m_1a_1 = m_2a_2$ (1)
- Vận tốc mỗi quả bóng thu được ngay sau tương tác là:
  $v_1 = v_{01} + a_1\Delta t = a_1\Delta t$; $v_2 = v_{02} + a_2\Delta t = a_2\Delta t$ (2)
- Từ (1) và (2) suy ra: $\frac{v_1}{v_2} = \frac{a_1}{a_2} = \frac{m_2}{m_1}$ (3)
- Gọi a_0 là gia tốc mỗi quả bóng sau khi chúng đã rời nhau. Quãng đường mà mỗi quả bóng lăn được cho đến khi dừng hẳn ($v_1' = 0$; $v_2' = 0$) là:
  $0 - v_1^2 = 2a_0s_1; 0 - v_2^2 = 2a_0s_2$



$$\Rightarrow \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^2 = \frac{s_1}{s_2} = \frac{9}{4}$$

- Từ (3) suy ra: $\frac{m_2}{m_1} = \frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{9}{4}} = 1{,}5$

Vậy: Tỉ số khối lượng của hai quả bóng là $\frac{m_2}{m_1} = 1{,}5$.

6.15. Hai hòn bi có khối lượng bằng nhau đặt trên mặt bàn nhẵn. Hòn bi (1) chuyển động với vận tốc v_0 đến đập vào hòn bi (2) đang đứng yên. Sau va chạm chúng chuyển động theo hai hướng vuông góc với nhau với vận tốc $v_1 = 4$ m/s, $v_2 = 3$ m/s. Tính v_0 và góc lệch của hòn bi (1).

Bài giải

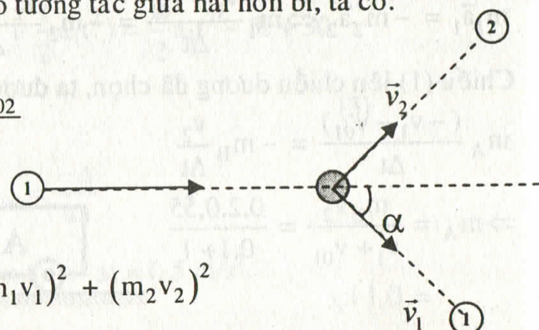
- Áp dụng định luật III Niu-tơn cho tương tác giữa hai hòn bi, ta có:

$$\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12} \Rightarrow m_1\vec{a}_1 = -m_2\vec{a}_2$$

$$\Rightarrow m_1\frac{\vec{v}_1 - \vec{v}_{01}}{\Delta t} = -m_2\frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_{02}}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow m_1(\vec{v}_1 - \vec{v}_{01}) = -m_2\vec{v}_2$$

$$\Rightarrow m_1\vec{v}_{01} = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2$$



Vì $\vec{v}_1 \perp \vec{v}_2$ nên $(m_1v_{01})^2 = (m_1v_1)^2 + (m_2v_2)^2$

$$\Rightarrow v_{01} = \sqrt{v_1^2 + \left(\frac{m_2}{m_1}\right)^2 v_2^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5 \text{ m/s} = v_0.$$

và $\tan\alpha = \frac{v_2}{v_1} = \frac{3}{4} \Rightarrow \alpha \approx 37^0$.

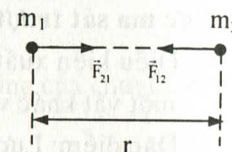
Vậy: Vận tốc ban đầu của hòn bi (1) là $v_0 = 5$ m/s; góc lệch của hòn bi (1) so với phương ban đầu là $\alpha \approx 37^0$.

Chuyên đề 7: CÁC LỰC CƠ HỌC

A. TÓM TẮT KIẾN THỨC

1. Lực hấp dẫn

- **Lực hấp dẫn:** Lực hấp dẫn là lực hút giữa hai vật có khối lượng m_1, m_2 đặt cách nhau một khoảng r.
- **Định luật vạn vật hấp dẫn:** Hai chất điểm bất kì hút với nhau bằng một lực tỉ lệ thuận với tích các khối lượng của chúng và tỉ lệ nghịch với bình phương khoảng cách giữa chúng.



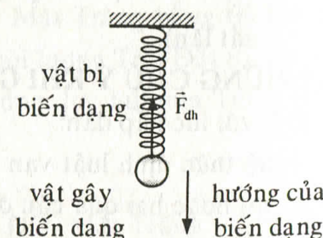
$$F_{hd} = G\frac{m_1m_2}{r^2} \quad (7.1)$$

($G = 6{,}67.10^{-11}$ Nm^2/kg^2 là hằng số hấp dẫn)

- **Trọng lực là trường hợp riêng của lực hấp dẫn:** Trọng lực chính là lực hút giữa Trái Đất và các vật ở gần mặt đất: $P = mg = mG\frac{M}{R^2}$ (R là bán kính Trái Đất; M là khối lượng Trái Đất; $g = G\frac{M}{R^2}$ là gia tốc trọng trường).

2. Lực đàn hồi

- **Điều kiện xuất hiện:** Lực đàn hồi xuất hiện khi một vật bị biến dạng và có xu hướng chống lại nguyên nhân gây ra biến dạng.
- **Đặc điểm của lực đàn hồi:** Lực đàn hồi có đặc điểm:
  + gốc: trên vật gây ra biến dạng.
  + phương: phương của biến dạng (trục lò xo, phương sợi dây căng, vuông góc với mặt tiếp xúc).
  + chiều: ngược chiều biến dạng.
  + độ lớn: $F_{dh} = k|x|$ (7.2)



(k là hệ số đàn hồi của vật, x là độ biến dạng (dãn hay nén) của vật đàn hồi).

3. *Lực ma sát*

- **Lực ma sát nghỉ**

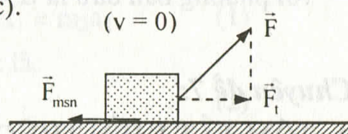
  + Điều kiện xuất hiện: Lực ma sát nghỉ xuất hiện khi một vật có xu hướng trượt (chưa trượt) trên mặt một vật khác do có ngoại lực tác dụng và có tác dụng cản trở lại xu hướng trượt của vật.

  + Đặc điểm: Lực ma sát nghỉ có:

    • gốc: trên vật có xu hướng trượt (chỗ tiếp xúc).

    • phương: tiếp tuyến với mặt tiếp xúc.

    • chiều: ngược chiều với ngoại lực tác dụng làm vật có xu hướng trượt.



    • độ lớn: luôn cân bằng với thành phần tiếp tuyến của ngoại lực; có giá trị cực đại tỉ lệ với áp lực ở mặt tiếp xúc: $F_{msn(max)} = \mu_n N$ (μ_n là hệ số ma sát nghỉ).

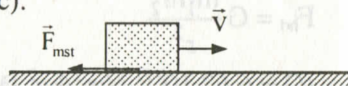
- **Lực ma sát trượt**

  + Điều kiện xuất hiện: Lực ma sát trượt xuất hiện khi một vật trượt trên mặt một vật khác và có tác dụng cản trở lại chuyển động trượt của vật.

  + Đặc điểm: Lực ma sát trượt có:

    • gốc: trên vật chuyển động trượt (chỗ tiếp xúc).

    • phương: tiếp tuyến với mặt tiếp xúc.



    • chiều: ngược chiều với chuyển động trượt.

    • độ lớn: tỉ lệ với áp lực ở mặt tiếp xúc: $F_{mst} = \mu_t N$ (μ_t là hệ số ma sát trượt).

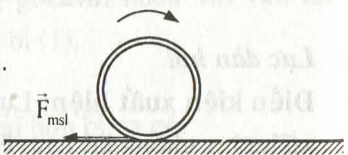
- **Lực ma sát lăn**

  + Điều kiện xuất hiện: Lực ma sát lăn xuất hiện khi một vật lăn trên mặt một vật khác và có tác dụng cản trở lại chuyển động lăn của vật.

  + Đặc điểm: Lực ma sát lăn có:

    • gốc: trên vật chuyển động lăn (chỗ tiếp xúc).

    • phương: tiếp tuyến với mặt tiếp xúc.



    • chiều: ngược chiều với chuyển động lăn.

    • độ lớn: tỉ lệ với áp lực ở mặt tiếp xúc: $F_{msl} = \mu_l N$ ($\mu_l << \mu_t$ là hệ số ma sát lăn).

B. NHỮNG CHÚ Ý KHI GIẢI BÀI TẬP

- Đối với lực hấp dẫn:

  + hệ thức định luật vạn vật hấp dẫn được áp dụng cho hai chất điểm m_1 và m_2 hoặc hai quả cầu đồng chất (với r là khoảng cách giữa hai tâm hai quả cầu).

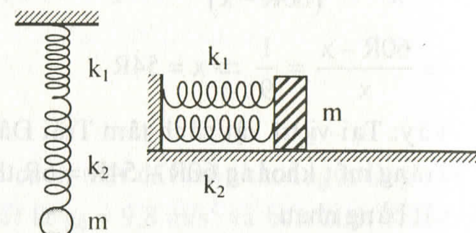
  + về độ lớn của lực hấp dẫn: $F_{21} = F_{12} = F_{hd} = G\frac{m_1m_2}{r^2}$.

  + lực hấp dẫn cũng tuân theo nguyên lí chồng chất: $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + ...$

- Đối với lực đàn hồi:

  + khi hai lò xo mắc nối tiếp thì: $F = F_{1(dh)} = F_{2(dh)}$; $x = x_1 + x_2 \Rightarrow \frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$ (k là độ cứng tương đương của hai lò xo).

  + khi hai lò xo mắc song song thì: $F = F_{1(dh)} + F_{2(dh)}$; $x = x_1 = x_2 \Rightarrow k = k_1 + k_2$ (k là độ cứng tương đương của hai lò xo).



- Đối với lực ma sát:

  + áp lực N có độ lớn bằng tổng đại số các thành phần lực tác dụng theo phương vuông góc với mặt tiếp xúc, trường hợp thường gặp là N = P.

  + lực ma sát, lực cản nói chung luôn ngược hướng với hướng của chuyển động.

  + nói chung: $\mu_t > \mu_l$.

- Cần sử dụng phối hợp *các định luật Niu-tơn* và các công thức ở phần *Động học chất điểm* để giải các bài tập ở phần này.

C. CÁC BÀI TẬP VỀ CÁC LỰC CƠ HỌC

7.1. Mặt Trăng và Trái Đất có khối lượng lần lượt là $7,4.10^{22}$ kg và 6.10^{24} kg, ở cách nhau 384000 km. Tính lực hút giữa chúng.

Bài giải

Theo định luật vạn vật hấp dẫn, ta có: $F_{hd} = G\frac{Mm}{r^2}$

$$\Rightarrow F_{hd} = 6,67.10^{-11}\frac{7,4.10^{22}.6.10^{24}}{\left(384000.10^3\right)^2} \approx 2.10^{20}\text{ N}$$

Vậy: Lực hút giữa Mặt Trăng và Trái Đất là $F_{hd} \approx 2.10^{20}$ N.

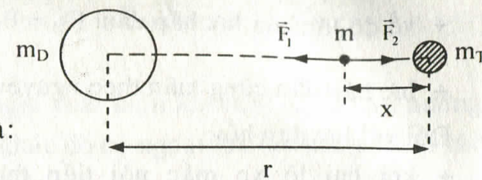
7.2. Khoảng cách trung bình giữa tâm Trái Đất và Mặt Trăng bằng 60 lần bán kính Trái Đất. Khối lượng Mặt Trăng nhỏ hơn khối lượng Trái Đất 81 lần. Tại điểm nào trên đường thẳng nối tâm của chúng, lực hút của Trái Đất và Mặt Trăng lên một vật bằng nhau?

Bài giải

Gọi m_D, m_T, m lần lượt là khối lượng của Trái Đất, Mặt Trăng và vật; x là khoảng cách từ tâm Trái Đất đến tâm vật.

- Lực hấp dẫn giữa Trái Đất và vật là:

$$F_1 = G\frac{m_D m}{x^2}$$



- Lực hấp dẫn giữa Mặt Trăng và vật là:

$$F_2 = G\frac{m_T m}{(60R - x)^2}$$

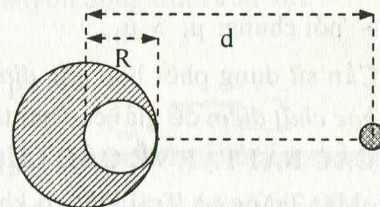
- Khi lực hút của Trái Đất và Mặt Trăng lên vật bằng nhau thì: $F_1 = F_2$.

$$\Rightarrow \frac{m_D}{x^2} = \frac{m_T}{(60R - x)^2} \Rightarrow \left(\frac{60R - x}{x}\right)^2 = \frac{m_T}{m_D} = \frac{1}{81}$$

$$\Rightarrow \frac{60R - x}{x} = \frac{1}{9} \Rightarrow x = 54R$$

Vậy: Tại vị trí vật cách tâm Trái Đất một khoảng x = 54R và cách tâm Mặt Trăng một khoảng 60R – 54R = 6R thì lực hút của Trái Đất và Mặt Trăng lên vật bằng nhau.

7.3. Trong một quả cầu bằng chì bán kính R người ta khoét một lỗ hình cầu bán kính $\frac{R}{2}$. Tìm lực do quả cầu tác dụng lên vật nhỏ m trên đường nối tâm hai hình cầu, cách tâm hình cầu lớn một khoảng d, biết rằng khi chưa khoét quả cầu có khối lượng M.



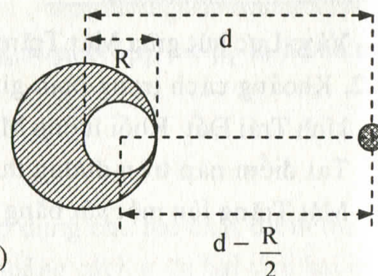
Bài giải

Gọi $\vec{F}_1$ là lực hấp dẫn giữa quả cầu đã bị khoét với vật m; $\vec{F}_2$ là lực hấp dẫn giữa quả cầu có bán kính $\frac{R}{2}$ với m; $\vec{F}$ là lực hấp dẫn giữa quả cầu đặc bán kính R với vật m.

Ta có: $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \Rightarrow F = F_1 + F_2$

$$\Rightarrow F_1 = F - F_2 \quad (1)$$

$$\Rightarrow F_1 = G\frac{Mm}{d^2} - G\frac{m_1 m}{\left(d - \frac{R}{2}\right)^2} \quad (2)$$



(m_1 là khối lượng của quả cầu đặc đã bị khoét)

- Vì khối lượng tỉ lệ với thể tích nên:

$$\frac{m_1}{M} = \frac{V_1}{V} = \frac{\frac{4}{3}\pi\left(\frac{R}{2}\right)^3}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{1}{8} \Rightarrow m_1 = \frac{M}{8}$$

- Thay vào (2) ta được:

$$F_1 = GMm\left(\frac{1}{d^2} - \frac{1}{8\left(d - \frac{R}{2}\right)^2}\right) \Rightarrow F_1 = GMm\left(\frac{7d^2 - 8dR + 2R^2}{8d^2\left(d - \frac{R}{2}\right)^2}\right)$$

Vậy: Lực do quả quả cầu (đã bị khoét) tác dụng lên vật nhỏ m là

$$F_1 = GMm\left(\frac{7d^2 - 8dR + 2R^2}{8d^2\left(d - \frac{R}{2}\right)^2}\right).$$

7.4. Gia tốc rơi tự do của một vật tại nơi cách mặt đất một khoảng h là g = 4,9 m/s². Biết gia tốc rơi tự do trên mặt đất là g_0 = 9,8 m/s² và bán kính Trái Đất R = 6400 km. Tìm h.

Bài giải

- Gia tốc rơi tự do trên mặt đất là: $g_0 = \frac{GM}{R^2}$ (1)

- Gia tốc rơi tự do tại một điểm cách mặt đất một khoảng h là:

$$g_h = \frac{GM}{(R + h)^2} \quad (2)$$

$$\Rightarrow \frac{g_0}{g_h} = \left(\frac{R + h}{R}\right)^2 \Rightarrow 2 = \left(1 + \frac{h}{R}\right)^2$$

$$\Rightarrow h = \left(\sqrt{2} - 1\right)R = \left(\sqrt{2} - 1\right).6400 \approx 2651 \text{ km}$$

Vậy: Độ cao của vật so với mặt đất là h ≈ 2651 km.

7.5. Biết gia tốc rơi tự do trên mặt đất là g = 9,8 m/s², khối lượng Trái Đất gấp 81 lần khối lượng Mặt Trăng, bán kính Trái Đất gấp 3,7 lần bán kính Mặt Trăng. Tìm gia tốc rơi tự do trên bề mặt Mặt Trăng.

Bài giải

- Gia tốc rơi tự do trên mặt đất là: $g = \frac{GM_D}{R^2}$ (1)

- Gia tốc rơi tự do trên bề mặt Mặt Trăng là: $g_T = \frac{GM_T}{R_T^2}$ (2)

$\Rightarrow \dfrac{g_T}{g} = \dfrac{M_T}{M_D}.\left(\dfrac{R}{R_T}\right)^2 = \dfrac{1}{81}.3,7^2 = 0,169$

$\Rightarrow g_T = 0,169g = 0,169.9,8 = 1,656$ m/s^2

Vậy: Gia tốc rơi tự do trên bề mặt Mặt Trăng là $g_T = 1,656$ m/s^2.

7.6. Một lò xo khi treo vật m = 100 g sẽ dãn ra một đoạn 5 cm. Lấy g = 10 m/s^2.

a) Tìm độ cứng của lò xo.

b) Khi treo vật m', lò xo dãn 3 cm. Tìm khối lượng m'.

Bài giải

a) Độ cứng của lò xo

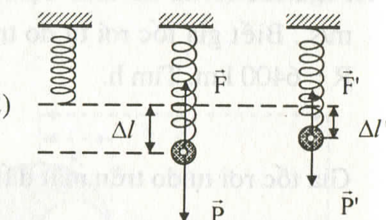
Các lực tác dụng lên vật: trọng lực $\vec{P}$, lực đàn hồi $\vec{F}$.

Tại vị trí cân bằng của vật: $\vec{P} + \vec{F} = \vec{0}$ (1)

$\Rightarrow P = F \Leftrightarrow mg = k\Delta l \Rightarrow k = \dfrac{mg}{\Delta l} = \dfrac{0,1.10}{0,05} = 20$ N/m

Vậy: Độ cứng của lò xo là: k = 20 N/m.

b) Khối lượng m'



Tương tự, khi treo vật m' thì: $m'g = k\Delta l'$ (2)

$\Rightarrow m' = \dfrac{k\Delta l'}{g} = \dfrac{20.0,03}{10} = 0,06$ kg = 60 g

Vậy: Khối lượng vật m' = 60 g.

7.7. Vật khối lượng m = 100 g gắn vào đầu lò xo dài l_0 = 20 cm độ cứng k = 20 N/m quay tròn đều trong mặt phẳng ngang nhẵn với tần số 60 vòng/phút. Tính độ dãn của lò xo. Lấy $\pi^2 = 10$.

Bài giải

- Các lực tác dụng lên vật khi vật chuyển động là: trọng lực $\vec{P}$, lực đàn hồi $\vec{F}$, phản lực $\vec{Q}$.
- Theo định luật II Niu-tơn, ta có: $\vec{P} + \vec{F} + \vec{Q} = m\vec{a}$ (1)
- Chiếu (1) lên phương bán kính, chiều hướng vào tâm, ta được:

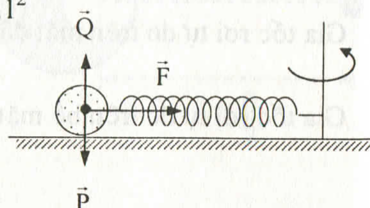
$F = ma \Leftrightarrow k(l - l_0) = m\omega^2 l$

$\Rightarrow l = \dfrac{kl_0}{k - m\omega^2} = \dfrac{kl_0}{k - m.4\pi^2 n^2} = \dfrac{20.0,2}{20 - 4.10.1^2}$

$= 0,25$ m

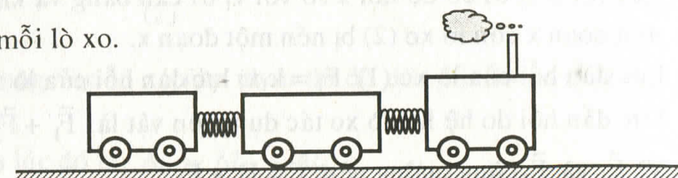
$\Rightarrow \Delta l = l - l_0 = 0,25 - 0,2 = 0,05$ m = 5 cm

Vậy: Độ dãn của lò xo là $\Delta l = 5$ cm.



7.8. Đoàn tàu gồm một đầu máy, một toa 10 tấn và một toa 5 tấn nối với nhau theo thứ tự trên bằng những lò xo giống nhau. Khi chịu tác dụng lực 500 N, lò xo dãn 1 cm. Bỏ qua ma sát. Sau khi bắt đầu chuyển động 10 s, vận tốc đoàn tàu đạt m/s.

Tính độ dãn của mỗi lò xo.



Bài giải

- Độ cứng của mỗi lò xo là: $k = \dfrac{F}{\Delta l} = \dfrac{500}{0,01} = 50000$ N/m.
- Gia tốc của đoàn tàu là: $a = \dfrac{v_t - v_0}{t} = \dfrac{1-0}{10} = 0,1$ m/s^2.
- Xét chuyển động của toa thứ nhất:
  + Các lực tác dụng: trọng lực $\vec{P}_1$, phản lực $\vec{Q}_1$, các lực đàn hồi $\vec{F}_1, \vec{F}'_2$.
  + Theo định luật II Niu-tơn, ta có: $\vec{P}_1 + \vec{Q}_1 + \vec{F}_1 + \vec{F}'_2 = m_1\vec{a}$ (1)
  + Chiếu (1) lên chiều chuyển động của tàu, ta được: $F_1 - F'_2 = m_1a$

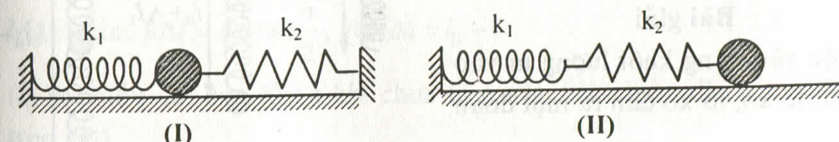
  $\Rightarrow k\Delta l_1 - k\Delta l_2 = m_1a$ (2)
- Xét chuyển động của toa thứ hai:
  + Các lực tác dụng: trọng lực $\vec{P}_2$, phản lực $\vec{Q}_2$, lực đàn hồi $\vec{F}_2$.
  + Theo định luật II Niu-tơn, ta có: $\vec{P}_2 + \vec{Q}_2 + \vec{F}_2 = m_2\vec{a}$ (3)
  + Chiếu (3) lên chiều chuyển động của tàu, ta được: $F_2 = m_2a$

  $\Rightarrow k\Delta l_2 = m_2a$ (4)
- Từ (2) và (4) suy ra: $\Delta l_1 = \dfrac{(m_1 + m_2)a}{k} = \dfrac{(10000 + 50000).0,1}{50000} = 0,03$ m = 3cm.

và $\Delta l_2 = \dfrac{m_2a}{k} = \dfrac{5000.0,1}{50000} = 0,01$ m = 1 cm

Vậy: Độ dãn của các lò xo là $\Delta l_1 = 3$ cm; $\Delta l_2 = 1$ cm.

7.9. Hệ hai lò xo được ghép theo một trong hai cách sau. Tìm độ cứng của lò xo tương đương.



Bài giải

Giả sử ở vị trí cân bằng của vật, các lò đều không bị biến dạng.

- Trường hợp (I):

 + Xét vật ở vị trí có độ dời x so với vị trí cân bằng và khi đó lò xo (1) bị dãn một đoạn x còn lò xo (2) bị nén một đoạn x.

 + Lực đàn hồi của lò xo (1): $F_1 = k_1x$; lực đàn hồi của lò xo (2): $F_2 = k_2x$.

 + Lực đàn hồi do hệ hai lò xo tác dụng lên vật là: $\vec{F_1} + \vec{F_2} = \vec{F}$ (1)

 + Vì $\vec{F_1}$ và $\vec{F_2}$ cùng hướng nên: $F = F_1 + F_2$

 $\Rightarrow F = k_1x + k_2x = (k_1 + k_2)x$ (2)

- Đặt $k = k_1 + k_2$, hệ lò xo trên tương đương với một lò có độ cứng k và tác dụng lên vật một lực F khi vật dời một đoạn x khỏi vị trí cân bằng.

- Trường hợp (II):

 + Xét vật ở vị trí có độ dời x so với vị trí cân bằng và khi đó lò xo (1) dãn một đoạn x_1 còn lò xo (2) dãn một đoạn x_2.

 + Lực đàn hồi của lò xo (1): $F_1 = k_1x_1$; lực đàn hồi của lò xo (2): $F_2 = k_2x_2$.

 + Lực đàn hồi do hệ hai lò xo tác dụng lên vật là: $F = F_1 = F_2$ (3)

 + Độ dãn của hệ hai lò xo trên là: $x = x_1 + x_2$

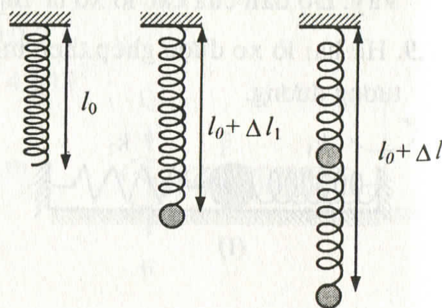
$$\Rightarrow x = \frac{F}{k_1} + \frac{F}{k_2} = F\left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}\right) \quad (4)$$

$$\Rightarrow \frac{F}{k} = F\left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{k} = \left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}\right) \Rightarrow k = \frac{k_1k_2}{k_1 + k_2} \quad (5)$$

Vậy: Độ cứng của lò xo tương đương ở hệ (I) là $k = k_1 + k_2$; độ cứng của lò xo tương đương ở hệ (II) là $k = \dfrac{k_1k_2}{k_1 + k_2}$.

7.10. Một lò xo nhẹ được treo thẳng đứng. Buộc một vật nặng khối lượng m vào đầu dưới của lò xo. Sau đó buộc thêm một vật m nữa vào giữa lò xo đã bị dãn. Tìm chiều dài lò xo. Biết độ cứng lò xo là k, chiều dài lò xo khi chưa dãn là l_0.



Bài giải

- Khi buộc vào nặng khối lượng m vào đầu dưới lò xo, lò xo dãn ra một đoạn là:

$$\Delta l_1 = \frac{mg}{k} \quad (1)$$

- Khi buộc thêm một vật m nữa vào giữa lò xo đã bị dãn, nửa trên của lò xo dãn thêm một đoạn là:

$$\Delta l_2 = \frac{\Delta l_1}{2} = \frac{mg}{2k} \quad (2)$$

(Vì khi lực tác dụng vào lò xo như nhau thì độ dãn của lò xo tỉ lệ với chiều dài của lò xo)

- Độ dãn của lò xo lúc đó là: $\Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2$

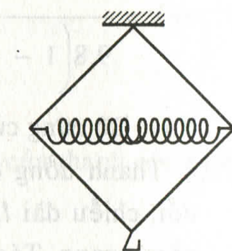
$$\Rightarrow \Delta l = \frac{mg}{k} + \frac{mg}{2k} = \frac{3mg}{2k}$$

- Chiều dài lò xo khi đó là: $l = l_0 + \Delta l = l_0 + \dfrac{3mg}{2k}$

Vậy: Chiều dài của lò xo khi buộc vật m vào đầu dưới và buộc m vào giữa là $l = l_0 + \dfrac{3mg}{2k}$.

7.11. Một hệ cơ có cấu tạo như hình vẽ gồm 4 thanh nhẹ nối với nhau bằng các khớp và một lò xo nhẹ tạo thành hình vuông và chiều dài của lò xo là l_0 = 9,8 cm. Khi treo vật m = 500 g góc nhọn giữa các thanh là $\alpha = 60^0$. Lấy g = 9,8 m/s^2.

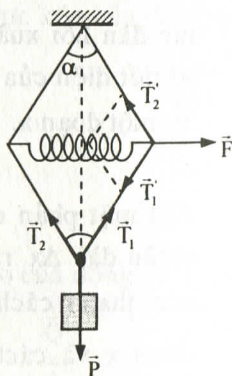
Tính độ cứng k của lò xo.



Bài giải

- Xét hệ khi ở trạng thái cân bằng:

$$\begin{cases} \vec{F} + \vec{T_1'} + \vec{T_2'} = \vec{0} \\ \vec{P} + \vec{T_1} + \vec{T_2} = \vec{0} \end{cases}$$



- Vì $T_1 = T_2 = T_1' = T_2'$

Do đó: $\begin{cases} T_1 = T_2 = \dfrac{P}{2\cos\dfrac{\alpha}{2}} \\ F = 2T_2\sin\dfrac{\alpha}{2} \end{cases} \Rightarrow F = P\tan\dfrac{\alpha}{2} = mg\tan\dfrac{\alpha}{2}$

- Mặt khác: $k\Delta l = mg\tan\dfrac{\alpha}{2}$, với $\Delta l = l_0 - l$

(l_0 là chiều dài của lò xo khi chưa treo vật, l là chiều dài của lò xo sau khi treo vật).

- Gọi a là chiều dài mỗi thanh, ta có: $\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{\frac{l}{2}}{a} \Rightarrow \frac{l}{2} = a\sin\frac{\alpha}{2}$ (1)

- Mặt khác, khi chưa treo vật thì: $\sin 45^0 = \frac{\frac{l_0}{2}}{a} \Rightarrow a = \frac{l_0}{\sqrt{2}}$ (2)

$\Rightarrow l = 2\frac{l_0}{\sqrt{2}}\sin\frac{\alpha}{2} = \sqrt{2}l_0\sin\frac{\alpha}{2}$ (3)

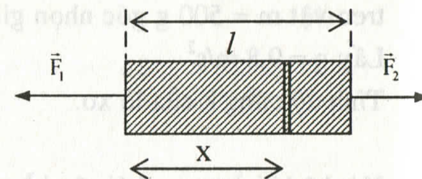
$\Rightarrow \Delta l = l_0 - l = l_0\left(1-\sqrt{2}\sin\frac{\alpha}{2}\right)$ (4)

$$\Rightarrow k = \frac{F}{\Delta l} = \frac{mg\tan\frac{\alpha}{2}}{l_0\left(1-\sqrt{2}\sin\frac{\alpha}{2}\right)} = \frac{0,5.9,8.\tan 30^o}{9,8\left(1-\sqrt{2}\sin 30^o\right)}$$

$$\Rightarrow k = \frac{0,5.9,8.\frac{\sqrt{3}}{3}}{9,8\left(1-\sqrt{2}.\frac{1}{2}\right)} = 98,56 \text{ N/m.}$$

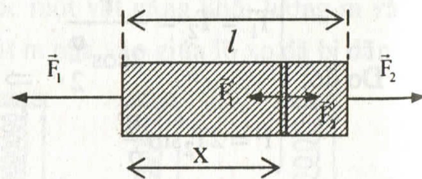
Vậy: Độ cứng của lò xo là k = 98,56 N/m.

7.12. Thanh đồng chất có tiết diện không đổi, chiều dài *l*, đặt trên mặt bàn nhẵn nằm ngang. Tác dụng lên thanh hai lực kéo ngược chiều $\vec{F_1}$, $\vec{F_2}$ $(F_1 > F_2)$. Tính lực đàn hồi xuất hiện trong thanh, ở vị trí tiết diện của thanh cách đầu chịu lực $\vec{F_1}$ một đoạn x.



Bài giải

Xét một phần của thanh đồng chất có chiều dài Δx rất nhỏ ở vị trí tiết diện của thanh cách đầu chịu lực $\vec{F_1}$ một đoạn x và cách đầu chịu lực F_2 một đoạn $l - x - \Delta x$.



- Các lực tác dụng lên phần tử Δx của thanh: $\vec{F_1'}$, $\vec{F_2'}$.
- Theo định luật II Niutơn, ta có: $\vec{F_1'} + \vec{F_2'} = \Delta m.\vec{a}$

Vì Δx rất nhỏ nên có thể xem Δx ≈ 0 và Δm ≈ 0. Do đó $F_1' = F_2' = F$

- Xét chuyển động của phần thanh có chiều dài x, khối lượng m_1:
  + lực tác dụng: $\vec{F_1}$, $\vec{F_2'}$.
  + áp dụng định luật II Niu-tơn, ta được: $\vec{F_1} + \vec{F_2'} = m_1\vec{a}$
  $\Rightarrow F_1 - F_2' = m_1 a$ (1)
- Xét chuyển động của phần thanh có chiều dài (l – x), khối lượng m_2:
  + lực tác dụng: $\vec{F_2}$, $\vec{F_1'}$.
  + áp dụng định luật II Niu-tơn, ta được: $\vec{F_2} + \vec{F_1'} = m_2\vec{a}$
  $\Rightarrow -F_2 + F_1' = m_2 a$ (2)
- Từ (1) và (2) suy ra: $\frac{F_1 - F_2'}{-F_2 + F_1'} = \frac{m_1}{m_2}$ (3)
- Vì thanh đồng chất nên: $\frac{m_1}{m_2} = \frac{x}{l\ x}$ (4)

$\Rightarrow \frac{F_1 - F}{-F_2 + F} = \frac{x}{l - x} \Leftrightarrow (F_1 - F)(l - x) = x(F - F_2)$

$\Rightarrow F = \frac{F_1(l - x) + xF_2}{l}$ (5)

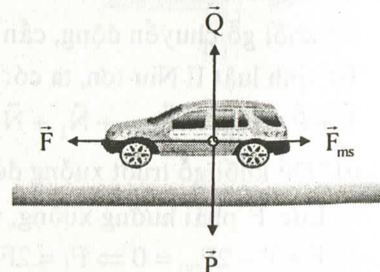
Vậy: Lực đàn hồi xuất hiện trong thanh, ở vị trí tiết diện của thanh cách đầu chịu lực $\vec{F_1}$ một đoạn x là $F = \frac{F_1(l - x) + xF_2}{l}$.

7.13. Một ô-tô khối lượng m = 1 tấn, chuyển động trên mặt đường nằm ngang. Hệ số ma sát lăn giữa xe và mặt đường là μ = 0,1. Tính lực kéo của động cơ ô-tô trong mỗi trường hợp sau:

a) Ô-tô chuyển động thẳng đều.
b) Ô-tô chuyển động nhanh dần đều với gia tốc a = 2 m/s².
Lấy g = 10 m/s².

Bài giải

- Các lực tác dụng lên xe: trọng lực $\vec{P}$, phản lực $\vec{Q}$, lực kéo của động cơ $\vec{F}$ và lực ma sát lăn của mặt đường $\vec{F}_{ms}$.



- Theo định luật II Niu-tơn, ta có:
  $\vec{P} + \vec{Q} + \vec{F}_{ms} + \vec{F} = m\vec{a}$ (1)
- Chiếu (1) lên phương thẳng đứng ta được:
- $P + Q = 0 \Rightarrow Q = P = mg$
- Chiếu (1) lên phương nằm ngang ta được:

$F - F_{ms} = ma \Rightarrow F = ma + F_{ms}$

a) Khi ô-tô chuyển động thẳng đều

Ta có: $a = 0 \Rightarrow F = F_{ms} = \mu mg = 0,1.1000.10 = 1000$ N.

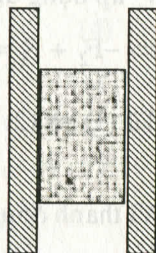
Khi ô-tô chuyển động thẳng đều thì lực kéo của động cơ ô-tô là F = 1000N.

b) Khi ô-tô chuyển động nhanh dần đều với gia tốc $a = 2$ m/s^2

Ta có: $F = ma + F_{ms} = ma + \mu mg = m(a + \mu g) = 1000.(2 + 0,1.10) = 3000$ N.

Vậy: Khi ô-tô chuyển động nhanh dần đều với gia tốc $a = 2$ m/s^2 thì lực kéo của động cơ ô-tô là F = 3000 N.

7.14. Một khối gỗ m = 4 kg bị ép giữa hai tấm ván. Lực nén của mỗi tấm ván lên khối gỗ là N = 50 N, hệ số ma sát trượt giữa gỗ và ván là $\mu = 0,5$. Lấy g = 10 m/s^2.



a) Hỏi khối gỗ có tự trượt xuống được không?

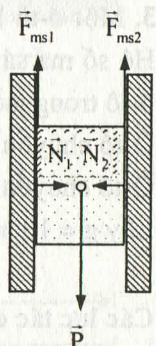
b) Cần tác dụng lên khối gỗ lực $\vec{F}$ thẳng đứng theo hướng nào, độ lớn bằng bao nhiêu để khối gỗ:

- đi xuống đều?
- đi lên đều?

Bài giải

- Các lực tác dụng lên khối gỗ: trọng lực $\vec{P}$, áp lực $\vec{N}_1$, $\vec{N}_2$ của hai tấm ván, lực ma sát của mỗi tấm ván $\vec{F}_{ms1}$, $\vec{F}_{ms2}$.
- Từ định luật II Niu-tơn, ta có:

$\vec{P} + \vec{F}_{ms1} + \vec{F}_{ms2} + \vec{N}_1 + \vec{N}_2 = m\vec{a}$ (1)



a) Khối gỗ có tự trượt xuống không?

Nếu khối gỗ tự trượt xuống được thì

$P - 2F_{ms} = ma \Rightarrow P \geq 2F_{ms}$

Mà $P = mg = 4.10 = 40$ N, $F_{ms} = \mu N = 0,5.50 = 25$ N

$\Rightarrow P < 2F_{ms}$.

Vậy: Vật không tự trượt xuống được.

b) Hướng và độ lớn của lực $\vec{F}$

- Để khối gỗ chuyển động, cần tác dụng lực $\vec{F}$ có phương thẳng đứng.
- Từ định luật II Niu-tơn, ta có:

$\vec{F} + \vec{P} + \vec{F}_{ms1} + \vec{F}_{ms2} + \vec{N}_1 + \vec{N}_2 = m\vec{a}$ (1)

b1) Để khối gỗ trượt xuống đều: (a = 0):

Lực $\vec{F}$ phải hướng xuống, với:

$F + P - 2F_{ms} = 0 \Rightarrow F_1 = 2F_{ms} - P = 2.25 - 4.10 = 10$ N

b2) Để khối gỗ đi lên đều: (a = 0):

Lực $\vec{F}$ phải hướng lên, với:

$F - P - 2F_{ms} = 0 \Rightarrow F_2 = P + 2F_{ms} = 4.10 + 2.25 = 90$ N

Vậy: Để khối gỗ trượt xuống đều thì lực $\vec{F}$ phải có độ lớn 10N và hướng xuống; để khối gỗ đi lên đều thì lực $\vec{F}$ phải có độ lớn 90 N và hướng lên.

7.15. Một xe lăn, khi được đẩy bằng lực F = 20 N nằm ngang thì xe chuyển động thẳng đều. Khi chất lên xe một kiện hàng khối lượng 20 kg thì phải chịu tác dụng lực F' = 60 N nằm ngang xe mới chuyển động thẳng đều.

Tính hệ số ma sát giữa xe và mặt đường.

Bài giải

- Chọn chiều dương là chiều chuyển động của xe.
- Khi chưa chất kiện hàng lên xe, xe chuyển động thẳng đều nên:

$\vec{P} + \vec{Q} + \vec{F}_{ms} + \vec{F} = \vec{0}$ (1)

$\Rightarrow -F_{ms} + F = 0 \Rightarrow F = F_{ms} = \mu gm$ (1')

- Khi đã chất kiện hàng lên xe, xe chuyển động thẳng đều nên:

$\vec{P'} + \vec{Q'} + \vec{F'}_{ms} + \vec{F'} = \vec{0}$ (2)

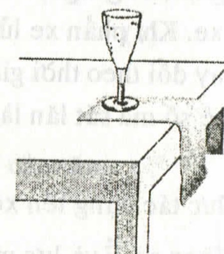
$\Rightarrow -F'_{ms} + F' = 0 \Rightarrow F' = F'_{ms} = \mu g(m+m_h)$ (2')

- Từ (1') và (2') suy ra: $F' - F = \mu g m_h \Rightarrow \mu = \dfrac{F' - F}{gm_h} = \dfrac{60 - 20}{10.20} = 0,2$

Vậy: Hệ số ma sát giữa xe và mặt đường là $\mu = 0,2$.

7.16. Đặt một cái li lên trên một tờ giấy nhẹ đặt trên bàn rồi dùng tay kéo tờ giấy theo phương ngang.

a) Cần truyền cho tờ giấy một gia tốc bao nhiêu để li bắt đầu trượt trên tờ giấy? Biết hệ số ma sát trượt giữa li và tờ giấy là $\mu_1 = 0,3$. Lấy g = 9,8 m/s^2.



b) Trong điều kiện trên, lực tác dụng lên tờ giấy là bao nhiêu? Biết hệ số ma sát trượt giữa tờ giấy và mặt bàn là $\mu_2 = 0,2$, khối lượng của li m = 50 g.

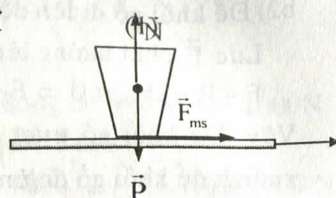
c) Kết quả ở hai câu trên có thay đổi không nếu li có nước?

Bài giải

a) Gia tốc cần truyền cho tờ giấy

- Các lực tác dụng lên li: trọng lực $\vec{P}$, phản lực $\vec{Q}$, lực ma sát $\vec{F}_{ms}$.

- Theo định luật II Niu-tơn, ta có: $\vec{P}+\vec{Q}+\vec{F}_{ms}=m\vec{a}$



- Chiếu (1) lên chiều chuyển động của li, ta được:

$F_{ms}=ma\Rightarrow a=\dfrac{F_{ms}}{m}=\dfrac{\mu_1 P}{m}=\mu_1 g=0,3.10$

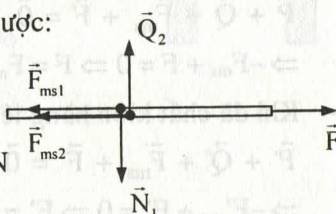
$=3m/s^2$

- Khi li bắt đầu trượt thì gia tốc của tờ giấy bằng gia tốc của li: $a_g=a=3\ m/s^2$..

Vậy: Gia tốc cần truyền cho tờ giấy là $a_g=3$ m/s.

b) Lực tác dụng lên tờ giấy

- Các lực tác dụng lên tờ giấy là: lực kéo $\vec{F}$, phản lực của mặt bàn $\vec{Q}_2$, áp lực của li $\vec{N}_1$, các lực ma sát $\vec{F}_{ms2}$ và $\vec{F}_{ms1}$.
- Theo định luật II Niu-tơn: $\vec{F}+\vec{Q}_2+\vec{N}_1+\vec{F}_{ms2}+\vec{F}_{ms1}=\vec{0}$ (2)
- Chiếu (2) lên chiều chuyển động của tờ giấy, ta được:



$F-F_{ms1}-F_{ms2}=0\Rightarrow F=F_{ms1}+F_{ms2}$

Trong đó: $F_{ms1}=\mu_1 mg$; $F_{ms2}=\mu_2 mg$

$\Rightarrow F=(\mu_1+\mu_2)mg=(0,3+0,2).0,05.9,8=0,25N$

Vậy: Lực tác dụng lên tờ giấy là F = 0,25 N.

c) Khi li có nước

- Ở câu a, gia tốc cần truyền cho tờ giấy không phụ thuộc vào khối lượng của li nên nếu li có nước thì kết quả vẫn không thay đổi.
- Ở câu b, lực tác dụng lên tờ giấy phụ thuộc vào khối lượng của li nên nếu li có nước thì kết quả sẽ thay đổi.

7.17. Xe lửa có khối lượng M = 100 tấn đang chuyển động thẳng đều trên mặt phẳng nằm ngang thì một số toa có khối lượng tổng cộng là m = 10 tấn rời khỏi xe. Khi phần xe lửa tách ra còn chuyển động, khoảng cách giữa hai phần xe thay đổi theo thời gian theo quy luật nào? Biết lực kéo của đầu máy không đổi, hệ số ma sát lăn là μ = 0,09. Cho g = 10 m/s².

Bài giải

- Các lực tác dụng lên xe lửa: trọng lực $\vec{P}$, phản lực của đường ray $\vec{Q}$, lực kéo của động cơ $\vec{F}$ và lực ma sát lăn $\vec{F}_{ms}$.
- Khi xe lửa chuyển động thẳng đều thì: $F=F_{ms}=\mu Mg$ (1)
- Khi một phần xe lửa bị tách ra, cả phần đầu và phần bị tách ra đều chuyển động thẳng biến đổi đều.
- Xét chuyển động của phần đầu:

+ Theo định luật II Niu-tơn, ta có: $\vec{F}+\vec{F}_{ms1}+\vec{P}_1+\vec{Q}_1=(M-m)\vec{a}_1$ (2)

+ Chiếu (2) lên chiều chuyển động của xe lửa ta được: $F-F_{ms1}=(M-m)a$

$\Rightarrow a_1=\dfrac{F-\mu(M-m)g}{M-m}=\dfrac{F-\mu Mg+\mu mg}{M-m}$

$\Rightarrow a_1=\dfrac{\mu mg}{M-m}=\dfrac{0,09.10000.10}{100000-10000}=0,1\ m/s^2$

- Xét chuyển động của phần đuôi bị tách ra:

+ Theo định luật II Niu-tơn, ta có: $\vec{F}_{ms2}+\vec{P}_2+\vec{Q}_2=m\vec{a}_2$ (3)

+ Chiếu (3) lên chiều chuyển động, ta được: $-F_{ms2}=ma_2\Leftrightarrow -\mu mg=ma_2$

$\Rightarrow a_2=-\mu g=-0,09.10=-0,9\ m/s^2$

- Chọn gốc tọa độ O tại vị trí hai xe tách ra, gốc thời gian lúc một phần xe lửa bị tách ra thì phương trình chuyển động của mỗi phần khi đó là:

$x_1=v_0t+\dfrac{1}{2}a_1t^2$ và $x_2=v_0t+\dfrac{1}{2}a_2t^2$

- Khoảng cách giữa hai phần xe là:

$l=|x_1-x_2|=\left|(v_0t+\dfrac{1}{2}a_1t^2)-(v_0t+\dfrac{1}{2}a_2t^2)\right|$

$\Rightarrow l=\dfrac{1}{2}(a_1-a_2)t^2=\dfrac{1}{2}(0,1+0,9)t^2=0,5t^2.$

Khoảng cách giữa hai phần xe thay đổi theo thời gian theo quy luật $l=0,5t^2$.

7.18. Một quả cầu có khối lượng m = 1 kg, bán kính r = 8 cm. Tìm vận tốc rơi cực đại của quả cầu. Biết rằng lực cản của không khí có biểu thức là $F=kSv^2$, hệ số k = 0,024.

Bài giải

- Các lực tác dụng lên quả cầu trong quá trình rơi là: trọng lực $\vec{P}$, lực cản $\vec{F}$.
- Theo định luật II Niu-tơn, ta có: $\vec{P}+\vec{F}=m\vec{a}$ (1)
- Chiếu (1) lên chiều chuyển động ta được:

$P-F=ma\Rightarrow P-kSv^2=ma$

- Khi vật bắt đầu rơi vận tốc của vật tăng dần, lực cản tăng dần, do đó vận tốc của vật có giá trị lớn nhất khi:



$P=F\Rightarrow mg=kSv^2.$

$\Rightarrow v_{max}=\sqrt{\dfrac{mg}{kS}}=\sqrt{\dfrac{mg}{k.\pi r^2}}=\sqrt{\dfrac{1.10}{0,024.3,14.0,08^2}}=144\ m/s.$

Vậy: Vận tốc rơi cực đại của quả cầu là $v_{max}=144$ m/s.

7.19. Hai quả cầu đồng chất giống nhau về mặt hình học nhưng làm bằng vật liệu khác nhau. Khối lượng riêng của các quả cầu là D_1, D_2. Hai quả cầu đều rơi trong không khí.

Giả thiết rằng lực cản của không khí tỉ lệ với bình phương vận tốc, hãy xác định tỉ số giữa các vận tốc cực đại của các quả cầu.

Bài giải

- Các lực tác dụng lên quả cầu trong quá trình rơi: trọng lực $\vec{P}$, lực cản $\vec{F}$.
- Theo định luật II Niu-tơn, ta có: $\vec{P} + \vec{F} = m\vec{a}$ (1)
- Chiếu (1) lên chiều rơi của các vật, ta được: $P - F = ma$ (1')
- Khi vật bắt đầu rơi vận tốc của vật tăng dần, lực cản tăng dần, do đó vận tốc của vật có giá trị lớn nhất khi: $P = F \Rightarrow mg = F = kv_{max}^2$.

$\Rightarrow DVg = kv_{max}^2$ (2)

- Vận tốc cực đại của quả cầu 1: $v_{1max} = \sqrt{\dfrac{D_1Vg}{k}}$
- Vận tốc cực đại của quả cầu 2: $v_{2max} = \sqrt{\dfrac{D_2Vg}{k}}$

$\Rightarrow \dfrac{v_{1max}}{v_{2max}} = \sqrt{\dfrac{D_1}{D_2}}$

$\vec{F}_c$

$\vec{P}$

Vậy: Tỉ số giữa các vận tốc cực đại của các quả cầu là $\dfrac{v_{1max}}{v_{2max}} = \sqrt{\dfrac{D_1}{D_2}}$.

7.20. Một mô hình tàu thủy m = 0,5 kg được va chạm truyền vận tốc v_0 = 10 m/s. Khi chuyển động, tàu chịu lực cản có độ lớn tỉ lệ với vận tốc là F = 0,5v. Tìm quãng đường tàu đi được cho tới khi:

a) vận tốc giảm một nửa.

b) tàu dừng lại.

Bài giải

a) Quãng đường tàu đi được tới khi vận tốc giảm còn một nửa

- Chọn chiều dương là chiều chuyển động của tàu. Từ định luật II Niu-tơn, ta có:

$-F = ma = -0,5v$ (1)

- Thay $a = \dfrac{\Delta v}{\Delta t}$ vào (1) ta được: $m.\dfrac{\Delta v}{\Delta t} = -0,5v$

$\Rightarrow \Delta v = -\dfrac{0,5v.\Delta t}{m} = \dfrac{0,5.\Delta s}{m} \Rightarrow \Delta s = \dfrac{m.\Delta v}{0,5}$

- Khi vận tốc tàu giảm một nửa thì $\Delta v = v - v_0 = \dfrac{v_0}{2} - v_0 = -\dfrac{v_0}{2}$ nên:

$\Delta s = -\dfrac{m.\left(-\dfrac{v_0}{2}\right)}{0,5} = mv_0 = 0,5.10 = 5m$

Vậy: Quãng đường tàu đi được cho tới khi vận tốc giảm một nửa là Δs = 5 m.

b) Quãng đường tàu đi được tới khi dừng lại

Tương tự, $\Delta s' = -\dfrac{m.\Delta v'}{0,5}$ nhưng với $\Delta v' = v' - v_0 = 0 - v_0 = -v_0$ nên:

$\Delta s' = -\dfrac{m.(-v_0)}{0,5} = 2mv_0 = 2.0,5.10 = 10$ m

Vậy: Quãng đường tàu đi được cho tới dừng lại là $\Delta s'$ = 10 m.

Chuyên đề 8: ỨNG DỤNG CÁC ĐỊNH LUẬT NIU-TƠN VÀ CÁC LỰC CƠ HỌC

A. TÓM TẮT KIẾN THỨC

1. Phương pháp động lực học

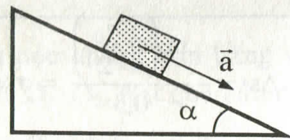
Phương pháp vận dụng các định luật Niu-tơn và các lực cơ học để giải các bài toán về Động lực học gọi là phương pháp động lực học. Có thể vận dụng phương pháp này để giải hai bài toán chính của Động lực học như sau:

- **Bài toán thuận:** *Cho biết lực tác dụng vào vật, xác định chuyển động của vật (v, a, s, t...)*: Để giải bài toán loại này ta thực hiện các bước sau:
  + Chọn hệ quy chiếu và viết dữ kiện của bài toán.
  + Biểu diễn các lực tác dụng vào vật (coi vật là chất điểm).
  + Xác định gia tốc của vật: $a = \dfrac{F}{m}$
  + Dựa vào các điều kiện ban đầu, xác định chuyển động của vật.
- **Bài toán ngược:** *Cho biết chuyển động của vật (v, a, s, t...), xác định lực tác dụng vào vật*: Để giải bài toán loại này ta thực hiện các bước sau:
  + Chọn hệ quy chiếu và viết dữ kiện của bài toán.
  + Xác định gia tốc của vật từ các dữ kiện đã cho.
  + Xác định hợp lực tác dụng vào vật: F = ma.
  + Biết hợp lực, xác định được các lực tác dụng vào vật.

2. Vận dụng phương pháp động lực học vào các chuyển động cụ thể

- **Chuyển động trên mặt phẳng nghiêng**
  + Trường hợp $\mu = 0$ (không có ma sát): Gia tốc chuyển động trượt của vật trên mặt phẳng nghiêng là: $a = g\sin\alpha$.
  + Trường hợp $\mu \neq 0$ (có ma sát):

• Vật nằm yên hoặc chuyển động thẳng đều ($a = 0$): $\tan\alpha < \mu$.

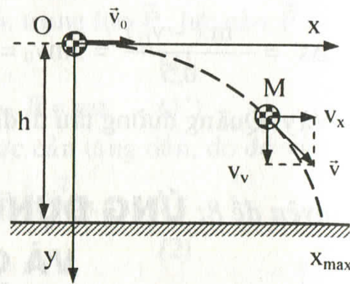


• Vật trượt xuống theo mặt phẳng nghiêng: $a = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$.

• Vật trượt lên theo mặt phẳng nghiêng: $a = -g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)$.

- **Chuyển động của vật ném ngang**

+ Lực tác dụng lên vật: trọng lực $P = mg$; các thành phần vận tốc ban đầu: $v_{0x} = v_0$, $v_{0y} = 0$; các thành phần gia tốc: $a_x = 0$, $a_y = g$ (v_0 là vận tốc ban đầu của vật).



+ Các phương trình chuyển động:

$x = v_0t$; $y = \frac{1}{2}gt^2$.

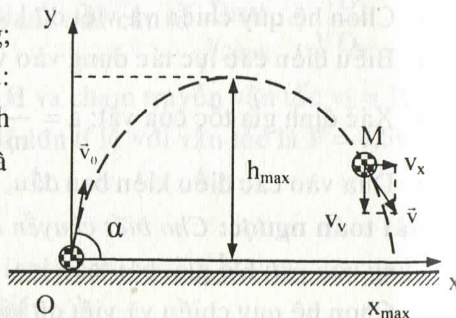
+ Phương trình quỹ đạo: $y = \left(\frac{g}{2v_0^2}\right)x^2$.

+ Vận tốc: $v_x = v_0$; $v_y = gt$; $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_0^2 + (gt)^2}$; $\tan\alpha = \frac{v_y}{v_x} = \frac{gt}{v_0}$.

+ Khi vật chạm đất: $y = h$; $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$; $x_{max} = v_0\sqrt{\frac{2h}{g}}$

- **Chuyển động của vật ném xiên**

+ Lực tác dụng lên vật: trọng lực $P = mg$; các thành phần vận tốc ban đầu: $v_{0x} = v_0\cos\alpha$, $v_{0y} = v_0\sin\alpha$; các thành phần gia tốc: $a_x = 0$, $a_y = -g$ (v_0 là vận tốc ban đầu của vật).



+ Các phương trình chuyển động:

$x = (v_0\cos\alpha)t$; $y = (v_0\sin\alpha)t - \frac{1}{2}gt^2$

+ Phương trình quỹ đạo: $y = (\tan\alpha)x - \left(\frac{g}{2v_0^2\cos^2\alpha}\right)x^2$.

+ Vận tốc: $v_x = v_0\cos\alpha$; $v_y = -gt + v_0\sin\alpha$; $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$; $\tan\alpha = \frac{v_y}{v_x}$.

+ Tầm bay cao (độ cao cực đại): $v_y = 0$; $t = \frac{v_0\sin\alpha}{g}$; $h_{max} = \frac{v_0^2\sin^2\alpha}{2g}$.

+ Tầm bay xa: $y = 0$; $t = \frac{2v_0\sin\alpha}{g}$; $x_{max} = \frac{v_0^2\sin2\alpha}{g}$.

- **Chuyển động tròn**

+ Hợp lực tác dụng vào vật:

• Với chuyển động tròn đều: Hợp lực tác dụng vào vật là lực hướng tâm: $F_{ht} = \frac{mv^2}{R} = m\omega^2R$.

• Với chuyển động tròn không đều: Hợp lực tác dụng vào vật gồm: một thành phần là lực hướng tâm ($F_n = \frac{mv^2}{R} = m\omega^2R$), một thành phần là lực tiếp tuyến ($F_t = \frac{m\Delta v}{\Delta t}$).

+ Gia tốc chuyển động của vật:

• Với chuyển động tròn đều: Là gia tốc hướng tâm: $a_{ht} = \frac{v^2}{R}$.

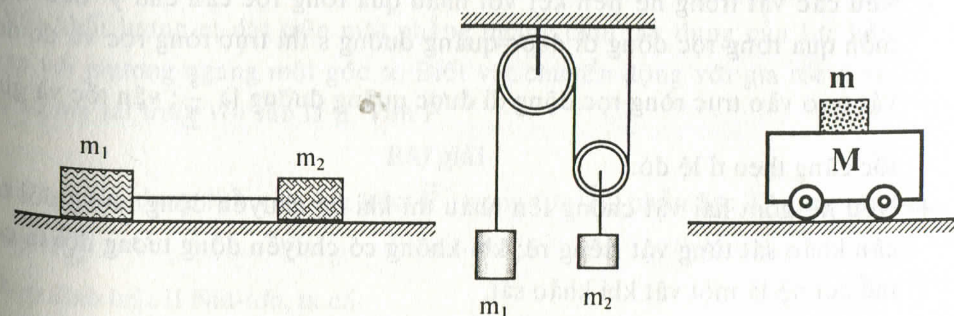
• Với chuyển động tròn không đều: Một thành phần là gia tốc hướng tâm ($a_n = \frac{v^2}{R}$), một thành phần là gia tốc tiếp tuyến ($a_t = \frac{\Delta v}{\Delta t}$).

- **Chuyển động của hệ vật**

+ Hệ vật: Hệ vật là tập hợp gồm từ hai vật trở lên. Đối với hệ vật, lực tác dụng bao gồm: nội lực (lực tác dụng giữa các vật trong hệ) và ngoại lực (lực tác dụng của vật bên ngoài hệ lên các vật trong hệ).

+ Gia tốc chuyển động của hệ: $\vec{a}_{he} = \frac{\Sigma\vec{F}_{ng}}{m_{he}} = \frac{\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + ...}{m_1 + m_2 + ...}$

+ Các hệ vật thường gặp: hệ vật liên kết nhau bằng dây nối; hệ vật liên kết qua ròng rọc; hệ vật chồng lên nhau...

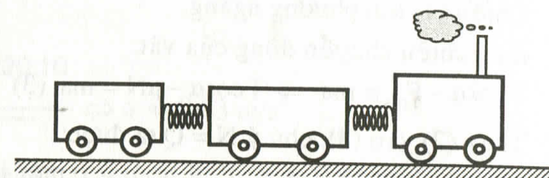


B. NHỮNG CHÚ Ý KHI GIẢI BÀI TẬP

- Cần chọn hệ quy chiếu thích hợp để việc giải bài toán được đơn giản. Nhiều trường hợp có thể chọn hệ trục tọa độ là hệ trục hai chiều không vuông góc nhau.
- Cần xác định đầy đủ các lực tác dụng vào vật và thực hiện chính xác các phép chiếu lên các trục tọa độ đã chọn, chú ý dấu của các thành phần khi chiếu.
- Với chuyển động trên mặt phẳng nghiêng, hệ tọa độ thường chọn là hệ tọa độ Đề-các hai chiều vuông góc với Ox trùng với mặt phẳng nghiêng, Oy vuông góc với mặt phẳng nghiêng. Chú ý đến hệ thức giữa μ và $\tan\alpha$ về điều kiện để vật đứng yên, vật trượt...
- Với các chuyển động của vật ném ngang, ném xiên cần phối hợp với phương pháp tọa độ khi giải quyết các bài toán về gặp nhau giữa các vật khi ném: khi gặp nhau: $x_1 = x_2$ và $y_1 = y_2$.
- Với các chuyển động tròn cần phối hợp với các công thức động học của chuyển động tròn để giải. Chú ý:
  + Điều kiện để vật không rời giá đỡ, vòng xiếc là: $N > 0$.
  + Điều kiện để vật không trượt khi chuyển động là ma sát phải là ma sát nghỉ: $F_{ms} < \mu N$.
  + Lực hướng tâm trong chuyển động tròn có thể là một lực hoặc hợp của nhiều lực tác dụng vào vật.
- Với chuyển động của hệ vật:
  + Nếu các vật trong hệ liên kết với nhau bằng dây nối, dây không dãn, nhẹ thì các vật trong hệ sẽ chuyển động với cùng gia tốc gọi là gia tốc của hệ: $\vec{a}_{he} = \dfrac{\Sigma\vec{F}_{ng}}{m_{he}} = \dfrac{\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + ...}{m_1 + m_2 + ...}$ ($\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$... là các ngoại lực tác dụng lên các vật trong hệ). Khảo sát riêng rẽ từng vật của hệ, với $a_1 = a_2 = ... = a_{hệ}$ từ đó xác định các đại lượng khác theo yêu cầu của đề bài.
  + Nếu các vật trong hệ liên kết với nhau qua ròng rọc cần chú ý: đầu dây luồn qua ròng rọc động đi được quãng đường s thì trục ròng rọc và do đó vật treo vào trục ròng rọc động đi được quãng đường là $\dfrac{s}{2}$; vận tốc và gia tốc cũng theo tỉ lệ đó.
  + Nếu hệ gồm hai vật chồng lên nhau thì khi có chuyển động tương đối ta cần khảo sát từng vật riêng rẽ; khi không có chuyển động tương đối ta có thể coi hệ là một vật khi khảo sát.

C. CÁC BÀI TẬP VỀ ỨNG DỤNG CÁC ĐỊNH LUẬT NIU-TƠN VÀ CÁC LỰC CƠ HỌC

8.1. Đoàn tàu có khối lượng m = 1000 tấn bắt đầu chuyển bánh, lực kéo đầu máy là 25.10^4 N, hệ số ma sát lăn là $\mu = 0,005$. Tìm vận tốc đoàn tàu khi nó đi được 1 km và thời gian chuyển động trên quãng đường này. Lấy $g = 10\ m/s^2$.



Bài giải

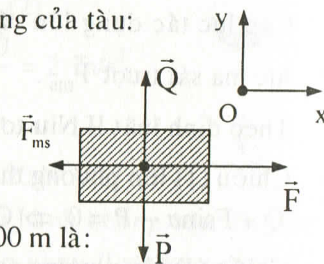
- Các lực tác dụng lên tàu: lực kéo $\vec{F}$, trọng lực $\vec{P}$, phản lực của đường ray $\vec{Q}$, lực ma sát lăn $\vec{F}_{ms}$
- Theo định luật II Niu-tơn, ta có: $\vec{P} + \vec{Q} + \vec{F} + \vec{F}_{ms} = m\vec{a}$ (1)
- Chiếu (1) lên phương thẳng đứng, chiều dương hướng lên:

  $-P + Q = 0 \Rightarrow Q = P = mg$ (1')

- Chiếu (1) lên phương ngang, theo chiều chuyển động của tàu:

  $F - F_{ms} = ma$ (1'')

  $\Rightarrow a = \dfrac{F - \mu mg}{m} = \dfrac{25.10^4 - 0,005.10^6.10}{10^6} = 0,2\ m/s^2$



- Vận tốc của tàu khi vừa đi hết quãng đường s = 1000 m là:

  $v = \sqrt{2.a.s} = \sqrt{2.0,2.1000} = 20\ m/s$.

- Thời gian tàu đi hết quãng đường s = 1000 m là:

  $t = \dfrac{v - v_0}{a} = \dfrac{20 - 0}{0,2} = 100\ s$

Vậy: Vận tốc và thời gian để đoàn tàu đi hết 1 km là v = 20 m/s và t = 100 s.

8.2. Vật khối lượng m đặt trên mặt phẳng ngang chịu tác dụng của lực kéo $\vec{F}$ hợp với phương ngang một góc α. Biết vật chuyển động với gia tốc a và có hệ số ma sát trượt với sàn là μ. Tìm F.

Bài giải

- Các lực tác dụng lên vật: lực kéo $\vec{F}$, trọng lực $\vec{P}$, phản lực $\vec{Q}$, lực ma sát trượt $\vec{F}_{ms}$.
- Theo định luật II Niu-tơn, ta có:

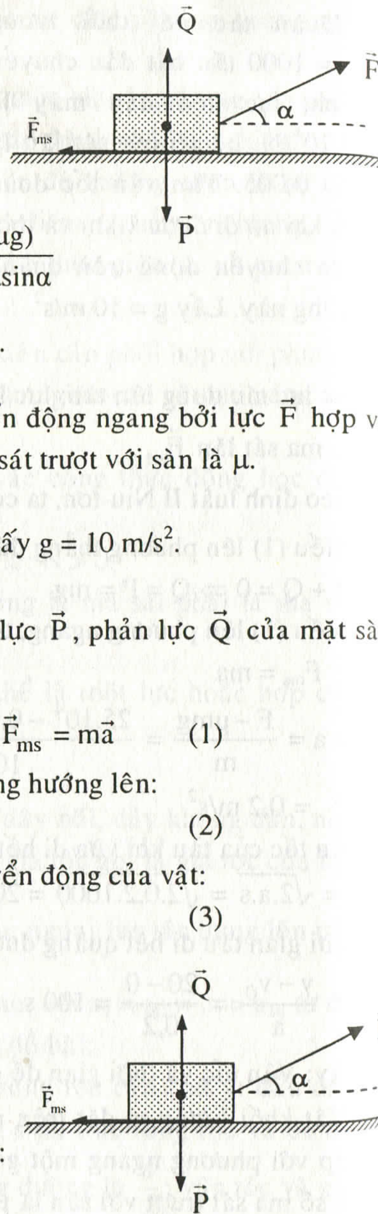
$\vec{P} + \vec{Q} + \vec{F} + \vec{F}_{ms} = m\vec{a}$ (1)

- Chiếu (1) lên phương thẳng đứng, chiều dương hướng lên:

  $Q + F\sin\alpha - P = 0 \Rightarrow Q = P - F\sin\alpha$ (2)

- Chiếu (1) lên phương ngang, theo chiều chuyển động của vật:

  $F\cos\alpha - F_{ms} = ma \Rightarrow F\cos\alpha - \mu N = ma$ (3)



- Thay (2) vào (3), chú ý N = Q ta được:

  $F\cos\alpha - \mu(mg - F\sin\alpha) = ma \Rightarrow F = \dfrac{m(a + \mu g)}{\cos\alpha + \mu\sin\alpha}$

Vậy: Độ lớn của lực $\vec{F}$ là $F = \dfrac{m(a + \mu g)}{\cos\alpha + \mu\sin\alpha}$.

8.3. Vật khối lượng m = 20 kg được kéo chuyển động ngang bởi lực $\vec{F}$ hợp với phương ngang góc α (F = 120 N). Hệ số ma sát trượt với sàn là μ.

Nếu $\alpha = \alpha_1 = 60^0$, vật chuyển động đều.

Tìm gia tốc chuyển động nếu $\alpha = \alpha_2 = 30^0$. Lấy g = 10 m/s^2.

Bài giải

- Các lực tác dụng lên vật: lực kéo $\vec{F}$, trọng lực $\vec{P}$, phản lực $\vec{Q}$ của mặt sàn, lực ma sát trượt $\vec{F}_{ms}$.
- Theo định luật II Niu-tơn, ta có: $\vec{P} + \vec{Q} + \vec{F} + \vec{F}_{ms} = m\vec{a}$ (1)
- Chiếu (1) lên phương thẳng đứng, chiều dương hướng lên:

  $Q + F\sin\alpha - P = 0 \Rightarrow Q = P - F\sin\alpha$ (2)

- Chiếu (1) lên phương ngang, theo chiều chuyển động của vật:

  $F\cos\alpha - F_{ms} = ma \Rightarrow F\cos\alpha - \mu Q = ma$ (3)

- Thay (2) vào (3), chú ý N = Q ta được:

  $F\cos\alpha - \mu(mg - F\sin\alpha) = ma$

  $\Rightarrow a = \dfrac{F(\cos\alpha + \mu\sin\alpha) - \mu mg}{m}$

- Theo bài ra khi $\alpha = \alpha_1 = 60^0$ thì a = 0, do đó:

  $F\cos\alpha_1 - \mu(mg - F\sin\alpha_1) = 0$

  $\Rightarrow \mu = \dfrac{F\cos\alpha_1}{mg - F\sin\alpha_1} = \dfrac{120.\cos60^0}{20.10 - 120.\sin60^0} = \dfrac{120.\frac{1}{2}}{200 - 120.\frac{\sqrt{3}}{2}} \approx 0{,}624.$

- Khi $\alpha = \alpha_2 = 30^0$, gia tốc của vật là: $a = \dfrac{F(\cos\alpha_2 + \mu\sin\alpha_2) - \mu mg}{m}$

  $\Rightarrow a = \dfrac{120(\cos30^0 + 0{,}62.\sin30^0) - 0{,}62.20.10}{20}$

  $a = \dfrac{120\left(\frac{1}{2} + 0{,}62.\frac{1}{2}\right) - 0{,}62.20.10}{20} \Rightarrow a \approx 0{,}83$ m/s^2

Vậy: Gia tốc chuyển động của vật khi $\alpha = \alpha_2 = 30^0$ là a ≈ 0,83 m/s^2.

8.4. Vật có khối lượng m = 2,5 kg rơi thẳng đứng từ độ cao 100 m không vận tốc đầu, sau 10 s thì chạm đất.

Tìm lực cản của không khí (coi như không đổi) tác động lên vật.

Lấy g = 10 m/s^2.

Bài giải

- Các lực tác dụng lên vật: trọng lực $\vec{P}$, lực cản của không khí $\vec{F}$.
- Theo định luật II Niu-tơn, ta có: $\vec{P} + \vec{F} = m\vec{a}$ (1)
- Chiếu (1) lên phương thẳng đứng, chiều dương hướng xuống:

  $P - F = ma \Rightarrow F = P - ma = m(g - a)$ (2)



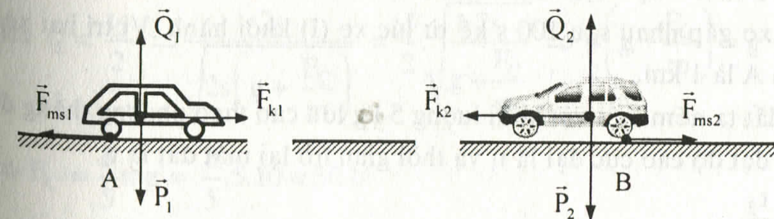
- Quãng đường vật rơi là: $s = \dfrac{1}{2}at^2 \Rightarrow a = \dfrac{2s}{t^2} = \dfrac{2.100}{10^2} = 2$ m/s^2.

  $\Rightarrow F = m(g - a) = 2{,}5.(10 - 2) = 20$ N

Vậy: Lực cản của không khí tác động lên vật là F = 20 N.

8.5. Hai xe khối lượng $m_1 = 500$ kg, $m_2 = 1000$ kg khởi hành không vận tốc đầu từ A và B cách nhau 1,5 km chuyển động đến gặp nhau. Lực kéo của các động cơ xe lần lượt là 600 N và 900 N. Hệ số ma sát lăn của xe với mặt đường lần lượt là 0,1 và 0,05. Xe (II) khởi hành sau xe (I) 50 s. Hỏi hai xe gặp nhau lúc nào và tại đâu? Lấy g = 10 m/s^2.

Bài giải



- Các lực tác dụng lên xe (I): trọng lực $\vec{P}_1$, phản lực $\vec{Q}_1$ của mặt đường, lực kéo $\vec{F}_{k1}$, lực ma sát lăn $\vec{F}_{ms1}$.

- Các lực tác dụng lên xe (II): trọng lực $\vec{P}_2$, phản lực $\vec{Q}_2$ của mặt đường, lực kéo $\vec{F}_{k2}$, lực ma sát lăn $\vec{F}_{ms2}$.
- Áp dụng định luật II Niu-tơn:
  + cho xe (I): $\vec{P}_1 + \vec{Q}_1 + \vec{F}_{k1} + \vec{F}_{ms1} = m_1\vec{a}_1$ (1)
  + cho xe (II): $\vec{P}_2 + \vec{Q}_2 + \vec{F}_{k2} + \vec{F}_{ms2} = m_2\vec{a}_2$ (2)
- Chiếu (1) và (2) lần lượt lên chiều chuyển động của xe và lên phương thẳng đứng, ta được:

$Q_1 = P_1 = m_1g$ (1')

$F_{k1} - F_{ms1} = m_1a_1$ (1")

và $Q_2 = P_2 = m_2g$ (2')

$F_{k2} - F_{ms2} = m_2a_2$ (2")

$$\Rightarrow a_1 = \frac{F_{k1} - \mu_1 m_1 g}{m_1} = \frac{600 - 0,1.500.10}{500} = 0,2 \text{ m/s}^2.$$

$$\text{và } a_2 = \frac{F_{k2} - \mu_2 m_2 g}{m_2} = \frac{900 - 0,05.1000.10}{1000} = 0,4 \text{ m/s}^2.$$

- Chọn trục tọa độ Ox trùng với đường thẳng AB, gốc tọa độ O trùng với điểm A, chiều dương là chiều từ A đến B; gốc thời gian là lúc xe (I) khởi hành.
  + Phương trình chuyển động của xe (I) là:

$$x_1 = \frac{1}{2}a_1t^2 = 0,1t^2 \quad (3)$$

  + Phương trình chuyển động của xe (II) là:

$$x_2 = 1500 - \frac{1}{2}a_2(t-50)^2 = 1500 - 0,2(t-50)^2 \quad (4)$$

- Khi hai xe gặp nhau: $x_1 = x_2 \Rightarrow 0,1t^2 = 1500 - 0,2(t-50)^2$

$\Rightarrow 0,3t^2 - 20t - 1000 = 0$

$\Rightarrow t = 100$ s và $x = x_1 = 0,1.100^2 = 1000$ m = 1km.

Vậy: Hai xe gặp nhau sau 100 s kể từ lúc xe (I) khởi hành. Vị trí hai xe gặp nhau cách A là 1 km.

8.6. Từ mặt đất ta ném một vật khối lượng 5 kg lên cao theo phương thẳng đứng. Thời gian đạt độ cao cực đại là t_1 và thời gian trở lại mặt đất là t_2.

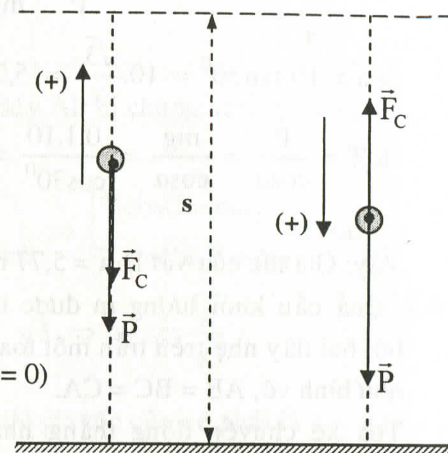
Biết $t_1 = \frac{t_2}{2}$.

Tính độ lớn lực cản không khí (xem như không đổi). Cho $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Bài giải

- Các lực tác dụng lên vật: trọng lực $\vec{P}$, lực cản của không khí $\vec{F}_C$.
- Phương trình chuyển động của vật là:

$\vec{P} + \vec{F}_C = m\vec{a}$ (1)



- Khi vật đi lên ($t = t_1$; $a = a_1$):
  + Chiếu (1) lên phương thẳng đứng, chiều dương hướng lên ta được:

$$-P - F_c = ma_1 \Rightarrow a_1 = -g - \frac{F_C}{m} \quad (2)$$

  + Gọi v_0 là vận tốc của vật ban đầu, s là độ cao cực đại mà vật đạt được, ta có:

$$v^2 - v_0^2 = 2a_1s \Rightarrow v_0 = \sqrt{2s\left(g + \frac{F_C}{m}\right)} \quad (v = 0)$$

$$v = v_0 + a_1t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{-v_0}{a_1} = \frac{2s}{v_0}$$

$$\Rightarrow t_1 = \frac{2s}{\sqrt{2s\left(g + \frac{F_C}{m}\right)}} \quad (3)$$

- Khi vật đi xuống ($t = t_2$; $a = a_2$):
  + Chiếu (1) lên phương thẳng đứng, chiều dương hướng xuống ta được:

$$P - F_C = ma_2 \Rightarrow a_2 = g - \frac{F_C}{m} \quad (4)$$

  + Thời gian vật trở lại mặt đất: $t_2 = \sqrt{\frac{2s}{a_2}} = \sqrt{\frac{2s}{g - \frac{F_C}{m}}}$ (5)

- Mà $t_1 = \frac{t_2}{2} \Rightarrow \frac{2s}{\sqrt{2s\left(g + \frac{F_C}{m}\right)}} = \frac{1}{2}.\sqrt{\frac{2s}{g - \frac{F_C}{m}}} \Rightarrow 4\left(g - \frac{F_C}{m}\right) = g + \frac{F_C}{m}$.

$$\Rightarrow F_C = \frac{3}{5}mg = \frac{3}{5}.5.10 = 30 \text{ N}$$

Vậy: Độ lớn của lực cản không khí là $F_C = 30$ N.

8.7. Quả cầu khối lượng m = 100g treo ở đầu sợi dây trong một toa tàu. Tàu chuyển động ngang với gia tốc a. Dây treo nghiêng góc $\alpha = 30^0$ với phương thẳng đứng. Tìm a và lực căng của dây. Cho $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Bài giải

- Các lực tác dụng lên quả cầu: trọng lực $\vec{P}$, lực căng $\vec{T}$ của dây.
- Theo định luật II Niu-tơn, ta có: $\vec{P}+\vec{T}=m\vec{a}$ (1)
- Từ hình vẽ, ta có: $\tan\alpha = \frac{F}{P} = \frac{ma}{mg} = \frac{a}{g} \Rightarrow a = g\tan\alpha$

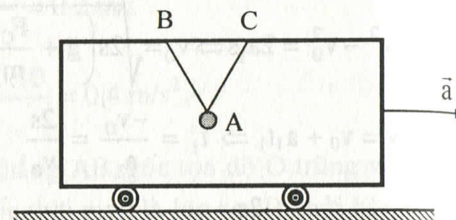
$\Rightarrow a = 10.\tan30^0 = 10.\frac{\sqrt{3}}{3} = 5,77\ m/s^2$.

và $T = \frac{P}{\cos\alpha} = \frac{mg}{\cos\alpha} = \frac{0,1.10}{\cos30^0} = \frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 1,13\ N$.

Vậy: Gia tốc của vật là $a = 5,77\ m/s^2$, độ lớn của lực căng dây là $T = 1,13$ N.

8.8. Quả cầu khối lượng m được treo bởi hai dây nhẹ trên trần một toa xe như hình vẽ, AB = BC = CA.

Toa xe chuyển động thẳng nhanh dần đều với gia tốc a. Tính a:



a) Cho biết lực căng của dây AC gấp ba lần dây AB.

b) Để dây AB chùng (không bị căng).

Bài giải

- Các lực tác dụng lên quả cầu: trọng lực $\vec{P}$, lực căng $\vec{T_1}$ của dây AC, lực căng $\vec{T_2}$ của dây AB.
- Xét hệ trong hệ quy chiếu gắn với mặt đất, theo định luật II Niu-tơn, ta có:

$\vec{P}+\vec{T_1}+\vec{T_2}=m\vec{a}$ (1)

- Chiếu (1) lên phương ngang, chiều dương cùng chiều chuyển động của xe, ta được:

$T_1\cos60^0 - T_2\cos60^0 = ma_1$ (1')

- Chiếu (1) lên phương thẳng đứng, chiều dương hướng lên, ta được:

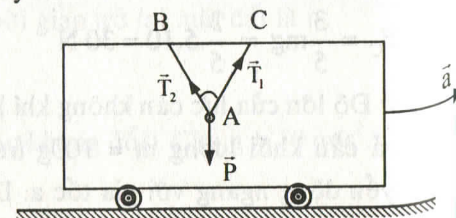
$T_1\cos30^0 + T_2\cos30^0 - P = 0$ (1'')

a) Khi lực căng của dây AC gấp ba lần dây AB

- Vì $T_1 = 3T_2$, từ (1'') suy ra:

$4T_2\cos30^0 = P$ (2)

$\Rightarrow T_2 = \frac{P}{4\cos30^0} = \frac{mg}{4.\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{mg}{2\sqrt{3}}$



- Thay $T_1 = 3T_2$ vào (1') ta được: $3T_2\cos60^0 - T_2\cos60^0 = ma_1$

$\Rightarrow a_1 = \frac{2T_2\cos60^0}{m} = \frac{2mg}{2\sqrt{3}}.\frac{1}{2m} = \frac{g}{2\sqrt{3}}$

Vậy: Khi lực căng của dây AC gấp ba lần dây AB thì gia tốc của xe phải là $a = a_1 = \frac{g}{2\sqrt{3}}$.

b) Khi dây AB bị chùng (không căng): Để dây AB bị chùng xuống thì $T_2 = 0$

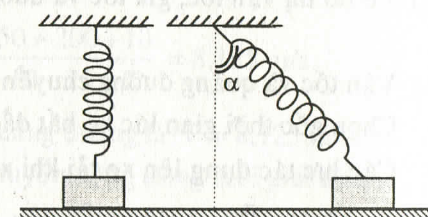
$\Rightarrow \hat{C} \le 60^0$

$\Rightarrow \vec{T_1}+\vec{P}=m\vec{a_2} \Rightarrow \begin{cases} T_1\cos\hat{C} = ma_2 \\ T_1\cos(90-\hat{C}) - P = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T_1\cos\hat{C} = ma_2 \\ T_1\sin\hat{C} = P = mg \end{cases} \Rightarrow \tan\hat{C} = \frac{g}{a_2}$

- Vì $\hat{C} \le 60^0 \Rightarrow \tan\hat{C} \le \tan60^0 \Rightarrow \frac{g}{a_2} \le \sqrt{3} \Rightarrow a_2 \ge \frac{g}{\sqrt{3}}$

Vậy: Để dây AB chùng (không bị căng) thì gia tốc của xe phải là $a = a_2 \ge \frac{g}{\sqrt{3}}$

8.9. Vật khối lượng m = 0,5 kg nằm trên mặt bàn nằm ngang, gắn vào đầu một lò xo thẳng đứng có k = 10 N/m. Ban đầu lò xo dài $l_0 = 0,1$ m và không biến dạng. Khi bàn chuyển động đều theo phương ngang, lò xo nghiêng góc $\alpha = 60^0$ so với phương thẳng đứng. Tìm hệ số ma sát μ giữa vật và bàn. Lấy $g = 10\ m/s^2$.



Bài giải

- Các lực tác dụng lên vật: trọng lực $\vec{P}$, phản lực $\vec{Q}$ của mặt phẳng ngang, lực đàn hồi $\vec{F}_{dh}$ của lò xo, lực ma sát $\vec{F}_{ms}$.
- Vì vật chuyển động đều nên: $\vec{P}+\vec{Q}+\vec{F}_{dh}+\vec{F}_{ms}=\vec{0}$ (1)
- Chiếu (1) lên phương thẳng đứng, chiều dương hướng lên:

$-P + Q + F_{dh}\cos\alpha = 0 \Rightarrow Q = P - F_{dh}\cos\alpha$ (1')

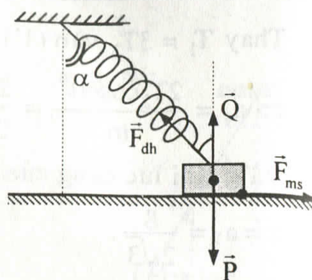
- Chiếu (1) lên phương ngang, chiều dương hướng theo chiều chuyển động:

$F_{ms} - F_{dh}\sin\alpha = 0 \Rightarrow F_{ms} = F_{dh}\sin\alpha$ (1'')

- Thay (1') vào (1'') ta được: $\mu(P - F_{dh}\cos\alpha) = F_{dh}\sin\alpha$

$\Rightarrow \mu(mg - k\Delta l.\cos\alpha) = k\Delta l.\sin\alpha \Rightarrow \mu = \frac{k\Delta l.\sin\alpha}{mg - k\Delta l\cos\alpha}$

với: $\Delta l = l - l_0 = \dfrac{l_0}{\cos\alpha} - l_0 = \dfrac{0,1}{\cos 60^0} - 0,1 = 0,1$ m.



$$\Rightarrow \mu = \dfrac{10.0,1.\dfrac{\sqrt{3}}{2}}{0,5.10 - 10.0,1.\dfrac{1}{2}} = 0,192$$

Vậy: Hệ số ma sát μ giữa vật và bàn là μ = 0,192.

8.10. Xe tải khối lượng m = 1 tấn bắt đầu chuyển động trên mặt đường nằm ngang. Biết hệ số ma sát lăn giữa xe và mặt đường là μ = 0,1. Ban đầu lực kéo của động cơ là 2000 N.

a) Tìm vận tốc và quãng đường chuyển động sau 10 s.

b) Trong giai đoạn kế, xe chuyển động đều trong 20 s. Tìm lực kéo của động cơ xe trong giai đoạn này.

c) Sau đó xe tắt máy, hãm phanh và dừng lại sau khi bắt đầu hãm phanh 2 s. Tìm lực hãm.

d) Tính vận tốc trung bình của xe trong suốt thời gian chuyển động.

e) Vẽ đồ thị vận tốc, gia tốc và đường đi của chuyển động.

Bài giải

a) Vận tốc và quãng đường chuyển động của xe sau 10 s

- Chọn gốc thời gian lúc xe bắt đầu chuyển động.
- Các lực tác dụng lên xe tải khi xe chuyển động: trọng lực $\vec{P}$, phản lực $\vec{Q}$, lực ma sát lăn $\vec{F}_{ms}$, lực kéo $\vec{F}_k$ của động cơ.
- Theo định luật II Niu-tơn, ta có: $\vec{P} + \vec{Q} + \vec{F}_k + \vec{F}_{ms} = m\vec{a}$ (1)
- Chiếu (1) lên phương thẳng đứng, chiều dương hướng lên, ta được:

$-P + Q = 0 \Rightarrow Q = P = mg$ (1')

- Chiếu (1) lên phương ngang, chiều dương cùng chiều chuyển động của xe, ta được:

$F_k - F_{ms} = ma_1$ (1")

- Thay (1') vào (1") ta được: $F_k - \mu N = ma_1$

$$\Rightarrow a_1 = \dfrac{F_k - \mu mg}{m} = \dfrac{2000 - 0,1.1000.10}{1000} = 1 \text{ m/s}^2$$

$$\Rightarrow v_1 = v_{01} + a_1 t_1 = 0 + 1.10 = 10 \text{ m/s}$$

và $s_1 = \dfrac{1}{2}a_1 t_1^2 = \dfrac{1}{2}.1.10^2 = 50$ m

Vậy: Vận tốc và quãng đường chuyển động của xe sau 10 s là $v_1 = 10$ m/s và $s_1 = 50$ m.

b) Lực kéo của động cơ khi xe chuyển động đều

Từ (1"), khi xe chuyển động đều ($a_2 = 0$) thì:

$F_k = F_{ms} = \mu mg = 0,1.1000.10 = 1000$ N.

Vậy: Lực kéo của động cơ khi xe chuyển động đều là $F_k = 1000$ N.

c) Lực hãm khi xe tắt máy

- Khi xe tắt máy, xe chuyển động chậm dần với gia tốc a_3, với:

$-F_h - \mu mg = ma_3 \Rightarrow F_h = -(\mu mg + ma_3)$

với $a_3 = \dfrac{v_3 - v_{03}}{t_3} = \dfrac{v_3 - v_1}{t_3} = \dfrac{0 - 10}{2} = -5$ m/s²

$\Rightarrow F_h = -\left[0,1.1000.10 + 1000.(-5)\right] = 4000$ N.

Vậy: Khi xe tắt máy, lực hãm là $F_h = 4000$ N.

d) Vận tốc trung bình của xe

Ta có: $\bar{v} = \dfrac{s_1 + s_2 + s_3}{t_1 + t_2 + t_3}$

với s_1, s_2, s_3 lần lượt là quãng đường xe chuyển động nhanh dần đều, thẳng đều và chậm dần đều: $s_1 = 50$ m; $s_2 = vt_2 = 10.20 = 200$ m;

$$s_3 = \dfrac{v_3^2 - v_1^2}{2a_3} = \dfrac{0^2 - 10^2}{2.(-5)} = 10 \text{ m} \Rightarrow \bar{v} = \dfrac{50 + 200 + 10}{10 + 20 + 2} = 8,125 \text{ m/s}$$

Vậy: Vận tốc trung bình của xe trên cả quãng đường là $\bar{v} = 8,125$ m/s.

e) Đồ thị vận tốc, gia tốc và đường đi của chuyển động trong mỗi giai đoạn

- Phương trình vận tốc:
  + Giai đoạn chuyển động thẳng nhanh dần đều (I): $v_1 = a_1 t = t$; $0 \le t \le 10$s
  + Giai đoạn chuyển động thẳng đều (II): $v_2 = 10$ m/s; $10 \le t \le 30$ s.
  + Giai đoạn chuyển động thẳng chậm dần đều (III):

  $v_3 = v_{03} + a_3(t - t_{03}) = 10 - 5(t - 30)$; $30 \le t \le 32$s

- Gia tốc: $a_1 = 1$ m/s² ($0 \le t \le 10$s); $a_2 = 0$ ($10 \le t \le 30$ s);

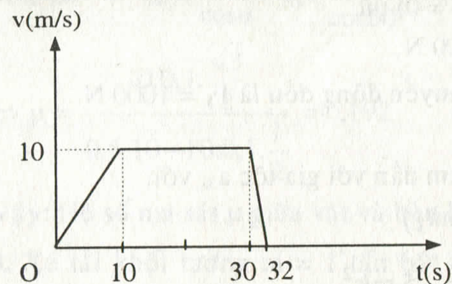
  $a_3 = -5$ m/s² ($30 \le t \le 32$s).

- Đường đi: $s_1 = \dfrac{1}{2}a_1 t^2 = 0,5t^2$ ($0 \le t \le 10$s);

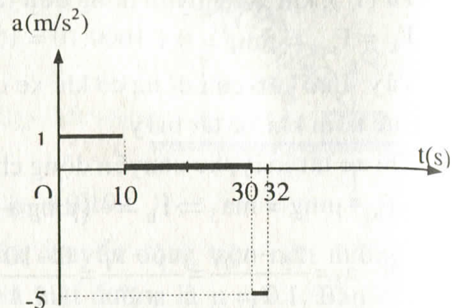
  $s_2 = v_2(t - t_{02}) = 10(t - 10)$ ($10 \le t \le 30$ s);

  $s_3 = v_{03}t + \dfrac{1}{2}a_3(t - t_{03})^3 = 10t - 2,5(t - 30)^2$

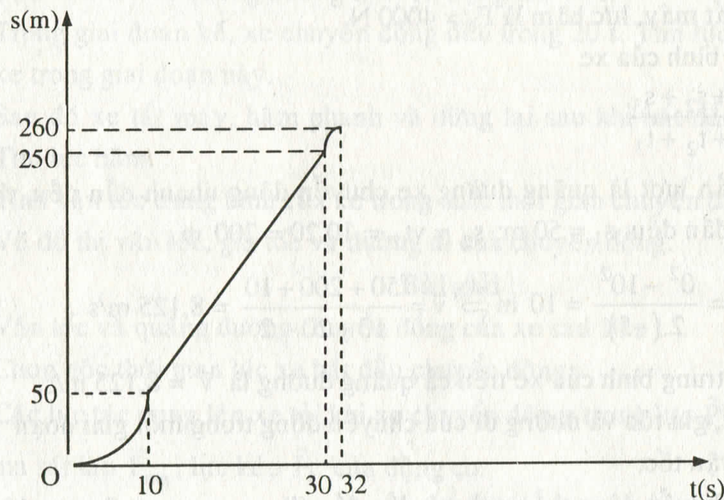
- Các đồ thị:



Đồ thị vận tốc ứng với các giai đoạn chuyển động của xe



Đồ thị gia tốc ứng với các giai đoạn chuyển động của xe



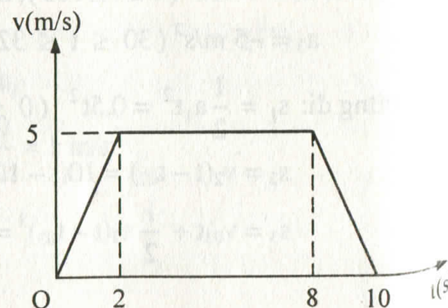
Đồ thị đường đi ứng với các giai đoạn chuyển động của xe

8.11. Thang máy khối lượng 1000 kg chuyển động có đồ thị vận tốc như hình vẽ. Tính lực căng của dây cáp treo thang máy trong từng giai đoạn chuyển động. Xét hai trường hợp:

a) thang máy đi lên.

b) thang máy đi xuống.

c) Biết rằng buồng thang máy nêu trên có một người khối lượng 50 kg đứng trên sàn. Khi thang máy đi xuống, tìm trọng lượng của người trong từng giai đoạn chuyển động của thang máy. Khi nào trọng lượng của người bằng 0?



Bài giải

- Các lực tác dụng vào thang máy: trọng lực $\vec{P}$, lực căng dây cáp $\vec{T}$.
- Theo định luật II Niu-tơn, ta có: $\vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}$ (1)

a) Khi thang máy đi lên

- Trong khoảng thời gian từ 0 đến 2 s:
  + Chiếu (1) lên chiều chuyển động của thang máy ta được:
  $T_1 - P = ma_1 \Rightarrow T_1 = m(g + a_1)$ (2)
  + Trên đồ thị, ta có: $a_1 = \dfrac{v_1 - v_0}{t_1 - t_0} = \dfrac{5-0}{2-0} = 2{,}5\ m/s^2$
  + Thay vào (2) ta được: $T_1 = 1000.(10 + 2{,}5) = 12500$ N.
- Trong khoảng thời gian từ 2 đến 8 s: Trên đồ thị, ta có: $a_2 = 0$
  $\Rightarrow T_2 = P = mg = 1000.10 = 10000$ N.
- Trong khoảng thời gian từ 8 đến 10 s:
  Trên đồ thị ta có: $a_3 = \dfrac{v_3 - v_2}{t_3 - t_2} = \dfrac{0-5}{10-8} = -2{,}5\ m/s^2$.
  $\Rightarrow T_3 = m(g + a_3) = 1000.(10 - 2{,}5) = 7500$ N.

Vậy: Khi thang máy đi lên, lực căng dây cáp trong ba giai đoạn chuyển động là $T_1 = 12500$ N; $T_2 = 10000$N và $T_3 = 7500$N.

b) Khi thang máy chuyển động đi xuống

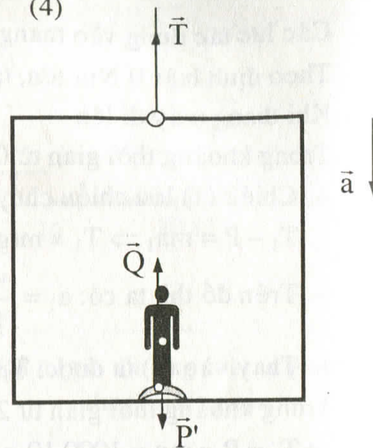
- Trong khoảng thời gian từ 0 đến 2 s:
  + Chiếu (1) lên chiều chuyển động của thang máy ta được:
  $T_1 + P = ma_1 \Rightarrow T_1 = m(g - a_1)$ (3)
  + Trên đồ thị, ta có: $a_1 = \dfrac{v_1 - v_0}{t_1 - t_0} = \dfrac{5-0}{2-0} = 2{,}5\ m/s^2$
  + Thay vào (2) ta được: $T_1 = 1000.(10 - 2{,}5) = 7500$ N.
- Trong khoảng thời gian từ 2 đến 8 s: Trên đồ thị, ta có: $a_2 = 0$
  $\Rightarrow T_2 = P = mg = 1000.10 = 10000$ N.
- Trong khoảng thời gian từ 8 đến 10 s:
  Trên đồ thị ta có: $a_3 = \dfrac{v_3 - v_2}{t_3 - t_2} = \dfrac{0-5}{10-8} = -2{,}5\ m/s^2$.
  $\Rightarrow T_3 = m(g - a_3) = 1000.[10 - (-2{,}5)] = 12500$ N.

Vậy: Khi thang máy đi xuống, lực căng dây cáp trong ba giai đoạn chuyển động là $T_1 = 7500$ N; $T_2 = 10000$ N và $T_3 = 12500$ N.

c) Trọng lượng của người trong từng giai đoạn chuyển động của thang máy

- Các lực tác dụng lên người: trọng lực $\vec{P'}$, phản lực của sàn thang máy $\vec{Q}$.

- Theo định luật II Niu-tơn, ta có: $\vec{P'} + \vec{Q} = m'\vec{a'}$ (4)
- Chiếu (4) lên chiều chuyển động của thang máy (hướng xuống) ta được:
  $P' - Q = m'a' \Rightarrow Q = P' - m'a' = m'(g - a')$
- Tương tự câu b, ta được:
  + Giai đoạn từ 0 đến 2 s: $a_1 = 2,5$ s
    $\Rightarrow Q_1 = 50.(10 - 2,5) = 375$ N.
  + Giai đoạn từ 2 s đến 8 s: $a_2 = 0$
    $\Rightarrow Q_2 = 50.10 = 500$ N.
  + Giai đoạn từ 8 s đến 10 s: $a_3 = -2,5$ s
    $\Rightarrow Q_3 = 50.[10 - (-2,5)] = 625$ N.



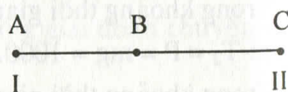
- Trọng lượng của người là: N = Q.
  Vậy: Khi thang máy đi xuống, trọng lượng của người trong ba giai đoạn chuyển động là $N_1 = 375$ N; $N_2 = 500$ N; $N_3 = 625$ N. Trọng lượng của người bằng 0 khi thang máy chuyển động với gia tốc $a = g = 10$ m/s^2, lúc đó $N' = Q' = 0$.

- ***Chú ý:*** Theo định nghĩa, trọng lượng của vật là lực mà vật đè lên giá đỡ hoặc kéo căng dây treo. Bình thường thì trọng lượng của vật bằng trọng lực do Trái Đất tác dụng vào vật.

8.12. Khoảng cách giữa hai nhà ga là s = 10,8 km. Một đầu máy xe lửa khối lượng m = 1 tấn khởi hành không vận tốc đầu từ nhà ga I, chuyển động thẳng nhanh dần đều trong thời gian $t_1 = 5$ phút, sau đó chạy chậm dần đều và dừng lại trước nhà ga II. Thời gian chuyển động tổng cộng là t = 20 phút. Biết hệ số ma sát lăn là $\mu = 0,04$.
Tìm lực kéo của đầu máy trong từng giai đoạn chuyển động.

Bài giải

- Các lực tác dụng lên đầu máy là: trọng lực $\vec{P}$, phản lực $\vec{Q}$, lực kéo $\vec{F_k}$ và lực ma sát $\vec{F}_{ms}$.



- Theo định luật II Niu-tơn, ta có:
  $\vec{P} + \vec{Q} + \vec{F_k} + \vec{F}_{ms} = m\vec{a}$ (1)
- Ở giai đoạn 1, vật chuyển động nhanh dần đều:
  $F_{k1} - F_{ms1} = ma_1$ (2)
  $\Rightarrow F_{k1} = ma_1 + F_{ms1} = ma_1 + \mu mg = m(a_1 + \mu g)$ (2')
  và $v_B = v_A + a_1t_1 = a_1t_1$ (3)
  $s_1 = \dfrac{v_B^2 - v_A^2}{2a_1} = \dfrac{v_B^2}{2a_1}$ (4)

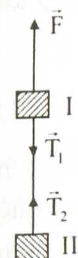
- Ở giai đoạn 2, vật chuyển động chậm dần đều:
  $F_{k2} - F_{ms2} = ma_2$ (5)
  $\Rightarrow F_{k2} = ma_2 + F_{ms2} = ma_2 + \mu mg = m(a_2 + \mu g)$ (5')
  và $v_C = v_B + a_2t_2 = a_1t_1 + a_2t_2 = 0$
  $\Rightarrow a_1t_1 = -a_2t_2$ (6)
  $s_2 = \dfrac{v_C^2 - v_B^2}{2a_2} = -\dfrac{v_B^2}{2a_2}$ (7)
- Theo đề bài: $s_1 + s_2 = s = 10800$ m; và $t_2 = t - t_1 = 20 - 5 = 15$ phút.
  Thay vào (6) ta được:
  $5a_1 = -15a_2 \Rightarrow a_1 = -3a_2$ (8)
  và $s_2 = 3s_1 \Rightarrow 4s_1 = s$
  $\Rightarrow s_1 = \dfrac{s}{4} = \dfrac{10800}{4} = 2700$ m và $s_2 = 3s_1 = 3.2700 = 8100$ m
- Mặt khác, từ $s_1 = \dfrac{1}{2}a_1t_1^2 \Rightarrow a_1 = \dfrac{2s_1}{t_1^2} = \dfrac{2.2700}{300^2} = 0,06$ m/s^2 và $a_2 = -0,02$ m/s^2.
  ($t_1 = 5$ phút = 300 s; $t_2 = 15$ phút = 900 s; s = 10,8 km = 10800 m)
- Thay giá trị của a_1 và a_2 vào (2') và (5') ta được:
  $F_{k1} = m(a_1 + \mu g) = 1000.(0,06 + 0,04.10) = 460$ N
  và $F_{k2} = m(a_2 + \mu g) = 1000.[(-0,02) + 0,04.10)] = 380$ N
  Vậy: Lực kéo của đầu máy trong từng giai đoạn chuyển động là $F_{k1} = 460$ N và $F_{k2} = 380$ N.

8.13. Hai vật $m_1 = 1$ kg, $m_2 = 0,5$ kg nối với nhau bằng một sợi dây và được kéo lên thẳng đứng nhờ lực F = 18 N đặt lên vật I. Tìm gia tốc chuyển động và lực căng của dây. Dây không dãn và có khối lượng không đáng kể. Cho g = 10 m/s^2.



Bài giải

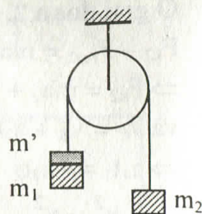
- Các ngoại lực tác dụng lên hệ: các trọng lực $\vec{P_1}$, $\vec{P_2}$; lực kéo $\vec{F}$.
- Chọn chiều dương hướng lên. Gia tốc của hệ là:
  $a = \dfrac{F - P_1 - P_2}{m_1 + m_2} = \dfrac{F - m_1g - m_2g}{m_1 + m_2}$
  $\Rightarrow a = \dfrac{18 - 1.10 - 0,5.10}{1 + 0,5} = 2$ m/s^2



- Xét riêng vật m_2, ta có: $T - P_2 = m_2a \Rightarrow T = m_2a + P_2 = m_2(a + g)$
  $\Rightarrow T = 0,5.(2 + 10) = 6$ N
  Vậy: Gia tốc chuyển động và lực căng của dây là a = 2 m/s^2 và T = 6 N.

8.14. Cho hệ như hình vẽ. Hai vật nặng có cùng khối lượng $m = 1kg$ có độ cao chênh nhau một khoảng $h = 2m$. Đặt thêm vật $m' = 500$ g lên vật m_1 ở cao hơn. Bỏ qua ma sát, khối lượng dây và ròng rọc.

Tìm vận tốc các vật khi hai vật m_1 và m_2 ở ngang nhau. Cho $g = 10\ m/s^2$.



Bài giải

- Vì $(m_1 + m') > m_2$ nên m_1 và m' đi xuống, m_2 đi lên. Chọn chiều dương là chiều chuyển động của hệ.
- Các ngoại lực tác dụng lên hệ: các trọng lực $\vec{P}_1, \vec{P}_2, \vec{P}'$. Từ định luật II Niu-tơn ta có:

$$\vec{P}_1 + \vec{P}_2 + \vec{P}' = (m_1 + m_2 + m')\vec{a} \quad (1)$$

- Chiếu (1) lên chiều dương đã chọn, ta được:

$$P_1 + P' - P_2 = (m_1 + m_2 + m')a$$

$$\Rightarrow m_1g + m'g - m_2g = (m_1 + m_2 + m')\ a$$

$$\Rightarrow a = \frac{m'}{m_1 + m_2 + m'}g = \frac{0,5}{1 + 1 + 0,5}.10 = 2\ m/s^2$$

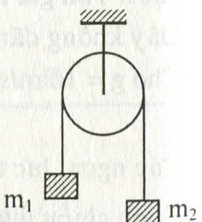
- Khi hai vật ngang nhau, mỗi vật đã đi được theo chiều dương một đoạn $s = \frac{h}{2} = \frac{2}{2} = 1$ m.

Vận tốc của các vật lúc đó là: $v = \sqrt{2as} = \sqrt{2.2.1} = 2$ m/s

Vậy: Vận tốc của các vật khi hai vật m_1 và m_2 ở ngang nhau là $v = 2$ m/s.

8.15. Cho hệ như hình vẽ, $m_1 = 2m_2$. Biết rằng lực căng của dây treo ròng rọc là 52,3 N.

Tìm gia tốc chuyển động của mỗi vật, lực căng của dây và khối lượng mỗi vật. Cho $g = 9,8\ m/s^2$. Bỏ qua khối lượng dây và ròng rọc.



Bài giải

- Vì bỏ qua khối lượng ròng rọc nên ta có: $T' = 2T \Rightarrow T = \frac{T'}{2} = \frac{52,3}{2} = 26,15$ N;

$m_1 > m_2$ nên m_1 đi xuống, m_2 đi lên. Chọn chiều dương là chiều chuyển động của hệ.

- Các ngoại lực tác dụng lên hệ: các trọng lực $\vec{P}_1, \vec{P}_2$. Phương trình định luật II Niu-tơn cho hệ:

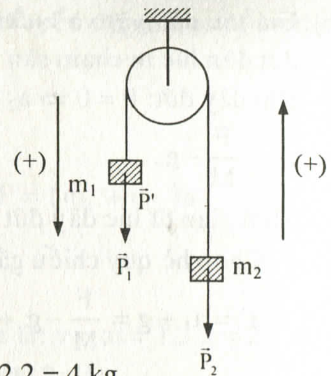
$$\vec{P}_1 + \vec{P}_2 = (m_1 + m_2)\vec{a} \quad (1)$$

- Chiếu (1) lên chiều dương đã chọn, ta được:

$$P_1 - P_2 = (m_1 + m_2)a$$

$$\Rightarrow a = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}g = \frac{2m_2 - m_2}{2m_2 + m_2}.g = \frac{1}{3}.9,8$$

$$= 3,27\ m/s^2$$



- Xét riêng vật m_2, ta có:

$$T - P_2 = m_2a \Rightarrow T - m_2g = m_2a$$

$$\Rightarrow m_2 = \frac{T}{g + a} = \frac{26,15}{9,8 + 3,27} = 2\ kg;\ m_1 = 2m_2 = 2.2 = 4\ kg$$

Vậy: Gia tốc chuyển động của mỗi vật là $a_1 = a_2 = a = 3,27\ m/s^2$; lực căng dây nối hai vật là $T = 26,15$ N; khối lượng hai vật là $m_1 = 2$ kg và $m_2 = 4$ kg.

8.16. Vật khối lượng m được treo vào trần một buồng thang máy khối lượng M; m cách sàn thang máy khoảng s. Tác dụng lên buồng thang máy lực F hướng lên.

a) Tính gia tốc của m và lực căng của dây treo.

b) Dây đứt đột ngột. Tính gia tốc của vật và buồng thang máy sau khi dây đứt và thời gian từ lúc dây đứt đến lúc m chạm sàn.

Bài giải

a) Gia tốc của m và lực căng của dây treo

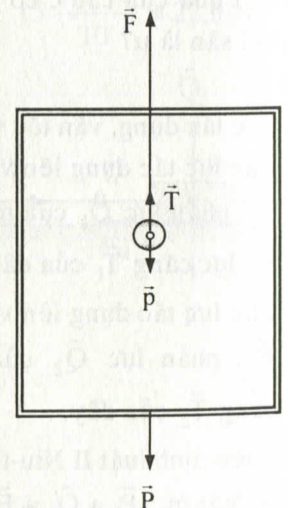
- Chọn chiều dương hướng lên.
- Các ngoại lực tác dụng lên hệ "thang máy và người" là: lực $\vec{F}$, các trọng lực $\vec{P}, \vec{p}$. Theo định luật II Niu-tơn ta có:

$$\vec{F} + \vec{P} + \vec{p} = (M + m)\vec{a} \quad (1)$$

$$\Rightarrow F - Mg - mg = (M + m)a$$

$$\Rightarrow a = \frac{F - (M + m)g}{M + m} = \frac{F}{M + m} - g \quad (2)$$

Đó cũng chính là gia tốc của vật m.



- Xét riêng vật m:

$$T - p = ma \Rightarrow T = m(g + a) = m(g + \frac{F}{M + m} - g)$$

$$\Rightarrow T = \frac{mF}{M + m} \quad (3)$$

Vậy: Gia tốc của vật m là $a_2 = a = \frac{F}{M + m} - g$;

lực căng của dây treo là $T = \frac{mF}{M + m}$.

b) Gia tốc của vật và buồng thang máy sau khi dây đứt và thời gian từ lúc dây đứt đến lúc m chạm sàn

- Khi dây đứt: $F = 0 \Rightarrow a_2 = -g$: vật m không gắn với thang máy nữa nên

$$a_1 = \frac{F}{M} - g.$$

- Thời gian từ lúc dây đứt đến lúc chạm sàn:
  + Chọn hệ quy chiếu gắn với thang máy. Với m, ta có:

$$a' = a_1 + g = \frac{F}{M} - g + g = \frac{F}{M}$$

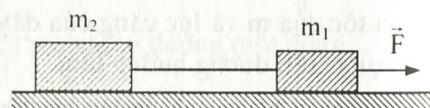
  + Thời gian rơi của m khi dây đứt là: $t = \sqrt{\frac{2s}{a'}} = \sqrt{\frac{2sM}{F}}$

Vậy: Gia tốc của vật và buồng thang máy sau khi dây đứt là $a_2 = -g$; $a_1 = \frac{F}{M} - g$; thời gian từ lúc dây đứt đến lúc m chạm sàn là $t = \sqrt{\frac{2sM}{F}}$.

8.17. Hai vật $m_1 = 5$ kg, $m_2 = 10$ kg nối với nhau bằng một dây nhẹ, đặt trên mặt phẳng nằm ngang không ma sát. Tác dụng lực nằm ngang F = 18 N lên vật m_1.

a) Phân tích lực tác dụng lên từng vật và dây. Tính vận tốc và quãng đường mỗi vật sau khi bắt đầu chuyển động 2 s.

b) Biết dây chịu lực căng tối đa 15 N. Hỏi khi hai vật chuyển động, dây có đứt không?



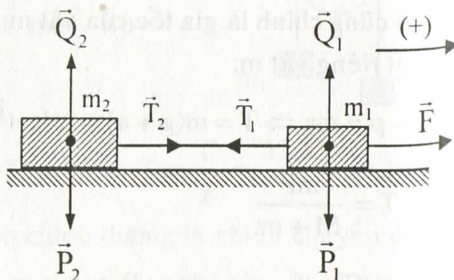
c) Tìm độ lớn lực kéo F để dây bị đứt.

d) Kết quả của câu c có thay đổi không, nếu hệ số ma sát trượt giữa m_1 và m_2 với sàn là μ?

Bài giải

a) Lực tác dụng, vận tốc và quãng đường chuyển động của mỗi vật

- Các lực tác dụng lên vật m_1: trọng lực $\vec{P}_1$, phản lực $\vec{Q}_1$ của mặt sàn, lực kéo $\vec{F}$, lực căng $\vec{T}_1$ của dây.
- Các lực tác dụng lên vật m_2: trọng lực $\vec{P}_2$, phản lực $\vec{Q}_2$ của mặt sàn, lực căng $\vec{T}_2$ của dây.



- Theo định luật II Niu-tơn, ta có:

+ Vật m_1: $\vec{P}_1 + \vec{Q}_1 + \vec{F} + \vec{T}_1 = m_1\vec{a}_1$ (1)

+ Vật m_2: $\vec{P}_2 + \vec{Q}_2 + \vec{T}_2 = m_2\vec{a}_2$ (2)

- Chiếu (1) và (2) lên phương ngang, theo chiều chuyển động của mỗi vật, ta được:

$F - T_1 = m_1a_1$ (1')

$T_2 = m_2a_2$ (2')

- Vì $T_1 = T_2$, $a_1 = a_2 = a$ nên từ (1') và 2') ta được: $F = (m_1 + m_2)a$

$$\Rightarrow a = \frac{F}{m_1 + m_2} = \frac{18}{5 + 10} = 1{,}2 \ \text{m/s}^2$$

- Vận tốc của mỗi vật sau khi chuyển động được 2s là: v = at = 1,2.2 = 2,4 m/s
- Quãng đường vật đi được sau khi chuyển động được 2s là:

$$s = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}.1{,}2.2^2 = 2{,}4 \text{ m}$$

Vậy: Sau khi chuyển động được 2 s, vận tốc và quãng đường mỗi vật đi được là v = 2,4 m/s và s = 2,4 m.

b) Dây có bị đứt không?

Thay $a = 1{,}2$ m/s² vào (2'), ta được: $T_2 = 10.1{,}2 = 12$ N

Vậy: Dây không bị đứt khi các vật chuyển động vì lực căng có độ lớn nhỏ hơn lực căng tối đa là 15 N.

c) Độ lớn lực kéo F để dây bị đứt

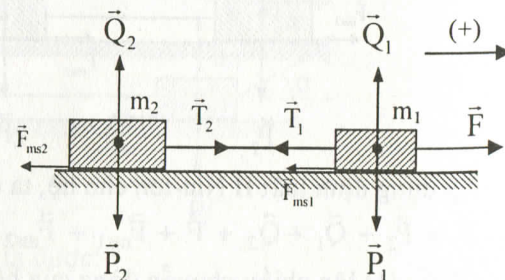
- Thay $a = \frac{F}{m_1 + m_2}$ vào (2') ta được: $T_2 = m_2\frac{F}{m_1 + m_2}$ (2")
- Để dây bị đứt thì: $T_2 \geq T_0 = 15$ N

$$\Rightarrow m_2\frac{F}{m_1 + m_2} \geq T_0 \Rightarrow F \geq T_0\frac{m_1 + m_2}{m_2} \Rightarrow F \geq 15.\frac{5 + 10}{10} = 22{,}5 \text{ N}$$

Vậy: Để dây bị đứt thì F ≥ 22,5 N.

d) Khi hệ số ma sát trượt giữa m_1 và m_2 với sàn là μ

- Các lực tác dụng lên m_1 và m_2 có thêm các lực ma sát $\vec{F}_{ms1}$ và $\vec{F}_{ms2}$.



Do đó:

+ Vật m_1: $\vec{P}_1 + \vec{Q}_1 + \vec{F} + \vec{T}_1 + \vec{F}_{ms1} = m_1\vec{a}_1$ (3)

+ Vật m_2: $\vec{P}_2 + \vec{Q}_2 + \vec{T}_2 + \vec{F}_{ms2} = m_2\vec{a}_2$ (4)

- Chiếu (3), (4) lên phương thẳng đứng, chiều dương hướng lên, ta được:

$Q_1 = P_1 = m_1g$ (3')

$Q_2 = P_2 = m_2g$ (4')

- Chiếu (3), (4) lên chiều chuyển động của mỗi vật ta được:

$F - F_{ms1} - T_1 = m_1a_1 \Rightarrow F - \mu Q_1 + T_1 = m_1a_1$ (3")

$T_2 - F_{ms2} = m_2a_2 \Rightarrow T_2 - \mu Q_2 = m_2a_2$ (4")

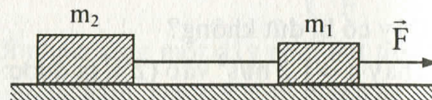
- Tương tự, $T_1 = T_2$, $a_1 = a_2 = a \Rightarrow a = \dfrac{F - \mu g(m_1 + m_2)}{m_1 + m_2}$ (5)

Do đó: $T_2 = m_2.\dfrac{F - \mu g(m_1 + m_2)}{m_1 + m_2} + \mu m_2 g = \dfrac{m_2F}{m_1 + m_2}$ (6)

- So sánh (6) và (2"), ta suy ra điều kiện để dây bị đứt vẫn không thay đổi: $F \geq 22{,}5$ N.

Vậy: Kết quả ở câu c vẫn không thay đổi khi hệ số ma sát trượt giữa m_1 và m_2 với sàn là μ.

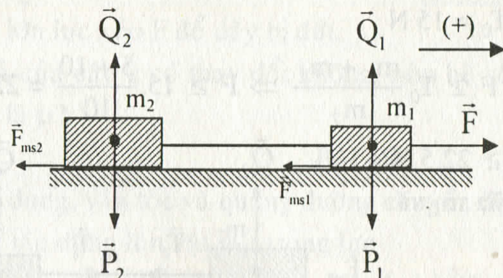
8.18. Cho hệ như hình vẽ. Biết m_1, m_2, hệ số ma sát trượt của hai vật μ_1, μ_2 và lực căng tối đa T_0 của dây.



Tìm độ lớn $\vec{F}$ đặt lên m_1 ($\vec{F}$ hướng dọc theo dây) để dây không đứt.

Bài giải

- Các ngoại lực tác dụng lên hệ gồm: các trọng lực $\vec{P_1}$, $\vec{P_2}$; các phản lực $\vec{Q_1}$, $\vec{Q_2}$; lực kéo $\vec{F}$; các lực ma sát $\vec{F}_{ms1}$, $\vec{F}_{ms2}$.



- Áp dụng định luật II Niu-tơn cho hệ, ta được:

$\vec{P_1} + \vec{P_2} + \vec{Q_1} + \vec{Q_2} + \vec{F} + \vec{F}_{ms1} + \vec{F}_{ms2} = (m_1 + m_2)\vec{a}$ (1)

- Chiếu (1) lên chiều chuyển động của hệ ta được:

$F - F_{ms1} - F_{ms2} = (m_1 + m_2)a$

$\Rightarrow a = \dfrac{F - (F_{ms1} + F_{ms2})}{m_1 + m_2} = \dfrac{F - (\mu_1N_1 + \mu_2N_2)}{m_1 + m_2}$ (1')

- Chiếu (1) lên phương thẳng đứng, chiều dương hướng lên, ta được:

$-P_1 - P_2 + Q_1 + Q_2 = 0$

$\Rightarrow Q_1 = P_1 = m_1g$; $Q_2 = P_2 = m_2g$ (1")

- Thay (1") vào (1'), chú ý: $N_1 = Q_1$ và $N_2 = Q_2$ ta được:

$a = \dfrac{F - (\mu_1m_1 + \mu_2m_2)g}{m_1 + m_2}$ (2)

- Xét riêng vật (2), ta có: $T - F_{ms2} = m_2a \Rightarrow T = m_2a + F_{ms2}$

$\Rightarrow T = m_2.\dfrac{F - (\mu_1m_1 + \mu_2m_2)g}{m_1 + m_2} + \mu_2m_2g = \dfrac{m_2}{m_1 + m_2}[F - (\mu_1 - \mu_2)m_1g]$

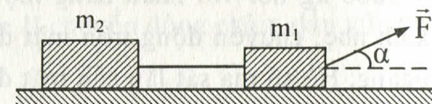
- Để dây không bị đứt: $T \leq T_0 \Rightarrow \dfrac{m_2}{m_1 + m_2}[F - (\mu_1 - \mu_2)m_1g] \leq T_0$

$F \leq \dfrac{(m_1 + m_2)T_0 + m_1m_2(\mu_1 - \mu_2)g}{m_2}$

Vậy: Để dây không bị đứt thì lực $\vec{F}$ đặt lên m_1 phải có độ lớn thỏa mãn:

$F \leq \dfrac{(m_1 + m_2)T_0 + m_1m_2(\mu_1 - \mu_2)g}{m_2}$

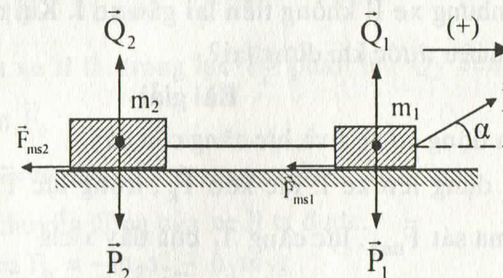
8.19. Cho hệ như hình vẽ: $m_1 = 1$ kg, $m_2 = 2$ kg; $\mu_1 = \mu_2 = 0{,}1$, $F = 6$ N, $\alpha = 30^o$, $g = 10$ m/s^2, $\sqrt{3} = 1{,}7$.



Tính gia tốc chuyển động và lực căng của dây.

Bài giải

- Các ngoại lực tác dụng lên hệ gồm: các trọng lực $\vec{P_1}$, $\vec{P_2}$; các phản lực $\vec{Q_1}$, $\vec{Q_2}$; lực kéo $\vec{F}$; các lực ma sát $\vec{F}_{ms1}$, $\vec{F}_{ms2}$.



- Áp dụng định luật II Niu-tơn cho hệ, ta được:

$\vec{P_1} + \vec{P_2} + \vec{Q_1} + \vec{Q_2} + \vec{F} + \vec{F}_{ms1} + \vec{F}_{ms2} = (m_1 + m_2)\vec{a}$ (1)

- Chiếu (1) lên chiều chuyển động của hệ ta được:

$F\cos\alpha - F_{ms1} - F_{ms2} = (m_1 + m_2)a$

$\Rightarrow a = \dfrac{F\cos\alpha - (F_{ms1} + F_{ms2})}{m_1 + m_2} = \dfrac{F - (\mu_1N_1 + \mu_2N_2)}{m_1 + m_2}$ (1')

- Chiếu (1) lên phương thẳng đứng, chiều dương hướng lên, ta được:

$(-F\sin\alpha - P_1 + Q_1) + (-P_2 + Q_2) = 0$

$\Rightarrow Q_1 = P_1 - F\sin\alpha = m_1g - F\sin\alpha$; $Q_2 = P_2 = m_2g$ (1")

- Thay (1") vào (1'), chú ý: $N_1 = Q_1$, $N_2 = Q_2$, $\mu_1 = \mu_2 = \mu$ ta được:

$$a = \frac{F\cos\alpha - [\mu(m_1g - F\sin\alpha) + \mu m_2g]}{m_1 + m_2}$$

$$\Rightarrow a = \frac{F(\cos\alpha - \mu\sin\alpha) - \mu(m_1 + m_2)g}{m_1 + m_2} = \frac{F(\cos\alpha - \mu\sin\alpha)}{m_1 + m_2} - \mu g$$

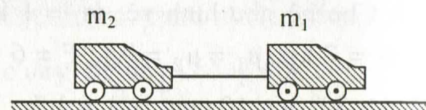
$$\Rightarrow a = \frac{6.(\cos30^o - 0{,}1.\sin30^o)}{1+2} - 0{,}1.10 = \frac{6.(\frac{\sqrt{3}}{2} - 0{,}1.\frac{1}{2})}{1+2} - 0{,}1.10 = 0{,}8\ m/s^2$$

- Xét riêng m_2 ta có: $T - F_{ms2} = m_2a \Rightarrow T = m_2a + F_{ms2}$

$\Rightarrow T = m_2a + \mu m_2g = m_2(a + \mu g) = 2.(0{,}8 + 0{,}1.10) = 3{,}6$ N

Vậy: Gia tốc chuyển động là $a = 0{,}8\ m/s^2$ và lực căng của dây là $T = 3{,}6$ N.

8.20. Hai xe có khối lượng $m_1 = 500$ kg, $m_2 = 1000$ kg nối với nhau bằng một dây xích nhẹ, chuyển động trên mặt đường ngang. Hệ số ma sát lăn của mặt đường và xe là $\mu_1 = 0{,}1$ và $\mu_2 = 0{,}05$. Xe I kéo xe II và sau khi bắt đầu chuyển động 10s hai xe đi được quãng đường 25m.



a) Tìm lực kéo của động cơ xe I và lực căng của dây.

b) Sau đó xe I tắt máy. Hỏi xe II phải hãm phanh với lực hãm bao nhiêu để dây xích chùng nhưng xe II không tiến lại gần xe I. Khi này xe sẽ đi thêm quãng đường bao nhiêu trước khi dừng lại?

Bài giải

a) Lực kéo của động cơ xe I và lực căng của dây

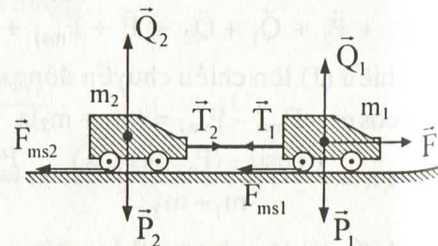
- Các lực tác dụng lên xe I: lực kéo $\vec{F}_k$, trọng lực $\vec{P}_1$, phản lực $\vec{Q}_1$ của mặt đường, lực ma sát $\vec{F}_{ms1}$, lực căng $\vec{T}_1$ của dây xích.

- Các lực tác dụng lên xe II: trọng lực $\vec{P}_2$, phản lực $\vec{Q}_2$ của mặt đường, lực ma sát $\vec{F}_{ms2}$, lực căng $\vec{T}_2$ của dây xích.

- Theo định luật II Niu-tơn, ta có:

$\vec{P}_1 + \vec{Q}_1 + \vec{F}_k + \vec{T}_1 + \vec{F}_{ms1} = m_1\vec{a}$ (1)

$\vec{P}_2 + \vec{Q}_2 + \vec{T}_2 + \vec{F}_{ms2} = m_2\vec{a}$ (2)



- Chiếu (1), (2) lên phương thẳng đứng, chiều dương hướng lên ta được:

$Q_1 = P_1 = m_1g$; $Q_2 = P_2 = m_2g$ (3)

- Chiếu (1), (2) lên chiều chuyển động của mỗi xe ta được:

$F_k - F_{ms1} - T_1 = m_1a \Rightarrow F_k - \mu_1Q_1 + T_1 = m_1a$ (4)

$T_2 - F_{ms2} = m_2a \Rightarrow T_2 - \mu_2Q_2 = m_2a$ (5)

Vì $T_1 = T_2$, từ (3) và (4) suy ra: $F_k - \mu_1Q_1 - \mu_2Q_2 = (m_1 + m_2)a$

$\Rightarrow F_k = (\mu_1m_1 + \mu_2m_2)g + (m_1 + m_2)a$ (6)

- Gia tốc chuyển động của mỗi xe là: $a = \frac{2s}{t^2} = \frac{2.25}{10^2} = 0{,}5\ m/s^2$

- Lực kéo của động cơ xe I:

$F_k = (0{,}1.500 + 0{,}05.1000)10 + (500 + 1000)0{,}5 = 1750$ N

- Lực căng của dây: Từ (4) suy ra: $T_2 = m_2a + \mu_2m_2g = m_2(a + \mu_2g)$

$\Rightarrow T_2 = 1000.(0{,}5 + 0{,}05.10) = 1000$N

Vậy: Lực kéo của động cơ xe I là $F_k = 1750$N và lực căng của dây là T = 1000N.

b) Lực hãm của xe II và quãng đường mỗi xe đi thêm được trước khi dừng lại

- Khi xe I tắt máy, dây chùng, xe I và xe II chuyển động chậm dần với gia tốc a_1' và a_2'.

- Các lực tác dụng lên xe I là: trọng lực $\vec{P}_1$, phản lực $\vec{Q}_1$ của mặt đường, lực ma sát $\vec{F}_{ms1}$:

$\vec{P}_1 + \vec{Q}_1 + \vec{F}_{ms1} = m_1\vec{a}_1'$ (7)

- Chiếu (7) lên chiều chuyển động của xe I ta được: $-F_{ms1} = m_1a_1'$

$\Rightarrow a_1' = -\mu_1g = -0{,}1.10 = -1\ m/s^2$

- Các lực tác dụng lên xe II là: trọng lực $\vec{P}_2$, phản lực $\vec{Q}_2$ của mặt đường, lực ma sát $\vec{F}_{ms2}$, lực hãm $\vec{F}_h$:

$\vec{P}_2 + \vec{Q}_2 + \vec{F}_{ms2} + \vec{F}_h = m_2\vec{a}_2'$ (8)

- Chiếu (8) lên chiều chuyển động của xe II ta được:

$-F_h - F_{ms2} = m_2a_2' \Rightarrow F_h = -m_2a_2' - \mu_2m_2g$

- Để dây chùng nhưng xe II không tiến lại gần xe I thì gia tốc của xe II phải bằng gia tốc của xe I: $a_1' = a_2'$.

Do đó: $F_h = -1000.(-1) - 0{,}05.1000.10 = 500$ N

- Quãng đường mỗi xe đi thêm được trước khi dừng lại:

+ Vận tốc của xe I tại thời điểm hãm phanh là: $v = a_1t = 0{,}5.10 = 5$ m/s.

+ Quãng đường mỗi xe đi được là: $s = \dfrac{-v^2}{2a_1} = \dfrac{-5^2}{2(-1)} = 12,5$ m

Vậy: Lực hãm của xe II là $F_h = 500$ N; quãng đường hai xe đi được từ lúc xe II hãm phanh là s = 12,5 m.

8.21. Đoàn xe lửa gồm đầu máy khối lượng 20 tấn kéo 10 toa mỗi toa khối lượng 8 tấn, khởi hành trên đường thẳng nằm ngang; lực kéo của đầu máy F_k = 50000 N. Đoàn tàu đạt vận tốc 36 km/h sau quãng đường 125 m.

Tính hệ số ma sát lăn giữa đoàn tàu với đường ray và lực kéo do đầu máy tác dụng lên toa I.

Bài giải

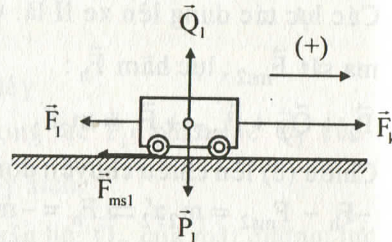
- Các lực tác dụng lên đoàn tàu: lực kéo của đầu máy $\vec{F}_k$, trọng lực $\vec{P}$, phản lực $\vec{Q}$ của mặt đường ray, lực ma sát $\vec{F}_{ms}$.
- Theo định luật II Niu-tơn, ta có: $\vec{F}_k + \vec{P} + \vec{Q} + \vec{F}_{ms} = m\vec{a}$ (1)
- Chiếu (1) lên phương thẳng đứng, chiều dương hướng lên, ta được:

  $Q - P = 0 \Rightarrow Q = P = mg$ (2)
- Chiếu (1) lên chiều chuyển động của đoàn tàu, ta được:

  $F_k - F_{ms} = ma \Rightarrow F_k - ma = F_{ms} = \mu N = \mu mg$ (3)
- Từ (2) và (3), suy ra: $\mu = \dfrac{F_k - ma}{mg}$ (4)
- Gia tốc chuyển động của tàu là: $a = \dfrac{v^2}{2s} = \dfrac{10^2}{2.125} = 0,4$ m/s².

  (với m = 20000 + 10.8000 = 100000 kg: khối lượng của cả đoàn tàu)
- Thay a = 0,4 m/s² vào (4), ta được:

  $\mu = \dfrac{50000 - 100000.0,4}{100000.10} = 0,01$
- Xét chuyển động của đầu máy:

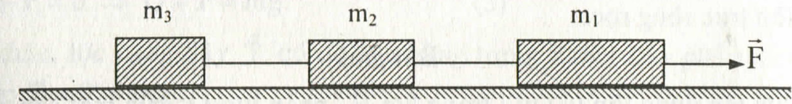


  + Các lực tác dụng lên đầu máy: lực kéo của đầu máy $\vec{F}_k$, trọng lực $\vec{P}_1$, phản lực $\vec{Q}_1$ của mặt đường ray, lực ma sát $\vec{F}_{ms}$, lực kéo $\vec{F}_1$ của toa I.
  + Theo định luật II Niu-tơn, ta có: $\vec{F}_k + \vec{P}_1 + \vec{Q}_1 + \vec{F}_{ms} + \vec{F}_1 = M\vec{a}$ (5)
  + Chiếu (5) lên chiều chuyển động của tàu: $F_k - F_{ms1} - F_1 = Ma$

  $\Rightarrow F_1 = F_k - F_{ms1} - Ma = 50000 - 0,01.20000.10 - 20000.0,4 = 40000$ N

Vậy: Hệ số lăn giữa đoàn tàu với đường ray là $\mu = 0,01$ và lực kéo do đầu máy tác dụng lên toa I là $F_1 = 40000$ N.

8.22. Cho hệ như hình vẽ: $m_1 = 3$ kg, $m_2 = 2$ kg, $m_3 = 1$ kg, F = 12 N. Bỏ qua ma sát và khối lượng dây nối. Tìm gia tốc mỗi vật và lực căng của dây nối các vật.



Bài giải

- Các lực tác dụng lên hệ vật (gồm 3 vật) là: lực kéo $\vec{F}$, trọng lực $\vec{P}$, phản lực $\vec{Q}$ của mặt mặt phẳng ngang.
- Theo định luật II Niu-tơn, ta có: $\vec{F} + \vec{P} + \vec{Q} = m\vec{a}$ (1)
- Chiếu (1) lên chiều chuyển động của hệ vật, ta được:

  $F = ma \Rightarrow a = \dfrac{F}{m} = \dfrac{12}{3+2+1} = 2$ m/s²
- Xét chuyển động của vật m_1:
  + Lực tác dụng lên vật m_1: lực kéo $\vec{F}$, trọng lực $\vec{P}_1$, phản lực $\vec{Q}_1$ của mặt mặt phẳng ngang, lực căng $\vec{T}_{21}$ của dây nối giữa m_1 và m_2:

  $\vec{F} + \vec{P}_1 + \vec{Q}_1 + \vec{T}_{21} = m_1\vec{a}$ (2)
  + Chiếu (2) lên chiều chuyển động của vật m_1, ta được:

  $F - T_{21} = m_1a \Rightarrow T_{21} = F - m_1a$

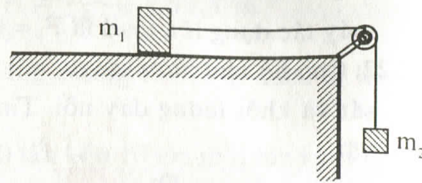
  $\Rightarrow T_{21} = 12 - 3.2 = 6$ N
- Xét chuyển động của vật m_2:
  + Lực tác dụng lên vật m_2: lực căng $\vec{T}_{12}$ của dây nối giữa m_1 và m_2, trọng lực $\vec{P}_2$, phản lực $\vec{Q}_2$ của mặt mặt phẳng ngang, lực căng $\vec{T}_{32}$ của dây nối giữa m_2 và m_3:

  $\vec{F} + \vec{P}_2 + \vec{Q}_2 + \vec{T}_{12} + \vec{T}_{32} = m_2\vec{a}$ (3)
  + Chiếu (3) lên chiều chuyển động của vật m_2, ta được:

  $T_{12} - T_{32} = m_2a \Rightarrow T_{32} = T_{12} - m_2a = 6 - 2.2 = 2$ N

Vậy: Gia tốc của mỗi vật là a = 2 m/s²; các lực căng của dây nối $T_{21} = 6$ N và $T_{32} = 2$ N.

8.23. Cho hệ thống như hình vẽ: $m_1 = 1,6$ kg, $m_2 = 400$ g, $g = 10$ m/s^2. Bỏ qua ma sát, khối lượng dây và ròng rọc. Tìm quãng đường mỗi vật đi được sau khi bắt đầu chuyển động 0,5 s và lực nén lên trục ròng rọc.



Bài giải

- Các lực tác dụng lên vật m_1: trọng lực $\vec{P}_1$, phản lực $\vec{Q}_1$ của mặt sàn, lực căng $\vec{T}_1$ của dây.
- Các lực tác dụng lên vật m_2: trọng lực $\vec{P}_2$, lực căng $\vec{T}_2$ của dây.
- Áp dụng định luật II Niu-tơn, ta được:

$$\vec{P}_1 + \vec{Q}_1 + \vec{T}_1 = m_1\vec{a} \quad (1)$$
$$\vec{P}_2 + \vec{T}_2 = m_2\vec{a} \quad (2)$$

- Chiếu (1) lên chiều chuyển động của vật I:

$$T_1 = m_1 a \quad (3)$$

Chiếu (2) lên chiều chuyển động của vật II:

$$P_2 - T_2 = m_2 a \quad (4)$$

- Vì dây không dãn và khối lượng không đáng kể nên $T_1 = T_2$.
- Từ (3) và (4), ta suy ra: $a = \dfrac{m_2 g}{m_1 + m_2} = \dfrac{0,4.10}{1,6+0,4} = 2$ m/s^2.
- Quãng đường mỗi vật đi được sau khi bắt đầu chuyển động 0,5s là:

$$s = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}.2.0,5^2 = 0,25 \text{ m}$$

- Lực nén lên ròng rọc: Ta có: $\vec{F} = \vec{T}_1' + \vec{T}_2'$, với $T_1' = T_1 = 1,6.2 = 3,2$ N; $T_2' = T_2$

Vì $\vec{T}_1' \perp \vec{T}_2' \Rightarrow F = \sqrt{T_1'^2 + T_2'^2} = \sqrt{3,2^2 + 3,2^2} = 4,525$ N

Vậy: Quãng đường mỗi vật đi được sau khi bắt đầu chuyển động 0,5s là s = 0,25 m và lực nén lên ròng rọc là F = 4,525 N.

8.24. Xích có chiều dài $l = 1$m nằm trên bàn, một phần chiều dài l' thòng xuống cạnh bàn. Hệ số ma sát giữa xích và bàn là $\mu = 1/3$. Tìm l' để xích bắt đầu trượt khỏi bàn.

Bài giải

- Xét phần xích có chiều dài l_1 nằm ngang trên bàn:
  + Lực tác dụng gồm: trọng lực $\vec{P}$, phản lực $\vec{Q}$ của mặt bàn, lực ma sát $\vec{F}_{ms}$, lực căng $\vec{T}$ do trọng lực tác dụng vào phần xích thòng xuống tạo ra.

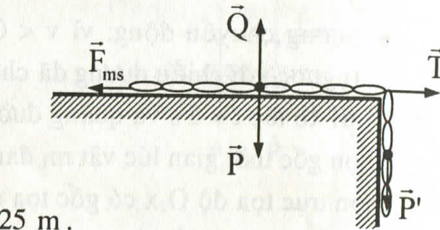
  + Để xích bắt đầu trượt thì: $\vec{P} + \vec{Q} + \vec{F}_{ms} + \vec{T} = \vec{0}$ (1)
  + Chiếu (1) lên phương ngang, chiều dương hướng theo sang phải, ta được:

$$-F_{ms} + T = 0 \Rightarrow \mu Q - T = 0 \quad (2) \quad (N = Q)$$

  + Chiếu (1) lên phương thẳng đứng, chiều dương hướng lên, ta được:

$$Q - P = 0 \Rightarrow Q = P = mg \quad (3)$$

- Mặt khác, lực căng dây $\vec{T}$ có độ lớn bằng trọng lượng của phần xích thòng xuống: $T = P' = m'g$.



- Từ (2) và (3), suy ra: $\mu P = P' \Rightarrow \dfrac{P'}{P} = \mu$

$$\Rightarrow \frac{m'}{m} = \mu \Rightarrow \frac{l}{l_1} = \mu = \frac{1}{3} \Rightarrow l_1 = 3l'$$

Vì $l_1 + l = 1\text{m} \Rightarrow 4l' = 1 \Rightarrow l' = \dfrac{l}{4} = \dfrac{1}{4} = 0,25$ m.

Vậy: Khi $l' = 0,25$ m thì xích bắt đầu trượt khỏi bàn.

8.25. Xe lăn $m_1 = 500$ g và vật $m_2 = 200$ g nối bằng dây qua ròng rọc nhẹ như hình vẽ. Tại thời điểm ban đầu, m_1 và m_2 có vận tốc $v_0 = 2,8$ m/s, m_1 đi sang trái còn m_2 đi lên. Bỏ qua ma sát. Cho $g = 9,8$ m/s^2. Tính:

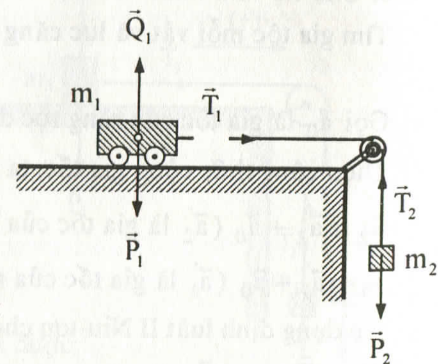
a) Độ lớn và hướng vận tốc xe lúc t = 2 s.

b) Vị trí xe lúc t = 2 s và quãng đường xe đã đi được sau thời gian 2 s.

Bài giải

a) Độ lớn và hướng vận tốc xe lúc t = 2 s

- Các lực tác dụng lên vật m_1: trọng lực $\vec{P}_1$, phản lực $\vec{Q}_1$ của mặt sàn, lực căng $\vec{T}_1$ của dây.
- Các lực tác dụng lên vật m_2: trọng lực $\vec{P}_2$, lực căng $\vec{T}_2$ của dây.



- Áp dụng định luật II Niu-tơn cho từng vật:
  + vật I: $\vec{P}_1 + \vec{Q}_1 + \vec{T}_1 = m_1\vec{a}$ (1)
  + vật II: $\vec{P}_2 + \vec{T}_2 = m_2\vec{a}$ (2)
- Chiếu (1) lên hướng chuyển động ban đầu của m_1, ta được: $T_1 = m_1 a$ (3)

- Chiếu (2) lên hướng chuyển động ban đầu của m_2, ta được:

  $-P_2 + T_2 = m_2a$ (4)

- Vì dây không dãn và khối lượng không đáng kể nên: $T_1 = T_2 = T$.

- Từ (3) và (4) suy ra: $a = -\dfrac{m_2g}{m_1 + m_2} = -\dfrac{0,2.9,8}{0,5+0,2} = -2,8\ m/s^2$

Vậy: Độ lớn và hướng vận tốc xe lúc t = 2 s là:

+ độ lớn: $v = 2,8 + (-2,8).2 = -2,8\ m/s$

+ hướng chuyển động: vì v < 0 nên hướng chuyển động của m_1 sang phải (ngược với chiều dương đã chọn).

b) Vị trí xe lúc t = 2 s và quãng đường xe đã đi được sau thời gian 2 s

- Chọn gốc thời gian lúc vật m_1 đang chuyển động sang trái và có vận tốc 2,8m/s; chọn trục tọa độ O_1x có gốc tọa độ trùng với vị trí của vật lúc bắt đầu khảo sát chuyển động, chiều dương cùng chiều với chuyển động ban đầu của các vật.

- Vị trí của vật là: $x = v_0t + \frac{1}{2}at^2$. Lúc t = 2 s thì: $x = 2,8.2 + \frac{1}{2}.(-2,8).2^2 = 0$.

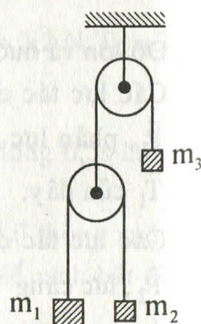
- Như vậy, lúc t = 2s các vật trở về vị trí ban đầu. Do đó quãng đường đi được là: $s = 2s_0$. Với s_0 là quãng đường các vật đi được từ thời điểm ban đầu đến khi dừng:

$$s_0 = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} = \frac{0 - 2,8^2}{2.(-2,8)} = 1,4\ m$$

$\Rightarrow s = 2s_0 = 2,8\ m$

Vậy: Vị trí xe lúc t = 2 s và quãng đường xe đã đi được sau thời gian 2 s là x = 0 (gốc tọa độ) và s = 2,8 m.

8.26. Cho hệ như hình vẽ: m_1 = 3kg, m_2 = 2kg, m_3 = 5kg. Tìm gia tốc mỗi vật và lực căng của các dây nối.



Bài giải

- Gọi $\vec{a}_0$ là gia tốc của ròng rọc động.

  Theo công thức cộng gia tốc, ta có: $\vec{a}_3 = -\vec{a}_0$

  $\vec{a}_2 = \vec{a}_2' + \vec{a}_0$ ($\vec{a}_2'$ là gia tốc của m_2 đối với ròng rọc động)

  $\vec{a}_1 = \vec{a}_1' + \vec{a}_0$ ($\vec{a}_1'$ là gia tốc của m_1 đối với ròng rọc động)

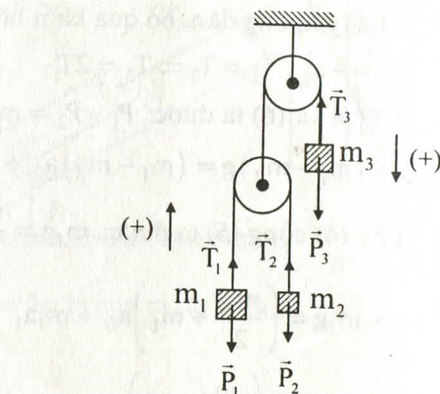
- Áp dụng định luật II Niu-tơn cho các vật của hệ, ta có:

  $\vec{P}_3 + \vec{T}_3 = m_3\vec{a}_3$ (1)

  $\vec{P}_2 + \vec{T}_2 = m_2\vec{a}_2$ (2)

  $\vec{P}_1 + \vec{T}_1 = m_1\vec{a}_1$ (3)

- Chiếu (1), (2) và (3) lên chiều chuyển động của các vật, chú ý $T_3 = T$; $T_1 = T_2 = \dfrac{T}{2}$:



$m_3g - T = m_3a_3$ (1')

$\dfrac{T}{2} - m_1g = m_1(a_3 - a_0)$ (2')

$\dfrac{T}{2} - m_2g = m_2(a_3 + a_0)$ (3')

$\Rightarrow 5g - T = 5a_3$ (1")

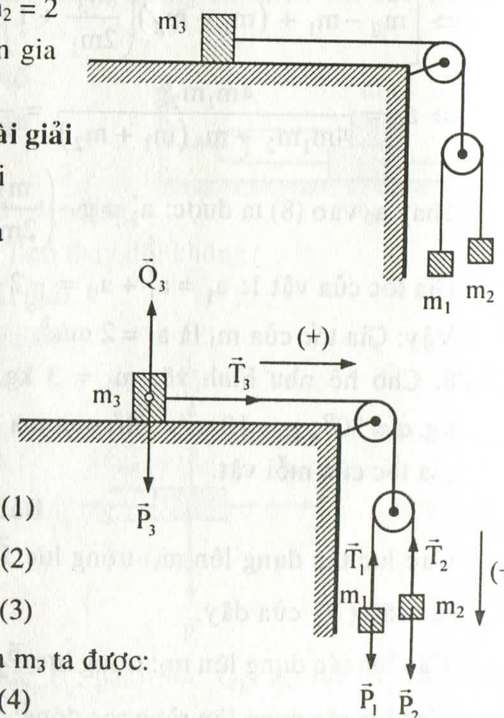
$\dfrac{T}{2} - 3g = 3(a_3 - a_0)$ (2")

$\dfrac{T}{2} - 2g = 2(a_3 + a_0)$ (3")

- Giải hệ (1"), (2") và (3") ta được: $a_0 = 2\ m/s^2$; $a_3 = 0,2\ m/s^2$; $a_1 = -1,8\ m/s^2$; $a_2 = 2,2\ m/s^2$; $T_3 = T = 48$ N; $T_1 = T_2 = 24$ N.

  Vậy: Gia tốc mỗi vật và lực căng của các dây nối là $a_3 = 0,2\ m/s^2$; $a_1 = -1,8\ m/s^2$; $a_2 = 2,2\ m/s^2$; $T_3 = 48$ N; $T_1 = T_2 = 24$ N.

8.27. Cho hệ như hình vẽ: m_1 = 1 kg, m_2 = 2 kg, m_3 = 4 kg. Bỏ qua ma sát. Tìm gia tốc của m_1. Cho g = 10 m/s².



Bài giải

Gọi $\vec{a}_0$ là gia tốc ròng rọc động đối với mặt đất; $\vec{a}_1'$, $\vec{a}_2'$ lần lượt là gia tốc của vật m_1, m_2 đối với ròng rọc.

- Theo công thức cộng gia tốc:

  $\vec{a}_3 = -\vec{a}_0$; $\vec{a}_1 = \vec{a}_1' + \vec{a}_0$; $\vec{a}_2 = \vec{a}_2' + \vec{a}_0$

- Áp dụng định luật II Niu-tơn cho từng vật:

  $\vec{T}_3 + \vec{P}_3 + \vec{Q}_3 = m_3\vec{a}$ (1)

  $\vec{P}_1 + \vec{T}_1 = m_1\vec{a}_1$ (2)

  $\vec{P}_2 + \vec{T}_2 = m_2\vec{a}_2$ (3)

- Chiếu (1) lên chiều chuyển động của m_3 ta được:

  $T_3 = m_3a_3 = m_3a_0$ (4)

- Chiếu (2), (3) lên phương thẳng đứng, chiều dương hướng xuống dưới, ta được:

  $P_1 - T_1 = m_1a_1 \Rightarrow P_1 - T_1 = m_1\left(a_1' + a_0\right)$ (5)

$$P_2 - T_2 = m_2a_2 \Rightarrow P_2 - T_2 = m_2\left(a_2' + a_0\right) \quad (6)$$

- Vì dây không dãn, bỏ qua khối lượng của ròng rọc nên:

$$a_1' = -a_2',\ T_1 = T_2 \Rightarrow T_3 = 2T_1.$$

- Từ (5) và (6) ta được: $P_1 - P_2 = m_1\left(a_1' + a_0\right) - m_2\left(a_2' + a_0\right)$

$$\Rightarrow \left(m_1 - m_2\right)g = \left(m_1 - m_2\right)a_0 + \left(m_1 + m_2\right)a_1' \quad (7)$$

- Lấy (4) cộng (5) ta được: $m_1g = \dfrac{m_3a_0}{2} + m_1\left(a_1' + a_0\right)$

$$\Rightarrow m_1g = \left(\frac{m_3}{2} + m_1\right)a_0 + m_1a_1$$

$$\Rightarrow a_1' = g - \left(\frac{m_3}{2m_1} + 1\right)a_0 \quad (8)$$

- Thay (8) vào (7) ta được:

$$\left(m_1 - m_2\right)g = \left(m_1 - m_2\right)a_0 + \left(m_1 + m_2\right)\left[g - \left(\frac{m_3}{2m_1} + 1\right)a_0\right]$$

$$\Rightarrow \left[m_2 - m_1 + \left(m_1 + m_2\right)\left(\frac{m_3}{2m_1} + 1\right)\right]a_0 = \left(m_2 - m_1 + m_1 + m_2\right)g$$

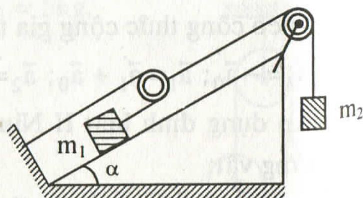
$$\Rightarrow a_0 = \frac{4m_1m_2g}{4m_1m_2 + m_3\left(m_1 + m_2\right)} = \frac{4.1.2.10}{41.2 + 4(1 + 2)} = 4\ m/s^2$$

- Thay a_0 vào (8) ta được: $a_1' = g - \left(\dfrac{m_3}{2m_1} + 1\right)a_0 = 10 - \left(\dfrac{4}{2.1} + 1\right) = -2\ m/s^2$

- Gia tốc của vật 1: $a_1 = a_1' + a_0 = -2 + 4 = 2\ m/s^2$

Vậy: Gia tốc của m_1 là $a_1 = 2\ m/s^2$.

8.28. Cho hệ như hình vẽ: $m_1 = 3$ kg, $m_2 = 2$ kg, $\alpha = 30^o$, $g = 10\ m/s^2$. Bỏ qua ma sát. Tính gia tốc của mỗi vật.



Bài giải

- Các lực tác dụng lên m_1: trọng lực $\vec{P}_1$, phản lực $\vec{Q}_1$ của mặt phẳng nghiêng, lực căng $\vec{T}_1$ của dây.
- Các lực tác dụng lên m_2: trọng lực $\vec{P}_2$, lực căng $\vec{T}_2$ của dây.
- Các lực tác dụng lên ròng rọc động: các lực căng $\vec{T}_1', \vec{T}_1', \vec{T}_2'$.
- Theo định luật II Niu-tơn, ta có:

$$\vec{P}_1 + \vec{Q}_1 + \vec{T}_1 = m_1\vec{a}_1 \quad (1)$$

$$\vec{P}_2 + \vec{T}_2 = m_2\vec{a}_2 \quad (2)$$

$$2\vec{T}_1' + \vec{T}_2' = \vec{0} \text{ (vì ròng rọc nhẹ) } (3)$$

- Chiếu (1) lên trục O_1x_1 ta được:

$$T_1 - P_1\sin\alpha = m_1a_1 \quad (4)$$

- Chiếu (2) lên trục O_2x_2 ta được:

$$P_2 - T_2 = m_2a_2 \quad (5)$$

- Từ (3) suy ra: $2T_1 = T_2$ (6)
- Từ hướng các trục tọa độ và đặc điểm $s_1 = 2s_2$ ta suy ra: $a_1 = 2a_2$ (7)
- Thay (6), (7) vào (4) và (5) ta được:

$$T_1 - P_1\sin\alpha = m_1.2a_2 \quad (4')$$

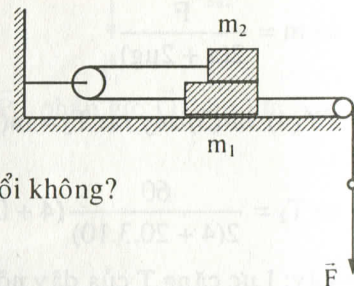
$$P_2 - 2T_1 = m_2a_2 \quad (5')$$

$$\Rightarrow a_2 = \frac{P_2 - 2P_1\sin\alpha}{4m_1 + m_2} = \frac{m_2 - 2m_1\sin\alpha}{4m_1 + m_2}g = \frac{2 - 2.3.\sin30^o}{4.3 + 2}.10 = -0{,}71\ m/s^2$$

$$\Rightarrow a_1 = 2a_2 = -1{,}42\ m/s^2$$

Vậy: Hai vật chuyển động ngược với chiều dương đã chọn với các gia tốc $a_1 = -1{,}42\ m/s^2$ và $a_2 = -0{,}71\ m/s^2$.

8.29. Cho hệ như hình vẽ: $m_1 = m_2$. Hệ số ma sát giữa m_1 và m_2, giữa m_1 và sàn là $\mu = 0{,}3$; $F = 60N$, $a = 4m/s^2$.

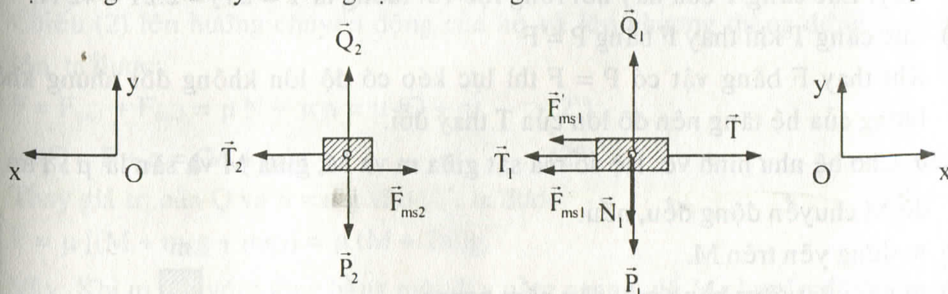


a) Tìm lực căng T của dây nối ròng rọc với tường.

b) Thay F bằng vật có P = F. Lực căng T có thay đổi không?

Bài giải

a) Lực căng T của dây nối ròng rọc với tường



- Các lực tác dụng lên m_1 là: trọng lực $\vec{P}_1$, phản lực $\vec{Q}_1$, áp lực $\vec{N}_1$, các lực căng dây $\vec{T}, \vec{T}_1$ $(\vec{T} = \vec{F})$, các lực ma sát $\vec{F}_{ms1}, \vec{F}_{ms1}$.

- Các lực tác dụng lên m_2 là: trọng lực $\vec{P}_2$, phản lực $\vec{Q}_2$, lực căng dây $\vec{T}_2$, lực ma sát $\vec{F}_{ms2}$.
- Theo định luật II Niu-tơn, ta có:
  + vật 1: $\vec{P}_1 + \vec{Q}_1 + \vec{N}_1 + \vec{F} + \vec{T}_1 + \vec{F}_{ms1} + \vec{F}'_{ms1} = m_1\vec{a}$ (1)
  + vật 2: $\vec{P}_2 + \vec{Q}_2 + \vec{T}_2 + \vec{F}_{ms2} = m_2\vec{a}$ (2)
- Chiếu (1) và (2) lên các trục tọa độ của hệ Oxy như hình vẽ ta được:

$F - T_1 - F_{ms1} - F'_{ms1} = m_1a$ (1')

$Q_1 - P_1 - N_1 = 0$

$\Rightarrow Q_1 = P_1 + N_1 = (m_1 + m_2)g$ (1")

$T_2 - F_{ms2} = m_2a$ (2')

$Q_2 - P_2 = 0 \Rightarrow Q_2 = m_2g$ (2")

- Thay (1"), (2") vào (1') và (2') ta được:

$F - T_1 - \mu Q_1 - \mu Q_2 = m_1a \Rightarrow F - T_1 - \mu(m_1 + 2m_2)g = m_1a$

- Với $m_1 = m_2 = m$; $T_1 = T_2 = T'$, suy ra:

$F - T_1 - 3\mu mg = ma$ (3)

và $T_2 - \mu m_2g = m_2a \Rightarrow T_2 - \mu mg = ma$ (4)

- Từ (3) và (4) suy ra: $F - 4\mu mg = 2ma \Rightarrow F = 2m(a + 2\mu g)$

$\Rightarrow m = \dfrac{F}{2(a + 2\mu g)}$ (5)

- Từ (4) và (5) suy ra: $T_2 = m(a + \mu g) = \dfrac{F}{2(a + 2\mu g)}(a + \mu g)$

$\Rightarrow T_2 = \dfrac{60}{2(4 + 2.0,3.10)}(4 + 0,3.10) = 21$ N

Vậy: Lực căng T của dây nối ròng rọc với tường là $T = 2T_2 = 2.21 = 42$ N.

b) Lực căng T khi thay F bằng P = F

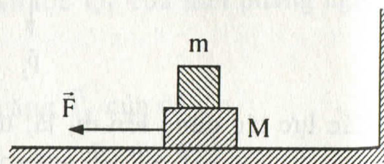
Khi thay F bằng vật có P = F thì lực kéo có độ lớn không đổi nhưng khối lượng của hệ tăng nên độ lớn của T thay đổi.

8.30. Cho hệ như hình vẽ. Hệ số ma sát giữa m và M, giữa M và sàn là μ. Tìm F để M chuyển động đều, nếu:

a) m đứng yên trên M.

b) m nối với tường bằng một dây nằm ngang.

c) m nối với M bằng một dây nằm ngang qua một ròng rọc gắn vào tường.



Bài giải

a) Khi m đứng yên trên M: Coi M và m như một hệ có khối lượng (M + m):

- Các lực tác dụng vào hệ: lực $\vec{F}$, trọng lực $\vec{P}$ ($P = (M + m)g$), phản lực $\vec{Q}$, lực ma sát $\vec{F}_{ms}$.
- Để hệ chuyển động thẳng đều thì: $\vec{F} + \vec{P} + \vec{Q} + \vec{F}_{ms} = \vec{0}$ (1)
- Chiếu (1) lên hướng chuyển động của hệ và lên phương thẳng đứng, hướng lên, ta được:

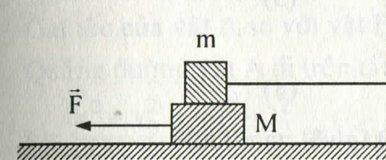
$F = F_{ms} = \mu N = \mu Q$ (1')

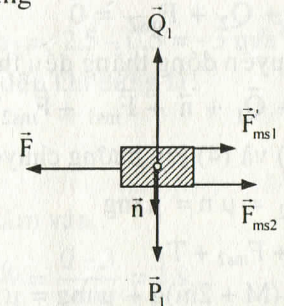
và $Q = P = (M + m)g$ (1")

- Thay (1") vào (1') ta được: $F = \mu(M + m)g$

Vậy: Khi m đứng yên trên M, để M chuyển động thẳng đều thì $F = k(M + m)g$.

b) Khi m nối với tường bằng một dây nằm ngang





- Các lực tác dụng lên M gồm: lực $\vec{F}$, trọng lực $\vec{P}_1$, phản lực $\vec{Q}_1$, áp lực $\vec{n}$, các lực ma sát $\vec{F}_{ms1}$, $\vec{F}'_{ms1}$.
- Để M chuyển động thẳng đều thì:

$\vec{F} + \vec{P}_1 + \vec{Q}_1 + \vec{n} + \vec{F}_{ms1} + \vec{F}'_{ms1} = \vec{0}$ (2)

- Chiếu (2) lên hướng chuyển động của hệ và lên phương thẳng đứng, hướng lên, ta được:

$F = F_{ms1} + F_{ms2} = \mu N + \mu n = \mu(Q + n)$ (2')

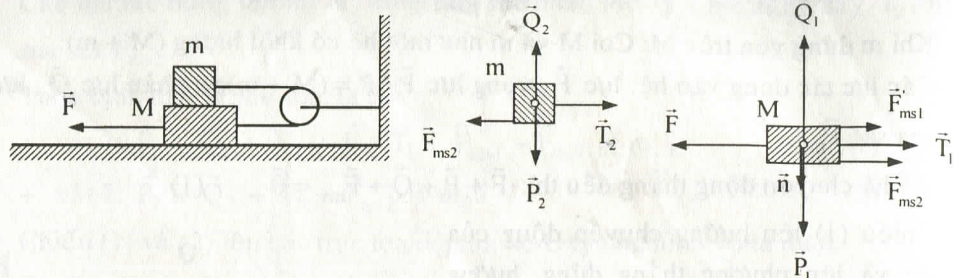
và $Q = P + n = (M + m)g$ (2")

- Thay giá trị của Q và n = mg vào (2') ta được:

$F = \mu[(M + m)g + mg)] = \mu(M + 2m)g$

Vậy: Khi m nối với tường bằng một dây nằm ngang, để M chuyển động thẳng đều thì $F = \mu(M + 2m)g$.

c) Khi m nối với M bằng một dây nằm ngang qua một ròng rọc gắn vào tường



- Các lực tác dụng lên m gồm: lực căng dây $\vec{T}_2$, trọng lực $\vec{P}_2$, phản lực $\vec{Q}_2$, lực ma sát $\vec{F}'_{ms2}$.
- Các lực tác dụng lên M gồm: lực $\vec{F}$, trọng lực $\vec{P}_1$, phản lực $\vec{Q}_1$, áp lực $\vec{n}$, các lực ma sát $\vec{F}_{ms1}$, $\vec{F}_{ms2}$, lực căng dây $\vec{T}_1$.
- Để m chuyển động thẳng đều (theo M) thì:

$\vec{T}_2 + \vec{P}_2 + \vec{Q}_2 + \vec{F}'_{ms2} = \vec{0}$ (3)

- Để M chuyển động thẳng đều thì:

$\vec{F} + \vec{P}_1 + \vec{Q}_1 + \vec{n} + \vec{F}_{ms1} + \vec{F}_{ms2} = \vec{0}$ (4)

- Chiếu (3) và (4) lên hướng chuyển động của các vật, ta được:

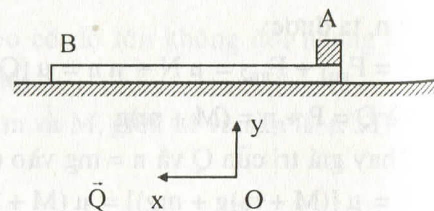
$T_2 = F'_{ms2} = \mu n = \mu mg$ (3')

$F = F_{ms1} + F_{ms2} + T_1$ (4')

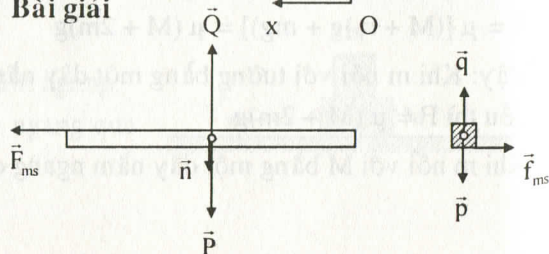
$\Rightarrow F = \mu(M + 2m)g + \mu mg = \mu(M + 3m)g$ $(T_1 = T_2)$

Vậy: Khi m nối với M bằng một dây nằm ngang qua một ròng rọc gắn vào tường, để M chuyển động thẳng đều thì $F = \mu(M + 3m)g$.

8.31. Vật A bắt đầu trượt từ đầu tấm ván B nằm ngang. Vận tốc ban đầu của A là 3 m/s, của B là 0. Hệ số ma sát giữa A và B là 0,25. Mặt sàn là nhẵn. Chiều dài của tấm ván B là 1,6 m. Vật A có m_1 = 200 g, vật B có m_2 = 1 kg. Hỏi A có trượt hết tấm ván B không? Nếu không, quãng đường đi được của A trên tấm ván là bao nhiêu và hệ thống sau đó chuyển động ra sao?



Bài giải



- Các lực tác dụng lên vật A: trọng lực $\vec{p}$, phản lực $\vec{q}$, lực ma sát $\vec{f}_{ms}$.

- Các lực tác dụng lên vật B: trọng lực $\vec{P}$, phản lực $\vec{Q}$, áp lực $\vec{n}$, lực ma sát $\vec{F}_{ms}$.
- Theo định luật II Niu-tơn, ta có:

+ vật A: $\vec{p} + \vec{q} + \vec{f}_{ms} = m_1\vec{a}_1$ (1)

+ vật B: $\vec{P} + \vec{Q} + \vec{n} + \vec{F}_{ms} = m_2\vec{a}_2$ (2)

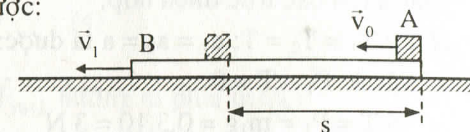
- Chiếu (1) và (2) lên các trục Oxy ta được:

$-p + q = 0$ (1')

$-f_{ms} = m_1a_1$ (1'')

$-P + Q - n = 0$ (2')

$F_{ms} = m_2a_2$ (2'')



Trong hệ quy chiếu gắn với tấm ván

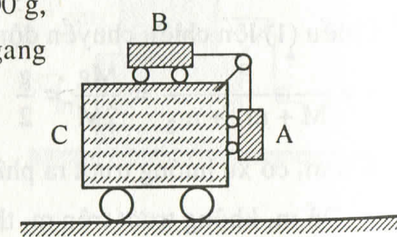
- Từ (1'') suy ra: $a_1 = -\frac{f_{ms}}{m_1} = -\frac{\mu m_1 g}{m_1} = -\mu g = -0,25.10 = -2,5$ m/s²
- Từ (2'') suy ra: $a_2 = \frac{F_{ms}}{m_2} = \frac{\mu m_1 g}{m_2} = \frac{0,25.0,2.10}{1} = 0,5$ m/s²
- Gia tốc của vật A so với vật B là: $a = a_1 - a_2 = -2,5 - 0,5 = -3$ m/s².
- Quãng đường vật A đi trên tấm ván B cho đến khi dừng là:

$s = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} = \frac{0^2 - 3^2}{2.(-3)} = 1,5$ m.

- Vì $s < l$ nên A không đi hết chiều dài của tấm ván.
- Thời gian A đi trên tấm ván B là: $t = \frac{v - v_0}{a} = \frac{0 - 3}{-3} = 1$ s.
- Sau thời gian đó, tấm ván B có vận tốc v' = a_2t = 0,5.1 = 0,5 m/s. Lúc đó A nằm yên trên tấm ván, lực ma sát giữa vật A và tấm ván không còn nữa nên hệ sẽ trượt đều với vận tốc 0,5 m/s.

8.32. Cho hệ như hình vẽ, m_A = 300 g, m_B = 200 g, m_C = 1500 g. Tác dụng lên C lực $\vec{F}$ nằm ngang sao cho A và B đứng yên đối với C.

Tìm chiều, độ lớn của $\vec{F}$ và lực căng của dây nối A, B. Bỏ qua ma sát, khối lượng dây và ròng rọc. Cho g = 10 m/s².



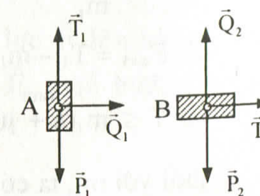
Bài giải

- Các lực tác dụng lên các vật:

+ Vật A: trọng lực $\vec{P}_1$, phản lực $\vec{Q}_1$, lực căng dây $\vec{T}_1$.

+ Vật B: trọng lực $\vec{P}_2$, phản lực $\vec{Q}_2$, lực căng dây $\vec{T}_2$.

+ Hệ A, B và C: trọng lực $\vec{P}$, phản lực $\vec{Q}$, lực $\vec{F}$.



- Áp dụng định luật II Niu-tơn ta được:

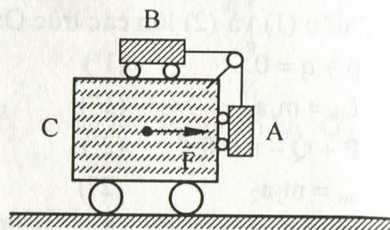
+ vật A: $\vec{P}_1 + \vec{Q}_1 + \vec{T}_1 = m_1\vec{a}_1$ (1)

+ vật B: $\vec{P}_2 + \vec{Q}_2 + \vec{T}_2 = m_2\vec{a}_2$ (2)

+ hệ A, B và C: $\vec{P} + \vec{Q} + \vec{F} = (m_1 + m_2 + m_3)\vec{a}$ (3)

- Chiếu lên các trục thích hợp,

chú ý $T_1 = T_2 = T$; $a_1 = a_2 = a$ ta được:



+ vật A: $P_1 - T = 0$

$\Rightarrow T = P_1 = m_1 g = 0,3.10 = 3$ N

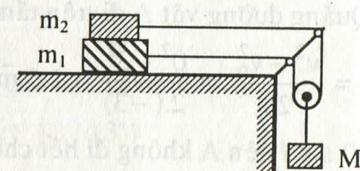
+ vật B: $T_2 = m_2 a$

$\Rightarrow a = \dfrac{T}{m_2} = \dfrac{m_1}{m_2}g = \dfrac{0,3}{0,2}.10 = 15$ m/s^2

+ hệ A, B và C: $F = (m_1 + m_2 + m_3)a = (0,3 + 0,2 + 1,5).15 = 30$ N.

Vậy: Lực $\vec{F}$ hướng sang phải và có độ lớn F = 30 N; lực căng dây nối A và B là T = 3 N.

8.33. Cho hệ như hình vẽ: $M = m_1 + m_2$, bàn nhẵn, hệ số ma sát giữa m_1 và m_2 là μ.



Tính $\dfrac{m_1}{m_2}$ để chúng không trượt lên nhau.

Bài giải

- Các ngoại lực tác dụng lên hệ gồm: các trọng lực $\vec{P}$, $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$; phản lực $\vec{Q}_1$ lên m_1; các lực ma sát $\vec{F}_{ms1}$, $\vec{F}_{ms2}$.

- Gia tốc của hệ là: $\vec{a} = \dfrac{\vec{P} + \vec{P}_1 + \vec{P}_2 + \vec{Q}_1 + \vec{F}_{ms1} + \vec{F}_{ms2}}{M + m_1 + m_2}$ (1)

- Chiếu (1) lên chiều chuyển động của hệ, ta được:

$a = \dfrac{P}{M + m_1 + m_2} = \dfrac{Mg}{2M} = \dfrac{g}{2}$

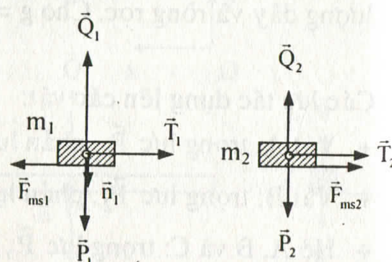
- Khi m_1 có xu hướng trượt ra phía trước ($\vec{F}_{ms1}$ hướng ra phía sau):

+ Để m_1 không trượt trên m_2 thì:

$a_1 = \dfrac{T_1 - F_{ms1}}{m_1} = a$

$\Rightarrow F_{ms1} = T_1 - m_1 a \leq \mu N_1 = \mu m_1 g$

$\Rightarrow T \leq m_1(a + \mu g) = m_1 g(\dfrac{1}{2} + \mu)$ (2)



+ Đối với m_2, ta có:

$T_2 + F_{ms2} = m_2 a$ ($F_{ms2} = F_{ms1} = \mu m_1 g$)

$\Rightarrow T = m_2 a - F_{ms2} = g(\dfrac{m_2}{2} - \mu m_1)$ (3)

+ Từ (2) và (3) suy ra: $g(\dfrac{m_2}{2} - \mu m_1) \leq m_1 g(\dfrac{1}{2} + \mu)$

$\Rightarrow \dfrac{m_2}{m_1} \leq 1 + 4\mu$ (4)

- Khi m_1 có xu hướng trượt ra phía sau ($\vec{F}_{ms1}$ hướng ra phía trước):

+ Để m_1 không trượt trên m_2 thì:

$a_1 = \dfrac{T_1 + F_{ms1}}{m_1} = a$

$\Rightarrow F_{ms1} = -T_1 + m_1 a \leq \mu N_1 = \mu m_1 g$

$\Rightarrow T \geq m_1(a - \mu g) = m_1 g(\dfrac{1}{2} - \mu)$ (5)

+ Đối với m_2, ta có: $T_2 - F_{ms2} = m_2 a$ ($F_{ms2} = F_{ms1} = \mu m_1 g$)

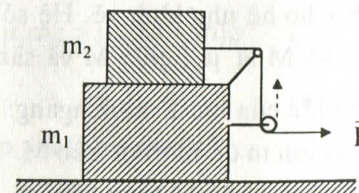
$\Rightarrow T = m_2 a + F_{ms2} = g(\dfrac{m_2}{2} + \mu m_1)$ (6)

+ Từ (2) và (3) suy ra : $g(\dfrac{m_2}{2} + \mu m_1) \geq m_1 g(\dfrac{1}{2} - \mu)$

$\Rightarrow \dfrac{m_2}{m_1} \geq 1 - 4\mu$ (7)

Vậy: Để m_1 không trượt trên m_2 thì: $1 + 4\mu \geq \dfrac{m_2}{m_1} \geq 1 - 4\mu$.

8.34. Cho hệ như hình vẽ, $m_1 = 15$ kg, $m_2 = 10$ kg. Sàn nhẵn, hệ số ma sát giữa m_1 và m_2 là 0,6; F = 80 N. Tính gia tốc của m_1 trong mỗi trường hợp sau:



a) $\vec{F}$ nằm ngang.

b) $\vec{F}$ thẳng đứng, hướng lên.

Bài giải

a) Trường hợp lực $\vec{F}$ nằm ngang

Chọn chiều dương cùng chiều với lực $\vec{F}$. Khi tác dụng lực $\vec{F}$ lên hệ, m_2 sẽ chuyển động sang phải nên $\vec{F}_{ms2}$ sẽ hướng sang trái, $\vec{F}_{ms1}$ sẽ hướng sang phải.

- Gia tốc của các vật là:

+ vật 1: $a_1 = \dfrac{F_{ms1}}{m_1} = \dfrac{\mu m_2 g}{m_1}$ (1)

+ vật 2: $a_2 = \dfrac{T_2 - F_{ms2}}{m_2} = \dfrac{F - \mu m_2 g}{m_2}$ (2)

- Trường hợp m_2 trượt trên m_1: $a_2 > a_1 \Rightarrow \dfrac{F - \mu m_2 g}{m_2} > \dfrac{\mu m_2 g}{m_1}$

$\Rightarrow F > m_2(\dfrac{\mu m_2 g}{m_1} + \mu g) = \mu m_2 g(\dfrac{m_2}{m_1} + 1) = 0{,}6.10.10.(\dfrac{10}{15} + 1) = 100$ N

Vì F = 80 N nên điều này không thể xảy ra.

- Trường hợp m_2 đứng yên trên m_1: $a_2 = a_1 = a = \dfrac{F}{m_1 + m_2} = \dfrac{80}{10 + 15} = 3{,}2$ m/s^2

Vậy: Gia tốc của m_1 là $a_1 = 3{,}2$ m/s^2.

b) Trường hợp $\vec{F}$ thẳng đứng, hướng lên

- Gia tốc của các vật là:

+ vật 1: $a_1 = \dfrac{F_{ms1}}{m_1} = \dfrac{\mu m_2 g - F}{m_1}$ (3)

$\Rightarrow a_1 = \dfrac{0{,}6.10.10 - 80}{15} = -1{,}33$ m/s^2

+ vật 2: $a_2 = \dfrac{T_2 - F_{ms2}}{m_2} = \dfrac{F - \mu m_2 g}{m_2}$ (4)

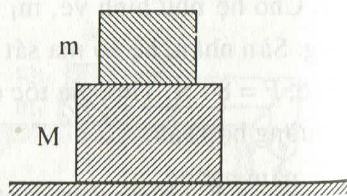
$\Rightarrow a_2 = \dfrac{80 - 0{,}6.10.10}{10} = 2$ m/s^2

Vậy: Gia tốc của m_1 là $a_1 = -1{,}33$ m/s^2.

8.35. Cho hệ như hình vẽ. Hệ số ma sát giữa m và M là μ_1, giữa M và sàn là μ_2. Tìm độ lớn của lực $\vec{F}$ nằm ngang:

a) đặt lên m để m trượt trên M.

b) đặt lên M để M trượt khỏi m.



Bài giải

a) Khi $\vec{F}$ đặt lên m

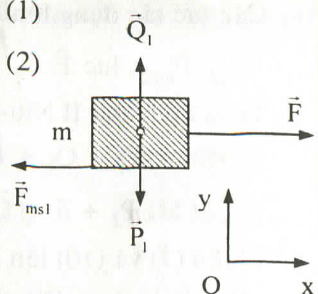
- Các lực tác dụng lên m: trọng lực $\vec{P}_1$, phản lực $\vec{Q}_1$, lực ma sát $\vec{F}_{ms1}$, lực $\vec{F}$.

- Các lực tác dụng lên M: trọng lực $\vec{P}_2$, áp lực $\vec{n}$, phản lực $\vec{Q}_2$, các lực ma sát $\vec{F}_{ms2}$, $\vec{F}'_{ms2}$.

- Theo định luật II Niu-tơn, ta có:

+ vật m: $\vec{P}_1 + \vec{Q}_1 + \vec{F}_{ms1} + \vec{F} = m\vec{a}_1$ (1)

+ vật M: $\vec{P}_2 + \vec{n} + \vec{Q}_2 + \vec{F}_{ms2} + \vec{F}'_{ms2} = M\vec{a}_2$ (2)



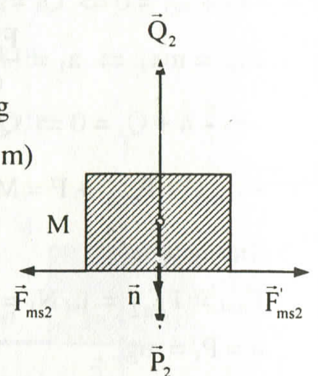
- Chiếu (1) và (2) lên hai trục của hệ Oxy ta được:

$-P_1 + Q_1 = 0 \Rightarrow Q_1 = P_1$ (1')

$-F_{ms1} + F = ma_1 \Rightarrow a_1 = \dfrac{F - F_{ms1}}{m}$ (1")

$-P_2 - n + Q_2 = 0 \Rightarrow Q_2 = P_2 + n$ (2')

$F'_{ms2} - F_{ms2} = Ma_2 \Rightarrow a_2 = \dfrac{F'_{ms2} - F_{ms2}}{M}$ (2")



với $F_{ms1} = F'_{ms2} = \mu_1 N_1 = \mu_1 Q_1 = \mu_1 mg$; $n = P_1 = mg$

$\Rightarrow F_{ms2} = \mu_2 N_2 = \mu_2 Q_2 = \mu_2(Mg + mg) = \mu_2 g(M + m)$

- Thay vào (1") ta được: $a_1 = \dfrac{F - \mu_1 mg}{m}$ (3)

- Thay vào (2") ta được:

$a_2 = \dfrac{\mu_1 mg - \mu_2 g(M + m)}{M}$ (4)

- Để m trượt trên M thì: $a_1 > a_2$: $\dfrac{F - \mu_1 mg}{m} > \dfrac{\mu_1 mg - \mu_2 g(M + m)}{M}$

$\Rightarrow F > (\mu_1 - \mu_2)(M + m)\dfrac{mg}{M}$ (5)

- Mặt khác:

+ để $a_1 > 0$ thì: $\dfrac{F - \mu_1 mg}{m} > 0 \Rightarrow F > \mu_1 mg$ (6)

+ để $a_2 > 0$ thì: $\dfrac{\mu_1 mg - \mu_2 g(M + m)}{M} > 0 \Rightarrow \mu_1 mg > \mu_2(M + m)g$ (7)

+ để $F > 0$ thì: $\mu_1 > \mu_2$ (8)

- Từ (6), (7) và (8) ta được: $F > \mu_1 mg$. Kết hợp với (5) ta được:

$F > \mu_1 mg$ và $F > (\mu_1 - \mu_2)(M + m)\dfrac{mg}{M}$

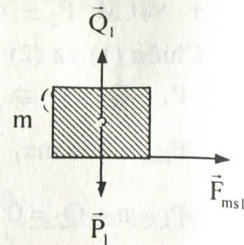
Vậy: Khi $\vec{F}$ đặt lên m, để m trượt lên M thì $F > \mu_1 mg$

và $F > (\mu_1 - \mu_2)(M + m)\dfrac{mg}{M}$.

b) Khi $\vec{F}$ đặt lên M

- Các lực tác dụng lên m: trọng lực $\vec{P}_1$, phản lực $\vec{Q}_1$, lực ma sát $\vec{F}_{ms1}$.

- Các lực tác dụng lên M: trọng lực $\vec{P}_2$, áp lực $\vec{n}$, phản lực $\vec{Q}_2$, các lực ma sát $\vec{F}_{ms2}$, $\vec{F}'_{ms2}$, lực $\vec{F}$.
- Theo định luật II Niu-tơn, ta có:
  + vật m: $\vec{P}_1 + \vec{Q}_1 + \vec{F}_{ms1} = m\vec{a}_1$
  + vật M: $\vec{P}_2 + \vec{n} + \vec{Q}_2 + \vec{F}_{ms2} + \vec{F}'_{ms2} + \vec{F} = M\vec{a}_2$ (10)



- Chiếu (9) và (10) lên hai trục của hệ Oxy ta được:

$-P_1 + Q_1 = 0 \Rightarrow Q_1 = P_1$ (9')

$F_{ms1} = ma_1 \Rightarrow a_1 = \dfrac{F_{ms1}}{m}$ (9")

$-P_2 - n + Q_2 = 0 \Rightarrow Q_2 = P_2 + n$ (10')

$-F'_{ms2} - F_{ms2} + F = Ma_2 \Rightarrow a_2 = \dfrac{-F'_{ms2} - F_{ms2} + F}{M}$ (10")

Tương tự:

$F_{ms1} = F'_{ms2} = \mu_1 N_1 = \mu_1 Q_1 = \mu_1 mg$;

$n = P_1 = mg$

$\Rightarrow F_{ms2} = \mu_2 N_2 = \mu_2 Q_2$

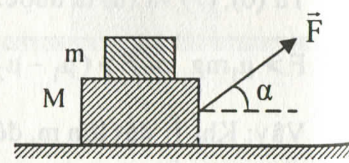
$= \mu_2 (Mg + mg) = \mu_2 g(M + m)$

- Thay vào (9") ta được: $a_1 = \dfrac{\mu_1 mg}{m} = \mu_1 g$ (11)
- Thay vào (10") ta được: $a_2 = \dfrac{-\mu_1 mg - \mu_2 g(M+m) + F}{M}$ (12)
- Để m trượt trên M là: $a_2 > a_1$: $\dfrac{-\mu_1 mg - \mu_2 g(M+m) + F}{M} > \mu_1 g$

$\Rightarrow F > (\mu_1 + \mu_2)(M+m)g$ (13)

Vậy: Khi $\vec{F}$ đặt lên M, để M trượt khỏi m thì $F > (\mu_1 + \mu_2)(M+m)g$.

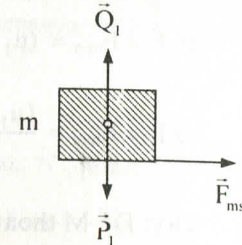
8.36. Cho hệ như hình vẽ: m = 0,5 kg, M = 1 kg. Hệ số ma sát giữa m và M là $\mu_1 = 0,1$, giữa M và sàn là $\mu_2 = 0,2$. Khi α thay đổi (0 < α < 90°), tìm F nhỏ nhất để M thoát khỏi m và tính α khi này.



Bài giải

- Các lực tác dụng lên m: trọng lực $\vec{P}_1$, phản lực $\vec{Q}_1$, lực ma sát $\vec{F}_{ms1}$.

- Các lực tác dụng lên M: trọng lực $\vec{P}_2$, áp lực $\vec{n}$, phản lực $\vec{Q}_2$, các lực ma sát $\vec{F}_{ms2}$, $\vec{F}'_{ms2}$, lực $\vec{F}$.
- Theo định luật II Niu-tơn, ta có:
  + vật m: $\vec{P}_1 + \vec{Q}_1 + \vec{F}_{ms1} = m\vec{a}_1$ (1)
  + vật M: $\vec{P}_2 + \vec{n} + \vec{Q}_2 + \vec{F}_{ms2} + \vec{F}'_{ms2} + \vec{F} = M\vec{a}_2$ (2)



- Chiếu (1) và (2) lên hai trục của hệ Oxy ta được:

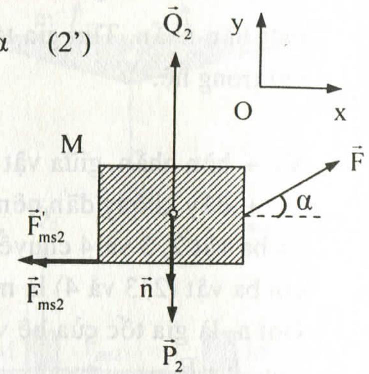
$-P_1 + Q_1 = 0 \Rightarrow Q_1 = P_1$ (1')

$F_{ms1} = ma_1 \Rightarrow a_1 = \dfrac{F_{ms1}}{m}$ (1")

$-P_2 - n + Q_2 + F\sin\alpha = 0 \Rightarrow Q_2 = P_2 + n - F\sin\alpha$ (2')

$-F'_{ms2} - F_{ms2} + F\cos\alpha = Ma_2$

$\Rightarrow a_2 = \dfrac{-F'_{ms2} - F_{ms2} + F\cos\alpha}{M}$ (2")



Tương tự: $F_{ms1} = F'_{ms2} = \mu_1 N_1 = \mu_1 Q_1 = \mu_1 mg$;

$n = P_1 = mg$

$\Rightarrow F_{ms2} = \mu_2 N_2 = \mu_2 Q_2 = \mu_2 (Mg + mg - F\sin\alpha)$

- Thay vào (1") ta được: $a_1 = \dfrac{\mu_1 mg}{m} = \mu_1 g$ (3)
- Thay vào (2") ta được: $a_2 = \dfrac{-\mu_1 mg - \mu_2 (Mg + mg - F\sin\alpha) + F\cos\alpha}{M}$

$\Rightarrow a_2 = \dfrac{-\mu_1 mg - \mu_2 g(M+m) - \mu_2 F\sin\alpha + F\cos\alpha}{M}$ (4)

- Để M thoát khỏi m thì: $a_2 > a_1$: $\dfrac{-\mu_1 mg - \mu_2 g(M+m) - \mu_2 F\sin\alpha + F\cos\alpha}{M} > \mu_1 g$

$\Rightarrow F > \dfrac{(\mu_1 + \mu_2)(M+m)g}{\cos\alpha + \mu_2 \sin\alpha}$ (5)

- Từ (5) ta thấy: để $F = F_{min} \Leftrightarrow MS = (\cos\alpha + \mu_2 \sin\alpha) = \max$.

Đặt $\mu_2 = \tan\beta = \dfrac{\sin\beta}{\cos\beta}$ ta được:

$MS = \cos\alpha + \mu_2 \sin\alpha = \cos\alpha + \dfrac{\sin\beta}{\cos\beta}.\sin\alpha = \dfrac{\cos\alpha.\cos\beta + \sin\alpha.\sin\beta}{\cos\beta} = \dfrac{\cos(\alpha - \beta)}{\cos\beta}$

- Để MS = max thì $\cos(\alpha - \beta) = 1 \Rightarrow \alpha = \beta \Rightarrow \tan\alpha = \tan\beta = \mu_2$

$\alpha = \arctan\mu_2 = \arctan 0,2 \approx 11^o$

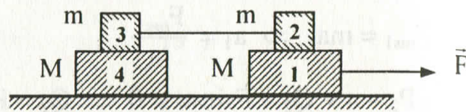
$\Rightarrow MS = max = (\cos\alpha + \tan\alpha.\sin\alpha) = (\cos\alpha + \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}.\sin\alpha) = \frac{1}{\cos\alpha}$

$\Rightarrow F = F_{min} = (\mu_1 + \mu_2)(M + m)g.\cos\alpha = \frac{(\mu_1 + \mu_2)(M + m)g}{\sqrt{1 + \tan^2\alpha}}$

$\Rightarrow F = F_{min} = \frac{(\mu_1 + \mu_2)(M + m)g}{\sqrt{1 + \mu_2^2}} = \frac{(0,1 + 0,2)(1 + 0,5).10}{\sqrt{1 + 0,2^2}} \approx 4,41$ N

Vậy: Để M thoát khỏi m thì $F_{min} \approx 4,41$ N, lúc đó $\alpha \approx 11^o$.

8.37. Cho hệ như hình vẽ. Biết M, m, F, hệ số ma sát giữa M và m là μ, mặt bàn nhẵn. Tìm gia tốc của các vật trong hệ.



Bài giải

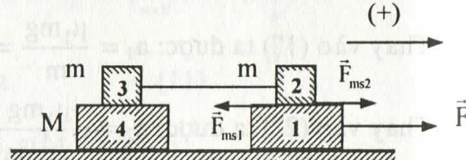
- Vì: + bàn nhẵn, giữa vật 3 và vật 4 có ma sát nên vật 3 nằm yên trên vật 4.
  + dây không dãn nên vật 2 và vật 3 chuyển động với cùng gia tốc.

$\Rightarrow$ ba vật 2, 3 và 4 chuyển động với cùng gia tốc: $a_2 = a_3 = a_4$. Như vậy có thể coi ba vật (2, 3 và 4) là một hệ vật được liên kết với vật 1.

- Gọi a_0 là gia tốc của hệ vật (2, 3 và 4), a_1 là gia tốc của vật 1. Ta có:

$a_1 = \frac{F - F_{ms1}}{M}$ (1)

$a_0 = \frac{F_{ms2}}{(M + 2m)}$ (2)



- Nếu m_2 không trượt trên m_1: $a_1 = a_0$ thì $F_{ms1} = F_{ms2} < \mu mg$ (ma sát nghỉ). Gia tốc của các vật là: $a = a_1 = a_0 = \frac{F}{2(M + m)}$

- Nếu m_2 trượt trên m_1: $a_1 > a_0$ thì $F_{ms1} = F_{ms2} = \mu mg$ (ma sát trượt). Lúc đó:

$a_1 = \frac{F - \mu mg}{M}$ và $a_0 = \frac{\mu mg}{(M + 2m)}$

$\Rightarrow \frac{F - \mu mg}{M} > \frac{\mu mg}{(M + 2m)} \Rightarrow F > \frac{2\mu m(M + m)g}{(M + 2m)} = F_0$

Vậy: Khi $F \le \frac{2\mu m(M + m)g}{(M + 2m)}$ thì $a_1 = a_2 = a_3 = a_4 = \frac{F}{2(M + m)}$;

khi $F > \frac{2\mu m(M + m)g}{(M + 2m)}$ thì $a_1 = \frac{F - \mu mg}{M}$ và $a_2 = a_3 = a_4 = \frac{\mu mg}{(M + 2m)}$.

8.38. Cho hệ như hình vẽ. Ma sát giữa M và m là nhỏ. Hệ số ma sát giữa M và sàn là μ. Tính gia tốc của M.

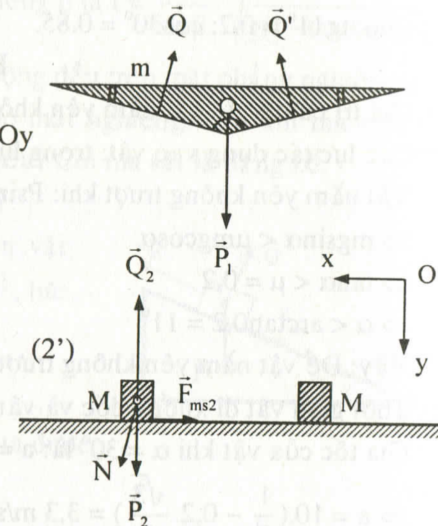


Bài giải

- Các lực tác dụng lên m: trọng lực $\vec{P}_1$, các phản lực $\vec{Q}$, $\vec{Q}'$.
- Các lực tác dụng lên M (xét một vật): trọng lực $\vec{P}_2$, áp lực $\vec{N}$, phản lực $\vec{Q}_2$, lực ma sát $\vec{F}_{ms2}$.
- Theo định luật II Niu-tơn, ta có:

$\vec{P}_1 + \vec{Q} + \vec{Q}' = m\vec{a}_1$ (1)

$\vec{P}_2 + \vec{N} + \vec{Q}_2 + \vec{F}_{ms2} = M\vec{a}_2$ (2)



- Chiếu (1) và (2) xuống hai trục Ox và Oy của hệ trục Oxy, ta được:

$Q\cos\alpha - Q'\cos\alpha = 0 \Rightarrow Q = Q'$ (1')

$P_1 - Q\sin\alpha - Q'\sin\alpha = ma_1$

$\Rightarrow P_1 - 2Q\sin\alpha = ma_1 (Q = Q' = N)$ (1")

$-P_2 - N\sin\alpha + Q_2 = 0 \Rightarrow Q_2 = P_2 + N\sin\alpha$ (2')

$N\cos\alpha - F_{ms2} = Ma_2$ (2")

- Khi m đi xuống một đoạn s_1 thì M chuyển động theo phương ngang một đoạn $s_2 = s_1\tan\alpha$.

$\Rightarrow a_2 = a_1\tan\alpha$ (3)

- Từ (3) và (1") ta được: $N = \frac{P_1 - ma_1}{2\sin\alpha} = \frac{P_1 - m\frac{a_2}{\tan\alpha}}{2\sin\alpha} = \frac{P_1\tan\alpha - ma_2}{2\sin\alpha.\tan\alpha}$ (4)

- Thay (4) vào (2') ta được: $Q_2 = P_2 + N\sin\alpha = P_2 + \frac{P_1\tan\alpha - ma_2}{2\tan\alpha}$ (5)

- Lực ma sát: $F_{ms2} = \mu Q_2 = \mu(P_2 + \frac{P_1\tan\alpha - ma_2}{2\tan\alpha})$ (6)

- Thay (4), (6) vào (2") ta được:

$\frac{P_1\tan\alpha - ma_2}{2\sin\alpha.\tan\alpha}\cos\alpha - \mu(P_2 + \frac{P_1\tan\alpha - ma_2}{2\tan\alpha}) = Ma_2$

$\Rightarrow mg\tan\alpha\cos\alpha - ma_2\cos\alpha - 2\mu Mg\sin\alpha\tan\alpha - \mu mg\tan\alpha\sin\alpha + \mu ma_2\sin\alpha = 2Ma_2\sin\alpha\tan\alpha$

$\Rightarrow mg\tan\alpha(\cos\alpha - \mu\sin\alpha) - 2\mu Mg\sin\alpha\tan\alpha = a_2[m(\cos\alpha - \mu\sin\alpha) + 2M\sin\alpha\tan\alpha]$

$\Rightarrow mg\tan\alpha(1 - \mu\tan\alpha) - 2\mu Mg\tan^2\alpha = a_2[m(1 - \mu\tan\alpha) + 2M\tan^2\alpha]$

$$\Rightarrow a_2 = \frac{mg\tan\alpha(1-\mu\tan\alpha) - 2\mu Mg\tan^2\alpha}{m(1-\mu\tan\alpha) + 2M\tan^2\alpha}$$

Vậy: Gia tốc của vật M là $a_2 = \dfrac{mg\tan\alpha(1-\mu\tan\alpha) - 2\mu Mg\tan^2\alpha}{m(1-\mu\tan\alpha) + 2M\tan^2\alpha}$.

8.39. Vật đặt trên đỉnh dốc dài 165 m, hệ số ma sát $\mu = 0,2$, góc nghiêng của dốc là α.

a) Với giá trị nào của α, vật nằm yên không trượt?

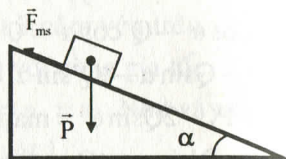
b) Cho $\alpha = 30^o$, tìm thời gian vật xuống dốc và vận tốc vật ở chân dốc.

Cho: $tg11^o = 0,2$; $\cos30^o = 0.85$.

Bài giải

a) Giá trị của α để vật nằm yên không trượt

- Các lực tác dụng vào vật: trọng lực $P = mg$, lực ma sát $F_{ms} = \mu N = \mu mg\cos\alpha$.
- Vật nằm yên không trượt khi: $P\sin\alpha < F_{ms}$



$\Rightarrow mg\sin\alpha < \mu mg\cos\alpha$

$\Rightarrow \tan\alpha < \mu = 0,2$

$\Rightarrow \alpha < \arctan0,2 = 11^o$

Vậy: Để vật nằm yên không trượt thì góc $\alpha < 11^o$.

b) Thời gian vật đi xuống dốc và vận tốc của vật ở chân dốc

- Gia tốc của vật khi $\alpha = 30^o$ là: $a = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha) = 10.(\sin30^o - 0,2.\cos30^o)$

$\Rightarrow a = 10.(\dfrac{1}{2} - 0,2.\dfrac{\sqrt{3}}{2}) = 3,3\ m/s^2$

- Từ công thức: $s = \dfrac{1}{2}at^2$ $(v_0 = 0)$ suy ra thời gian vật đi xuống dốc là:

$t = \sqrt{\dfrac{2s}{a}} = \sqrt{\dfrac{2.165}{3,3}} = 10\ s$

- Vận tốc của vật ở cuối chân dốc là: $v = at = 3,3.10 = 33$ m/s.

Vậy: Thời gian vật đi xuống dốc là $t = 10$ s; vận tốc của vật ở chân dốc là $v = 33$ m/s.

8.40. Sau bao lâu vật m trượt hết máng nghiêng có độ cao h góc nghiêng β nếu với góc nghiêng α vật chuyển động đều.

Bài giải

- Gia tốc của vật trên mặt phẳng nghiêng là: $a = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$
  + Với góc nghiêng α, vật trượt đều nên $a = a_1 = 0 \Rightarrow \mu = \tan\alpha$.
  + Với góc nghiêng β, vật trượt với gia tốc $a = a_2 = g(\sin\beta - \mu\cos\beta)$.

- Thời gian trượt của vật là: $t = \sqrt{\dfrac{2s}{a}}$, với $s = \dfrac{h}{\sin\beta}$

$$\Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{a\sin\beta}} = \sqrt{\frac{2h}{g(\sin\beta - \tan\alpha.\cos\beta)\sin\beta}}$$

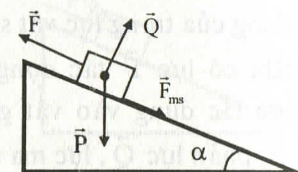
$$\Rightarrow t = \frac{1}{\sin\beta}.\sqrt{\frac{2h}{g(1-\tan\alpha.\dfrac{\cos\beta}{\sin\beta})}} = \frac{1}{\sin\beta}.\sqrt{\frac{2h}{g(1-\tan\alpha.\cot an\beta)}}$$

Vậy: Thời gian trượt của vật khi góc nghiêng β là $t = \dfrac{1}{\sin\beta}.\sqrt{\dfrac{2h}{g(1-\tan\alpha.\cot an\beta)}}$.

8.41. Vật khối lượng m = 100kg sẽ chuyển động đều trên mặt phẳng nghiêng góc $\alpha = 30^o$ khi chịu lực F = 600N dọc theo mặt nghiêng. Hỏi khi thả vật, nó chuyển động xuống với gia tốc là bao nhiêu? Coi ma sát là đáng kể.

Bài giải

- Khi vật trượt đều, các lực tác dụng lên vật gồm: trọng lực $\vec{P}$, phản lực $\vec{Q}$, lực kéo $\vec{F}$, lực ma sát $\vec{F}_{ms}$ và:



$\vec{P} + \vec{Q} + \vec{F} + \vec{F}_{ms} = \vec{0}$ (1)

- Chiếu (1) lên phương mặt phẳng nghiêng ta được:

$F - P\sin\alpha - F_{ms} = 0$

$\Rightarrow F = mg\sin\alpha + \mu mg\cos\alpha \Rightarrow \mu = \dfrac{F - mg\sin\alpha}{mg\cos\alpha} = \dfrac{600 - 100.10.\frac{1}{2}}{100.10.\frac{\sqrt{3}}{2}} = \dfrac{0,2}{\sqrt{3}}$

- Khi thả vật, vật trượt với gia tốc: $a = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$

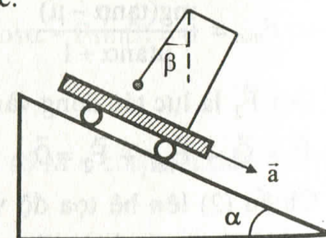
$\Rightarrow a = 10.(\dfrac{1}{2} - \dfrac{0,2}{\sqrt{3}}.\dfrac{\sqrt{3}}{2}) = 4\ m/s^2$

Vậy: Khi thả vật, nó sẽ chuyển động xuống dưới với gia tốc $a = 4\ m/s^2$.

8.42. Xe lăn không ma sát xuống một mặt nghiêng, góc nghiêng là α. Trên xe có treo một con lắc. Tìm phương của dây treo con lắc.

Bài giải

- Chọn hệ trục tọa độ vuông góc Oxy, gốc O tại vật nặng con lắc, trục Ox hướng dọc theo mặt phẳng nghiêng, trục Oy vuông góc với mặt phẳng nghiêng (hình vẽ). Ta có:



$\vec{T} + \vec{P} = m\vec{a}$, với $a = g\sin\alpha$ (1)

- Chiếu (1) lên hai trục của hệ tọa độ Oxy đã chọn ta được:

$T_x + P\sin\alpha = ma$ (2)

$T_y - P\cos\alpha = 0$ (3)

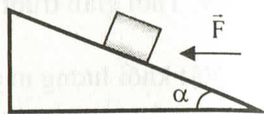
$\Rightarrow T_x = m(a - g\sin\alpha) = 0$ (theo (1))

$\Rightarrow T_y = mg\cos\alpha$

$\Rightarrow T = \sqrt{T_x^2 + T_y^2} = T_y = mg\cos\alpha \Rightarrow T \equiv T_y$.

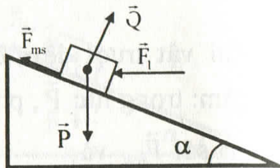
Vậy: Phương của dây treo vuông góc với mặt phẳng nghiêng.

8.43. Cần tác dụng lên vật m trên mặt phẳng nghiêng góc α một lực $\vec{F}$ nằm ngang nhỏ nhất và lớn nhất bao nhiêu để vật nằm yên? Cho hệ số ma sát là μ.



Bài giải

- Khi không có lực tác dụng, dưới tác dụng của trọng lực vật sẽ trượt xuống.



- Khi có lực $\vec{F}$ tác dụng vào vật, các lực tác dụng vào vật gồm: trọng lực $\vec{P}$, phản lực $\vec{Q}$, lực ma sát F_{ms} và lực $\vec{F}$.
- Gọi $\vec{F_1}$ là lực tác dụng vào vật để vật bắt đầu nằm yên không trượt. Ta có:

$\vec{P} + \vec{Q} + \vec{F}_{ms} + \vec{F_1} = \vec{0}$ (1)

- Chiếu (1) lên hệ tọa độ vuông góc Oxy, với Ox hướng dọc theo mặt phẳng nghiêng, Oy hướng vuông góc với mặt phẳng nghiêng (hình vẽ) ta được:

$F_{ms} = P\sin\alpha - F_1\cos\alpha$ (1')

$Q = P\cos\alpha + F_1\sin\alpha$ (1")

- Khi vật chưa trượt thì: $F_{ms} \le \mu N = \mu Q$

$\Rightarrow P\sin\alpha - F_1\cos\alpha \le \mu(P\cos\alpha + F_1\sin\alpha)$

$\Rightarrow F_1 \ge \dfrac{P(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)}{\mu\sin\alpha + \cos\alpha} = \dfrac{mg(\tan\alpha - \mu)}{\mu\tan\alpha + 1}$

$\Rightarrow F_{min} = \dfrac{mg(\tan\alpha - \mu)}{\mu\tan\alpha + 1}$

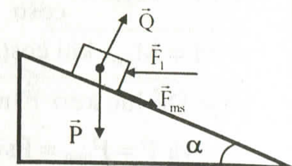
- Gọi $\vec{F_2}$ là lực tác dụng vào vật để vật bắt đầu trượt. Ta có:

$\vec{P} + \vec{Q} + \vec{F}_{ms} + \vec{F_2} = \vec{0}$ (2)

- Chiếu (2) lên hệ tọa độ vuông góc Oxy, với Ox hướng dọc theo mặt phẳng nghiêng, Oy hướng vuông góc với mặt phẳng nghiêng (hình vẽ) ta được:

$F_{ms} = -P\sin\alpha + F_2\cos\alpha$ (2')

$Q = P\cos\alpha + F_2\sin\alpha$ (2")



- Khi vật chưa trượt thì: $F_{ms} \le \mu N = \mu Q$

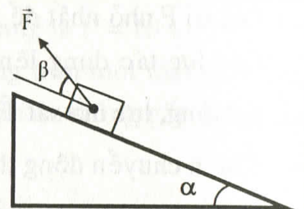
$\Rightarrow P\sin\alpha + F_2\cos\alpha \le \mu(P\cos\alpha + F_2\sin\alpha)$

$\Rightarrow F_2 \le \dfrac{P(\mu\cos\alpha + \sin\alpha)}{\cos\alpha - \mu\sin\alpha} = \dfrac{mg(\mu + \tan\alpha)}{1 - \mu\tan\alpha}$

$\Rightarrow F_{max} = \dfrac{mg(\mu + \tan\alpha)}{1 - \mu\tan\alpha}$

Vậy: Cần phải tác dụng vào vật một lực nằm ngang có độ lớn nhỏ nhất là $F_{min} = \dfrac{mg(\tan\alpha - \mu)}{\mu\tan\alpha + 1}$ và lớn nhất là $F_{max} = \dfrac{mg(\mu + \tan\alpha)}{1 - \mu\tan\alpha}$ để vật nằm yên không bị trượt.

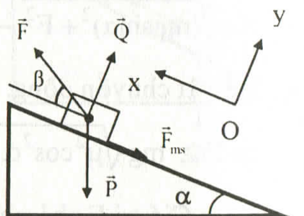
8.44. Vật m được kéo trượt đều trên mặt phẳng nghiêng góc α, lực kéo $\vec{F}$ hợp với hệ số ma sát là μ. Tìm β để F nhỏ nhất.



Bài giải

- Các lực tác dụng lên vật gồm: trọng lực $\vec{P}$, phản lực của mặt phẳng nghiêng $\vec{Q}$, lực kéo $\vec{F}$ và lực ma sát $\vec{F}_{ms}$.
- Để vật trượt đều thì:

$\vec{P} + \vec{Q} + \vec{F} + \vec{F}_{ms} = \vec{0}$ (1)



- Chiếu (1) lên hai trục của hệ tọa độ Đề-các vuông góc: Ox hướng dọc theo mặt phẳng nghiêng, Oy hướng vuông góc với mặt phẳng nghiêng ta được:

$-P\sin\alpha + F\cos\beta - F_{ms} = 0$ (2)

$-P\cos\alpha + Q + F\sin\beta = 0$ (3)

- Từ (3) suy ra: $Q = P\cos\alpha - F\sin\beta$

$\Rightarrow F_{ms} = \mu N = \mu Q = \mu(P\cos\alpha - F\sin\beta)$ (4)

- Thay (4) vào (2) ta được: $-P\sin\alpha + F\cos\beta - \mu(P\cos\alpha - F\sin\beta) = 0$

$\Rightarrow F = P\dfrac{\sin\alpha + \mu\cos\alpha}{\cos\beta + \mu\sin\beta}$ (5)

- Vì P = mg, μ và α xác định nên $F = F_{min}$ khi mẫu số $M = \cos\beta + \mu\sin\beta$ cực đại, với $\mu = \tan\varphi = \dfrac{\sin\varphi}{\cos\varphi}$.

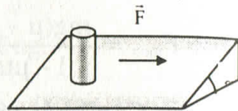
$\Rightarrow M = \cos\beta + \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}\sin\beta = \dfrac{\cos\beta\cos\varphi + \sin\beta\sin\varphi}{\cos\alpha} = \dfrac{\cos(\beta - \varphi)}{\cos\alpha}$

$\Rightarrow M = M_{max}$ khi $\cos(\beta - \varphi) = 1 \Rightarrow \beta = \varphi = \arctan\mu$

Vậy: Để lực kéo $\vec{F}$ nhỏ nhất mà vật trượt đều thì $\beta = \arctan\mu$

và $F = F_{min} = P\sin(\alpha + \beta)$, với $(\alpha + \beta) \le 90^o$.

8.45. Vật m đặt trên mặt phẳng nghiêng góc α chịu lực $\vec{F}$ dọc theo cạnh ngang của mặt phẳng như hình vẽ.



a) Tìm giá trị F nhỏ nhất để m chuyển động, biết hệ số ma sát giữa m và mặt phẳng là $\mu > \tan\alpha$.

b) Khi $F > F_{min}$, tìm gia tốc a.

Bài giải

a) Giá trị F nhỏ nhất để m chuyển động

- Các lực tác dụng lên vật m gồm: trọng lực $\vec{P}$, phản lực $\vec{Q}$ của mặt phẳng nghiêng, lực ma sát $\vec{F}_{ms}$ và lực kéo $\vec{F}$.
- Khi m chuyển động thì: $\vec{P} + \vec{Q} + \vec{F}_{ms} + \vec{F} = m\vec{a}$ (1)
- Chiếu (1) lên mặt phẳng nghiêng ta được:

$\sqrt{(P\sin\alpha)^2 + F^2} - F_{ms} = ma$

$\Rightarrow \sqrt{(mg\sin\alpha)^2 + F^2} - \mu mg\cos\alpha = ma$ (2)

- Để vật chuyển động: $a \ge 0 \Rightarrow \sqrt{(mg\sin\alpha)^2 + F^2} - \mu mg\cos\alpha \ge 0$

$\Rightarrow F \ge mg\sqrt{\mu^2\cos^2\alpha - \sin^2\alpha} \Rightarrow F_{min} = mg\sqrt{\mu^2\cos^2\alpha - \sin^2\alpha}$

Vậy: Giá trị F nhỏ nhất để m chuyển động là $F_{min} = mg\sqrt{\mu^2\cos^2\alpha - \sin^2\alpha}$.

b) Tính gia tốc a

Từ (2) suy ra: $a = \dfrac{\sqrt{(mg\sin\alpha)^2 + F^2} - \mu mg\cos\alpha}{m} = \sqrt{g^2\sin^2\alpha + \left(\dfrac{F}{m}\right)^2} - \mu g\cos\alpha$

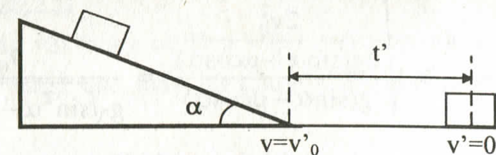
Vậy: Khi $F > F_{min}$, gia tốc của vật m là $a = \sqrt{g^2\sin^2\alpha + \left(\dfrac{F}{m}\right)^2} - \mu g\cos\alpha$.

8.46. Vật trượt từ đỉnh mặt phẳng nghiêng nhẵn dài $l = 10$ m góc nghiêng $\alpha = 30^o$. Hỏi vật tiếp tục chuyển động trên mặt phẳng ngang bao lâu khi xuống hết mặt nghiêng, biết hệ số ma sát với mặt ngang là $\mu = 0,1$.

Bài giải

- Gia tốc của vật khi trượt trên mặt phẳng nghiêng là: $a = g(\sin30^o - \mu\cos30^o)$
- Vì mặt phẳng nghiêng nhẵn nên hệ số ma sát bằng 0, do đó:

$a = 10.\dfrac{1}{2} = 5$ m/s^2



- Vận tốc của vật ở cuối mặt phẳng nghiêng là:

$v = \sqrt{2as} = \sqrt{2.5.10} = 10$ m/s

- Gia tốc của vật trên mặt phẳng ngang là:

$a' = -\dfrac{F_{ms}}{m} = -\dfrac{\mu mg}{m} = -\mu g = -0,1.10 = -1$ m/s^2

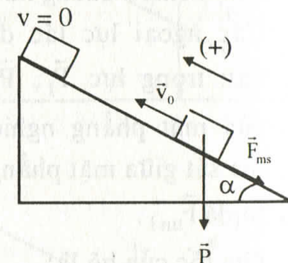
- Thời gian vật còn đi trên mặt phẳng ngang là: $t' = \dfrac{v - v_0}{a'} = \dfrac{0 - v}{a'}$

$\Rightarrow t' = \dfrac{-10}{-1} = 10$ s (vật dừng lại nên v' = 0)

Vậy: Thời gian vật còn tiếp tục đi trên mặt phẳng ngang là t' = 10 s.

8.47. Do có vận tốc đầu, vật trượt lên rồi lại trượt xuống trên một mặt nghiêng, góc nghiêng $\alpha = 15^o$. Tìm hệ số ma sát μ biết thời gian đi xuống gấp n = 2 lần thời gian đi lên.

Bài giải



- Khi vật trượt lên (chọn chiều dương hướng lên), chuyển động của vật là chuyển động chậm dần đều với gia tốc:

$a_1 = \dfrac{-(P\sin\alpha + F_{ms})}{m}$

$= \dfrac{-(mg\sin\alpha + \mu mg\cos\alpha)}{m}$

$\Rightarrow a_1 = -g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)$

- Thời gian vật trượt lên là: $t_1 = \dfrac{v - v_0}{a_1} = \dfrac{-v_0}{-g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)}$

$\Rightarrow t_1 = \dfrac{v_0}{g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)}$ (vật dừng lại nên v = 0)

- Quãng đường vật trượt lên là:

$s_1 = \dfrac{v^2 - v_0^2}{2a_1} = \dfrac{-v_0^2}{-2g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)} = \dfrac{v_0^2}{2g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)}$

- Khi vật trượt xuống: $a_2 = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$
- Thời gian vật trượt xuống là: $t_2 = \sqrt{\dfrac{2s_2}{a_2}} = \sqrt{\dfrac{2s_1}{a_2}}$

$$\Rightarrow t_2 = \sqrt{\frac{\dfrac{2v_0^2}{2g(\sin\alpha+\mu\cos\alpha)}}{g(\sin\alpha-\mu\cos\alpha)}} = \frac{v_0}{g\sqrt{\sin^2\alpha-\mu^2\cos^2\alpha}}$$

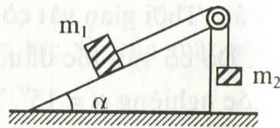
$$\Rightarrow \frac{t_2}{t_1} = \frac{v_0}{g\sqrt{\sin^2\alpha-\mu^2\cos^2\alpha}} : \frac{v_0}{g(\sin\alpha+\mu\cos\alpha)} = \sqrt{\frac{(\sin\alpha+\mu\cos\alpha)^2}{(\sin\alpha+\mu\cos\alpha)(\sin\alpha-\mu\cos\alpha)}}$$

$$\Rightarrow \frac{t_2}{t_1} = \sqrt{\frac{\sin\alpha+\mu\cos\alpha}{\sin\alpha-\mu\cos\alpha}} = n \Rightarrow \frac{\sin\alpha+\mu\cos\alpha}{\sin\alpha-\mu\cos\alpha} = n^2$$

$$\Rightarrow \mu = \frac{n^2-1}{n^2+1}.\tan\alpha = \frac{2^2-1}{2^2+1}.\tan30^o = \frac{3}{5}.\frac{\sqrt{3}}{3} = 0{,}16$$

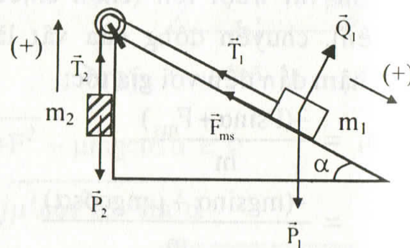
Vậy: Hệ số ma sát của mặt phẳng nghiêng là $\mu = 0{,}16$.

8.48. Cho hệ như hình vẽ: $m_1 = 5$ kg, $\alpha = 30^o$, $m_2 = 2$ kg, $\mu = 0{,}1$. Tìm gia tốc chuyển động và lực căng của dây. Cho $g = 10$ m/s^2.



Bài giải

- Chọn chiều dương hướng dọc theo sợi dây (hình vẽ).
- Các ngoại lực tác dụng vào hệ hai vật: trọng lực $\vec{P_1}$, $\vec{P_2}$; phản lực $\vec{Q_1}$ của mặt phẳng nghiêng lên m_1; lực ma sát giữa mặt phẳng nghiêng và vật m_1 là $\vec{F}_{ms1}$.



- Gia tốc của hệ là:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_{ng}}{m_{he}} = \frac{\vec{P_1}+\vec{P_2}+\vec{Q_1}+\vec{F}_{ms1}}{m_1+m_2} \quad (1)$$

- Chiếu (1) lên chiều dương đã chọn, ta được:

$$a = \frac{P_1\sin\alpha - P_2 - F_{ms1}}{m_1+m_2} = \frac{m_1g\sin\alpha - m_2g - \mu m_1g\cos\alpha}{m_1+m_2} =$$

$$\Rightarrow a = \frac{g[(\sin\alpha-\mu\cos\alpha)m_1 - m_2]}{m_1+m_2} = \frac{10.[(\sin30^o - 0{,}1.\cos30^o).5-2]}{5+2}$$

$$\Rightarrow a = \frac{10.[(\frac{1}{2}-0{,}1.\frac{\sqrt{3}}{2}).5-2]}{5+2} \approx 0{,}1 \text{ m/s}^2$$

- Xét riêng vật m_2, ta có: $\vec{T_2}+\vec{P_2} = m_2\vec{a_2}$

$\Rightarrow T - m_2g = m_2a \qquad (T_2 = T;\ a_1 = a_2 = a)$

$\Rightarrow T = m_2(a + g) = 2.(0{,}1 + 10) = 20{,}2$ N

Vậy: Gia tốc chuyển động của các vật trong hệ là $a = 0{,}1$ m/s^2; lực căng của dây là $T = 20{,}2$ N. Kết quả này cũng cho thấy hệ chuyển động theo chiều dương đã chọn.

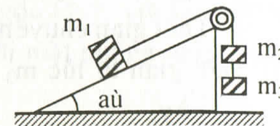
8.49. Cho hệ như hình vẽ, $m_1 = 1{,}2$ kg, $\alpha = 30^o$. Bỏ qua kích thước các vật, khối lượng ròng rọc và dây, ma sát. Dây nối m_2 và m_3 dài 2 m. Khi hệ bắt đầu chuyển động, m_3 cách mặt đất 2 m.

Cho $g = 10$ m/s^2. Biết $m_2 = 0{,}6$ kg, $m_3 = 0{,}2$ kg.

a) Tìm gia tốc chuyển động, lực căng của các dây và thời gian chuyển động của m_3.

b) Tính thời gian từ lúc m_3 chạm đất đến khi m_2 chạm đất và lực căng của dây trong giai đoạn này.

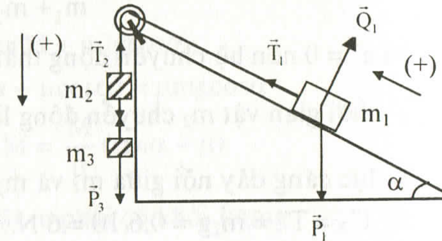
c) Bao lâu kể từ lúc m_2 chạm đất, m_2 bắt đầu đi lên?



Bài giải

a) Gia tốc của hệ, lực căng các dây nối và thời gian chuyển động của m_3

- Chọn chiều dương hướng dọc theo sợi dây (hình vẽ).
- Các ngoại lực tác dụng vào hệ vật: trọng lực $\vec{P_1}$, $\vec{P_2}$, $\vec{P_3}$; phản lực $\vec{Q_1}$ của mặt phẳng nghiêng lên m_1.



- Gia tốc của hệ là: $\vec{a} = \dfrac{\vec{F}_{ng}}{m_{he}} = \dfrac{\vec{P_1}+\vec{P_2}+\vec{P_3}+\vec{Q_1}}{m_1+m_2+m_3}$ (1)
- Chiếu (1) lên chiều dương đã chọn, ta được:

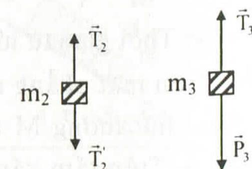
$$a = \frac{-P_1\sin\alpha+P_2+P_3}{m_1+m_2+m_3} = \frac{g[(m_2+m_3)-m_1\sin\alpha]}{m_1+m_2+m_3}$$

$$\Rightarrow a = \frac{10.[(0{,}6+0{,}2)-1{,}2.\sin30^o]}{1{,}2+0{,}6+0{,}2} = \frac{10.\left[(0{,}6+0{,}2)-1{,}2.\frac{1}{2}\right]}{1{,}2+0{,}6+0{,}2} = 1 \text{ m/s}^2$$

- Xét riêng vật m_3, ta có: $\vec{T_3}+\vec{P_3} = m_3\vec{a_3}$

$\Rightarrow -T' + m_3g = m_3a \quad (T_3 = T';\ a_3 = a_2 = a_1 = a)$

$\Rightarrow T' = m_3(g - a) = 0{,}2.(10 - 1) = 1{,}8$ N



- Xét riêng vật m_1, ta có: $\vec{T_1}+\vec{P_1}+\vec{Q_1} = m_1\vec{a_1}$

$\Rightarrow T - m_1g\sin\alpha = m_1a \qquad (T_1 = T)$

$\Rightarrow T = m_1(g\sin\alpha + a) = 1,2.(10.\sin30^o + 1) = 1,2.(10.\frac{1}{2} + 1) = 7,2$ N.

- Thời gian để m_3 chạm đất là: $t_3 = \sqrt{\frac{2s_3}{a_3}} = \sqrt{\frac{2s_3}{a}} = \sqrt{\frac{2.2}{1}} = 2$ s.

Vậy:

+ Gia tốc chuyển động của hệ là: $a = 1$ m/s^2.
+ Lực căng của các dây nối là: dây nối vật m_2 và m_3 là T' = 1,8 N; dây nối vật m_1 và m_2 là T = 7,2 N.
+ Thời gian chuyển động của m_3 là $t_3 = 2$ s.

b) Thời gian từ lúc m_3 chạm đất đến khi m_2 chạm đất và lực căng các dây nối lúc này

- Khi m_3 chạm đất, hệ chỉ còn hai vật m_2 và m_3. Tương tự như trên ta tính được gia tốc của hệ là: $a' = \frac{g(m_2 - m_1\sin\alpha)}{m_1 + m_2} = \frac{10.(0,6 - 1,2.\frac{1}{2})}{1,2 + 0,6} = 0$
- Vì a' = 0 nên hệ chuyển động thẳng đều với vận tốc v = at = 1.2 = 2 m/s:
  + thời gian vật m_2 chuyển động là: $t_2 = \frac{s}{v} = \frac{2}{2} = 1$ s.
  + lực căng dây nối giữa m_1 và m_2: xét riêng m_2 ta có: $P_2 - T'_2 = m_2a' = 0$.
  $\Rightarrow T'_2 = T'' = m_2g = 0,6.10 = 6$ N.

  Vậy: Thời gian từ lúc m_3 chạm đất đến khi m_2 chạm đất là $t_2 = 1$ s và lực căng dây nối lúc này là T'' = 6 N.

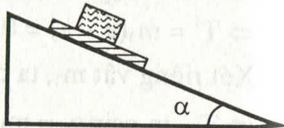
c) Thời gian từ lúc m_2 chạm đất đến lúc m_2 đi lên

- Khi m_2 chạm đất, hệ chỉ còn m_1 trượt không ma sát trên mặt phẳng nghiêng với:
  + gia tốc: $a'_1 = -g\sin\alpha = -10.\sin30^o = -10.\frac{1}{2} = -5$ m/s^2.
  + vận tốc ban đầu: $v_0 = v = 2$ m/s.
- Thời gian từ lúc m_2 chạm đất đến lúc m_2 đi lên là:

$t'' = \frac{v_1 - v_0}{a'_1} = \frac{-2-2}{-5} = 0,8$s

Vậy: Thời gian từ lúc m_2 chạm đất đến lúc m_2 đi lên là t'' = 0,8 s.

8.50. Trên mặt phẳng nghiêng góc α có một tấm ván khối lượng M trượt xuống với hệ số ma sát μ. Trên tấm ván có một vật khối lượng m trượt không ma sát. Tìm giá trị của m để ván chuyển động đều.



Bài giải

- Các lực tác dụng lên tấm ván M: trọng lực $\vec{P}$, phản lực của mặt phẳng nghiêng $\vec{Q}$, lực ma sát giữa tấm ván và mặt phẳng nghiêng $\vec{F}_{ms}$, áp lực của vật m lên tấm ván $\vec{n}$.
- Để tấm ván chuyển động đều thì:

$\vec{P} + \vec{Q} + \vec{F}_{ms} + \vec{n} = \vec{0}$ (1)

- Chiếu (1) lên hai trục của hệ tọa độ Đề-các vuông góc Oxy, với Ox hướng dọc theo mặt phẳng nghiêng, Oy hướng vuông góc với mặt phẳng nghiêng ta được:

$P\sin\alpha - F_{ms} = 0$ (2)

$-P\cos\alpha + Q - n = 0$ (3)

- Từ (3) suy ra: $Q = P\cos\alpha + n = P\cos\alpha + p\cos\alpha$ ($n = p\cos\alpha$)

$\Rightarrow Q = (M + m)g\cos\alpha$

- Từ (2) suy ra: $P\sin\alpha = F_{ms} = \mu N = kQ = \mu(M + m)g\cos\alpha$

$\Rightarrow Mg\sin\alpha = \mu(M + m)g\cos\alpha \Rightarrow Mg(\sin\alpha - \mu\cos\alpha) = \mu mg\cos\alpha$

$\Rightarrow m = \frac{Mg(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)}{\mu g\cos\alpha} = \frac{M}{\mu}\tan\alpha - M = \frac{M}{\mu}(\tan\alpha - \mu)$

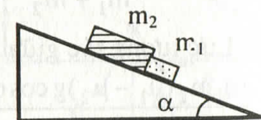
Vậy: Để tấm ván chuyển động đều thì vật m phải có khối lượng

$m = \frac{M}{\mu}(\tan\alpha - \mu)$.

8.51. Cho hệ như hình vẽ. Biết m_1, m_2, μ_1, μ_2 ($\mu_1 > \mu_2$). Tìm:

a) lực tương tác giữa m_1 và m_2 khi chuyển động.

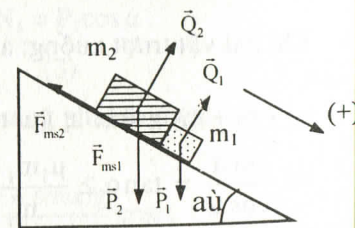
b) giá trị nhỏ nhất của α để hai vật trượt xuống.



Bài giải

a) Lực tương tác giữa hai vật khi chuyển động

- Các ngoại lực tác dụng lên hệ hai vật là: các trọng lực $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, các phản lực của mặt phẳng nghiêng $\vec{Q}_1$, $\vec{Q}_2$; các lực ma sát giữa mặt phẳng nghiêng và các vật $\vec{F}_{ms1}$, $\vec{F}_{ms2}$.



- Gia tốc của hệ hai vật khi trượt là: $\vec{a} = \frac{\vec{F}_{ng}}{m_{he}}$

$\Rightarrow \vec{a} = \frac{\vec{P}_1 + \vec{P}_2 + \vec{Q}_1 + \vec{Q}_2 + \vec{F}_{ms1} + \vec{F}_{ms2}}{m_1 + m_2}$ (1)

- Chiếu (1) lên phương của mặt phẳng nghiêng ta được:

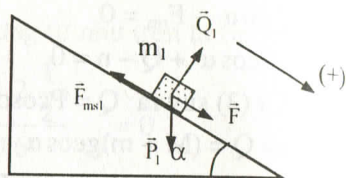
$$a = \frac{P_1\sin\alpha + P_2\sin\alpha - F_{ms1} - F_{ms2}}{m_1 + m_2}$$

$$= \frac{m_1 g\sin\alpha + m_2 g\sin\alpha - \mu_1 m_1 g\cos\alpha - \mu_2 m_2 g\cos\alpha}{m_1 + m_2}$$

$$\Rightarrow a = \frac{(m_1 + m_2)g\sin\alpha - (\mu_1 m_1 + \mu_2 m_2)g\cos\alpha}{m_1 + m_2}$$

- Xét vật m_1: Các lực tác dụng lên m_1 gồm: trọng lực $\vec{P}_1$, phản lực của mặt phẳng nghiêng $\vec{Q}_1$, lực ma sát giữa mặt phẳng nghiêng và m_1 là $\vec{F}_{ms1}$, lực do m_2 tác dụng lên m_1 khi chuyển động $\vec{F}$ (hướng về phía m_1). Ta có:

$\vec{P}_1 + \vec{Q}_1 + \vec{F}_{ms1} + \vec{F} = m_1\vec{a}$ (2)



- Chiếu (2) lên phương của mặt phẳng nghiêng, ta được:

$m_1 g\sin\alpha - \mu_1 m_1 g\cos\alpha + F = m_1 a$

$\Rightarrow F = \mu_1 m_1 g\cos\alpha - m_1 g\sin\alpha + m_1 a$

$$\Rightarrow F = \mu_1 m_1 g\cos\alpha - m_1 g\sin\alpha + m_1.\frac{(m_1 + m_2)g\sin\alpha - (\mu_1 m_1 + \mu_2 m_2)g\cos\alpha}{m_1 + m_2}$$

$$\Rightarrow F = \frac{m_1}{m_1 + m_2}[(m_1 + m_2)\mu_1 g\cos\alpha - (m_1 + m_2)g\sin\alpha + (m_1 + m_2)g\sin\alpha - (\mu_1 m_1 + \mu_2 m_2)g\cos\alpha]$$

$$\Rightarrow F = \frac{m_1 m_2(\mu_1 - \mu_2)g\cos\alpha}{m_1 + m_2}$$

Vậy: Lực tương tác giữa hai vật khi chuyển động có độ lớn là

$$F = \frac{m_1 m_2(\mu_1 - \mu_2)g\cos\alpha}{m_1 + m_2}.$$

b) Giá trị nhỏ nhất của α để hai vật trượt xuống

- Khi hai vật trượt xuống: $a \geq 0 \Rightarrow \frac{(m_1 + m_2)g\sin\alpha - (\mu_1 m_1 + \mu_2 m_2)g\cos\alpha}{m_1 + m_2} \geq 0$

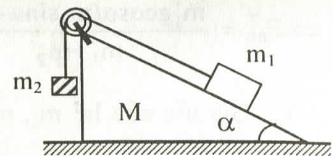
$\Rightarrow (m_1 + m_2)g\sin\alpha \geq (\mu_1 m_1 + \mu_2 m_2)g\cos\alpha$

$$\Rightarrow \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \tan\alpha \geq \frac{\mu_1 m_1 + \mu_2 m_2}{m_1 + m_2} \Rightarrow \alpha_{min} = \arctan\left(\frac{\mu_1 m_1 + \mu_2 m_2}{m_1 + m_2}\right)$$

Vậy: Giá trị nhỏ nhất của α để hai vật trượt xuống là

$$\alpha_{min} = \arctan\left(\frac{\mu_1 m_1 + \mu_2 m_2}{m_1 + m_2}\right).$$

8.52. Cho hệ như hình vẽ, m_1 đi xuống không ma sát, M nằm yên. Tìm:



a) Gia tốc của m_1, m_2, lực căng dây và lực ma sát nghỉ của mặt sàn đặt lên M.

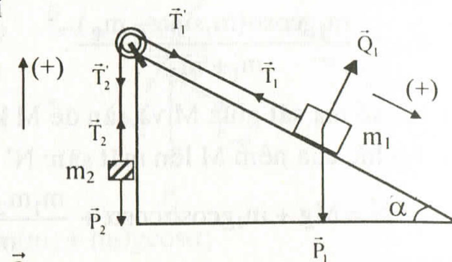
b) Hệ số ma sát μ giữa M và sàn để M không trượt trên sàn.

Bài giải

a) Gia tốc, lực căng dây và lực ma sát nghỉ

- Chọn chiều dương là chiều chuyển động của hệ hai vật m_1, m_2 (hình vẽ).

- Các ngoại lực tác dụng lên hệ hai vật gồm: các trọng lực $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$; phản lực $\vec{Q}_1$ của mặt phẳng nghiêng lên m_1.



- Gia tốc của hệ là: $\vec{a} = \frac{\vec{F}_{ng}}{m_{he}} = \frac{\vec{P}_1 + \vec{P}_2 + \vec{Q}_1}{m_1 + m_2}$ (1)

- Chiếu (1) lên chiều dương đã chọn ta được: $a = \frac{P_1\sin\alpha - P_2}{m_1 + m_2} = \frac{g(m_1\sin\alpha - m_2)}{m_1 + m_2}$

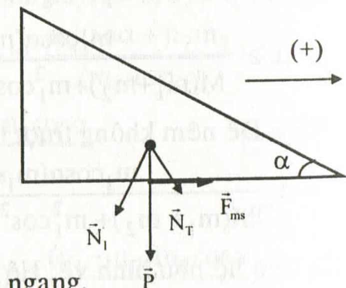
- Xét riêng vật m_2, ta có: $\vec{P}_2 + \vec{T}_2 = m_2\vec{a}$ (2)

- Chiếu (2) lên chiều dương đã chọn, ta được: $-P_2 + T_2 = m_2 a$

$$\Rightarrow T_2 = P_2 + m_2 a = m_2 g + m_2.\frac{g(m_1\sin\alpha - m_2)}{m_1 + m_2} = \frac{m_1 m_2(1 + \sin\alpha)g}{m_1 + m_2}$$

$$\Rightarrow T = T_2 = \frac{m_1 m_2(1 + \sin\alpha)g}{m_1 + m_2}$$

- Các lực tác dụng lên nêm M:



+ Trọng lực $\vec{P}$ tác dụng lên nêm.

+ Áp lực $\vec{N}_T$ tác dụng lên trục gắn với nêm ($\vec{N}_T = \vec{T}_1 + \vec{T}_2$).

+ Lực ma sát $\vec{F}_{ms}$ giữa nêm và mặt phẳng nằm ngang.

+ Áp lực $\vec{N}_1$ của m_1 lên mặt tiếp xúc với nêm: $N_1 = P_1\cos\alpha$.

- Nêm nằm yên nên: $\vec{P} + \vec{N}_T + \vec{F}_{ms} + \vec{N}_1 = \vec{0}$ (3)

- Chiếu (3) lên phương ngang, chiều dương hướng sang phải ta được:

$T\cos\alpha + F_{ms} - N_1\sin\alpha = 0$

$$\Rightarrow F_{ms} = N_1\sin\alpha - T\cos\alpha = P_1\cos\alpha\sin\alpha - \frac{m_1 m_2(1 + \sin\alpha)g}{m_1 + m_2}\cos\alpha$$

$$\Rightarrow F_{ms} = \frac{(m_1 + m_2)m_1 g\cos\alpha\sin\alpha - m_1 m_2(1 + \sin\alpha)g\cos\alpha}{m_1 + m_2}$$

$$\Rightarrow F_{ms} = \frac{m_1 g\cos\alpha(m_1\sin\alpha - m_2)}{m_1+m_2}$$

Vậy: Gia tốc của hệ m_1, m_2 là $a = \dfrac{g(m_1\sin\alpha - m_2)}{m_1+m_2}$; lực căng dây nối giữa m_1 và m_2 là $T = \dfrac{m_1m_2(1+\sin\alpha)g}{m_1+m_2}$ và lực ma sát nghỉ giữa mặt sàn và nêm M là

$$F_{ms} = \frac{m_1g\cos\alpha(m_1\sin\alpha - m_2)}{m_1+m_2}.$$

b) Hệ số ma sát giữa M và sàn để M không bị trượt trên sàn

- Áp lực của nêm M lên mặt sàn: $N' = Mg + N_1\cos\alpha + T + T\sin\alpha$

$$\Rightarrow N = Mg + m_1g\cos\alpha\cos\alpha + \frac{m_1m_2(1+\sin\alpha)g}{m_1+m_2} + \frac{m_1m_2(1+\sin\alpha)g}{m_1+m_2}\sin\alpha$$

$$\Rightarrow N = \frac{Mg(m_1+m_2)+m_1g\cos^2\alpha(m_1+m_2)+m_1m_2(1+\sin\alpha)g+m_1m_2(1+\sin\alpha)g\sin\alpha}{m_1+m_2}$$

$$\Rightarrow N = \frac{Mg(m_1+m_2)+m_1^2g\cos^2\alpha+2gm_1m_2(1+\sin\alpha)}{m_1+m_2}$$

- Để nêm M không trượt thì: $\mu N \geq F_{ms}$ (ma sát là ma sát nghỉ) $\Rightarrow \mu \geq \dfrac{F_{ms}}{N}$.

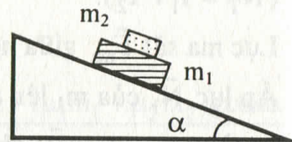
$$\Rightarrow \mu \geq \frac{m_1g\cos\alpha(m_1\sin\alpha - m_2)}{m_1+m_2} : \frac{Mg(m_1+m_2)+m_1^2g\cos^2\alpha+2gm_1m_2(1+\sin\alpha)}{m_1+m_2}$$

$$\Rightarrow \mu \geq \frac{m_1\cos\alpha(m_1\sin\alpha-m_2)}{M(m_1+m_2)+m_1^2\cos^2\alpha+2m_1m_2(1+\sin\alpha)}$$

Vậy: Để nêm không trượt trên sàn thì hệ số ma sát giữa nêm và sàn phải là:

$$\mu \geq \frac{m_1\cos\alpha(m_1\sin\alpha - m_2)}{M(m_1+m_2)+m_1^2\cos^2\alpha+2m_1m_2(1+\sin\alpha)}.$$

8.53. Cho hệ như hình vẽ. Hệ số ma sát giữa m_1 và mặt nghiêng là μ_1 giữa m_2 và m_1 là μ_2. Trong tất cả các trường hợp chuyển động có thể xảy ra giữa m_1 và m_2, hãy xác định điều kiện mà μ_1 và μ_2 phải thỏa.



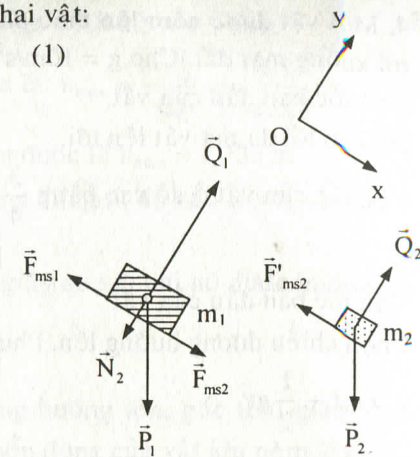
Bài giải

- Các lực tác dụng lên m_1: trọng lực $\vec{P}_1$, phản lực $\vec{Q}_1$, áp lực $\vec{N}_2$, các lực ma sát $\vec{F}_{ms1}$, $\vec{F}_{ms2}$; các lực tác dụng lên m_2: trọng lực $\vec{P}_2$, phản lực $\vec{Q}_2$, lực ma sát $\vec{F'}_{ms2}$.

- Các phương trình định luật II Niu-tơn cho hai vật:

$\vec{P}_1 + \vec{Q}_1 + \vec{N}_2 + \vec{F}_{ms1} + \vec{F}_{ms2} = m_1\vec{a}_1$ (1)

$\vec{P}_2 + \vec{Q}_2 + \vec{F'}_{ms2} = m_2\vec{a}_2$ (2)



- Chiếu (1) và (2) lên hai trục Ox và Oy của hệ tọa độ Oxy (hình vẽ) ta được:

$m_1g\sin\alpha - F_{ms1} + F_{ms2} = m_1a_1$ (1')

$-m_1g\cos\alpha - m_2g\cos\alpha + Q_1 = 0$ (1")

$m_2g\sin\alpha - F'_{ms2} = m_2a_2$ (2')

$-m_2g\cos\alpha + Q_2 = 0$ (2")

- Từ (1") suy ra : $Q_1 = (m_1 + m_2)g\cos\alpha$.
- Từ (2") suy ra: $Q_2 = m_2g\cos\alpha$.
- Các lực ma sát là $F_{ms1} = \mu_1N_1 = \mu_1Q_1 = \mu_1(m_1 + m_2)g\cos\alpha$;

$F_{ms2} = F'_{ms2} = \mu_2N_2 = \mu_2Q_2 = \mu_2m_2g\cos\alpha$.

Thay vào (1') và (2') ta được:

$m_1a_1 = m_1g\sin\alpha - \mu_1(m_1 + m_2)g\cos\alpha + \mu_2m_2g\cos\alpha$ (3)

$m_2a_2 = m_2g\sin\alpha - \mu_2m_2g\cos\alpha = m_2g(\sin\alpha - \mu_2\cos\alpha)$ (4)

a) Để cả m_1 và m_2 đều đứng yên trên các mặt phẳng nghiêng (mặt tiếp xúc) thì: $\mu_1 > \tan\alpha$ và $\mu_2 > \tan\alpha$.

b) Để m_1 trượt, m_2 đứng yên: $a_1 = a_2 > 0$ thì: $\mu_2 > \mu_1$ và lúc đó có thể coi hai vật m_1, m_2 như một vật M và $Ma = Mg\sin\alpha - \mu_1Mg\cos\alpha > 0 \Rightarrow \mu_1 < \tan\alpha$.

c) Để cả m_1 và m_2 đều trượt nhưng m_2 trượt nhanh hơn thì $a_1 > 0$, $a_2 > 0$ và $a_2 > a_1$:

- Từ (3) suy ra: $a_1 > 0 \Rightarrow \mu_1 < \dfrac{m_1\sin\alpha + \mu_2m_2\cos\alpha}{(m_1+m_2)\cos\alpha} = \dfrac{m_1\tan\alpha + \mu_2m_2}{(m_1+m_2)}$

- Từ (3) suy ra: $a_1 = g[(\sin\alpha - \mu_1\cos\alpha) - \dfrac{(\mu_1-\mu_2)m_2\cos\alpha}{m_1}$ (3')

- Từ (4) suy ra: $a_2 = g[(\sin\alpha - \mu_2\cos\alpha)$ (4')

- Từ $a_2 > a_1$: $g[(\sin\alpha - \mu_2\cos\alpha) > g[(\sin\alpha - \mu_1\cos\alpha) - \dfrac{(\mu_1-\mu_2)m_2\cos\alpha}{m_1}$

$\Rightarrow \mu_1 > \mu_2$

d) Để cả m_1 và m_2 đều trượt nhưng m_1 trượt nhanh hơn thì $a_1 > 0$, $a_2 > 0$ và $a_1 > a_2$: Điều này không thể xảy ra.

e) Để m_1 đứng yên, m_2 trượt thì $a_1 \leq 0$ và $a_2 > 0$:

+ Từ (3) suy ra: $a_1 \leq 0 \Rightarrow \mu_1 \geq \dfrac{m_1\tan\alpha + \mu_2m_2}{(m_1+m_2)}$.

+ Từ (4) suy ra: $a_2 > 0 \Rightarrow \mu_2 < \tan\alpha$.

8.54. Một vật được ném lên theo phương thẳng đứng từ mặt đất. Sau 4 s vật lại rơi xuống mặt đất. Cho $g = 10m/s^2$. Tính:

a) Vận tốc ban đầu của vật.

b) Độ cao tối đa mà vật lên tới.

c) Vận tốc của vật ở độ cao bằng $\frac{3}{4}$ độ cao tối đa.

Bài giải

a) Vận tốc ban đầu của vật

- Chọn chiều dương hướng lên. Phương trình chuyển động của vật là:

$$y = v_0t - \frac{1}{2}gt^2$$

- Khi vật chạm đất, $y = 0 \Rightarrow v_0t - \frac{1}{2}gt^2 = 0 \Rightarrow v_0 = \frac{gt}{2} = \frac{10.4}{2} = 20$ m/s

Vậy: Vận tốc ban đầu của vật là $v_0 = 20$ m/s.

b) Độ cao tối đa mà vật đạt được ($a = -g$)

- Từ công thức liên hệ: $v^2 - v_0^2 = -2gh \Rightarrow h = \frac{v^2 - v_0^2}{-2g}$

- Khi vật ở độ cao tối đa: $v = 0 \Rightarrow h = \frac{0^2 - 20^2}{-2.10} = 20$ m

Vậy: Độ cao tối đa mà vật đạt được là h = 20 m.

c) Vận tốc của vật ở độ cao bằng $\frac{3}{4}$ độ cao tối đa

- Từ công thức liên hệ:

$v_1^2 - v_0^2 = -2gh_1 \Rightarrow v_1 = \sqrt{v_0^2 - 2gh_1}$, với $h_1 = \frac{3}{4}h = \frac{3}{4}.20 = 15$ m.

$\Rightarrow v_1 = \sqrt{20^2 - 2.10.15} = \pm 10$ m/s (đi lên và đi xuống).

Vậy: Vận tốc của vật ở độ cao bằng $\frac{3}{4}$ độ cao tối đa là $v_1 = \pm 10$ m/s.

8.55. Một người làm xiếc tung các quả bóng lên cao, quả nọ sau quả kia, quả sau rời tay người làm xiếc khi quả trước đạt điểm cao nhất. Cho biết mỗi giây có hai quả bóng được tung lên. Hỏi các quả bóng được ném lên cao bao nhiêu? (Lấy $g = 9,8m/s^2$)

Bài giải

- Vì mỗi giây có hai quả bóng được tung lên nên thời gian để mỗi quả bóng lên đến điểm cao nhất là: $t = \frac{1}{2} = 0,5$ s.

- Vận tốc ban đầu của các quả bóng là: $v_0 = gt = 9,8.0,5 = 4,9$ m/s.

- Độ cao cực đại mà mỗi quả bóng lên được là: $h_{max} = \frac{-v_0^2}{-2g} = \frac{-(4,9)^2}{-2.9,8} = 1,225$m.

Vậy: Độ cao cực đại mà mỗi quả bóng lên được là $h_{max} = 1,225$ m.

8.56. Một vật được ném lên theo phương thẳng đứng từ độ cao H với vận tốc đầu v_0. Bỏ qua lực cản của không khí.

Xác định v_0 để vật chạm đất chậm hơn n giây so với khi nó được buông rơi tự do không vận tốc đầu từ độ cao H.

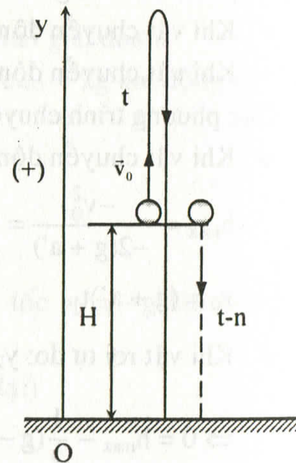
Bài giải

- Chọn gốc tọa độ tại mặt đất, chiều dương hướng lên, gốc thời gian lúc vật được ném lên cao. Gọi t là thời gian chuyển động của vật khi ném lên thì (t – n) là thời gian chuyển động của vật khi thả rơi tự do.

- Các phương trình chuyển động của vật trong hai trường hợp là:

$$y_1 = H + v_0t - \frac{1}{2}gt^2 \quad (1)$$

$$y_2 = H - \frac{1}{2}g(t-n)^2 \quad (2)$$



- Khi vật chạm đất thì: $y_1 = y_2 = 0$.

$$\Rightarrow H - \frac{1}{2}g(t-n)^2 = 0 \Rightarrow t = n + \sqrt{\frac{2H}{g}} \quad (3)$$

$$\Rightarrow H + v_0t - \frac{1}{2}gt^2 = H - \frac{1}{2}g(t-n)^2 \quad (4)$$

$$\Rightarrow H + v_0t - \frac{1}{2}gt^2 = H - \frac{1}{2}gt^2 + gnt - \frac{1}{2}gn^2$$

$$\Rightarrow v_0t = gnt - \frac{1}{2}gn^2 \Rightarrow v_0 = gn - \frac{gn^2}{2t} \quad (5)$$

- Thay giá trị t ở (3) vào (5) ta được: $v_0 = gn - \frac{gn^2}{2(n + \sqrt{\frac{2H}{g}})}$

$$\Rightarrow v_0 = \frac{2gn(n + \sqrt{\frac{2H}{g}}) - gn^2}{2(n + \sqrt{\frac{2H}{g}})} = \frac{2gn[(n + \sqrt{\frac{2H}{g}}) - \frac{n}{2}]}{2(n + \sqrt{\frac{2H}{g}})} = \frac{gn(\sqrt{\frac{2H}{g}} + \frac{n}{2})}{(n + \sqrt{\frac{2H}{g}})}$$

Vậy: Vận tốc của vật để khi được ném lên chạm đất chậm hơn n giây so với khi được thả rơi là

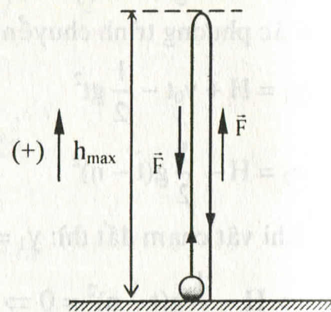
$$v_0 = \frac{gn(\sqrt{\frac{2H}{g}}+\frac{n}{2})}{(n+\sqrt{\frac{2H}{g}})}.$$

8.57. Từ mặt đất, quả cầu khối lượng m = 100 g được ném lên thẳng đứng với vận tốc đầu v_0. Biết quả cầu đạt độ cao cực đại là 8 m và thời gian từ lúc ném đến khi rơi trở lại mặt đất là 3 s. Cho g = 10 m/s^2.

Biết độ lớn của lực cản không khí là F không đổi. Tìm v_0 và F.

Bài giải

- Các lực tác dụng lên quả cầu là: trọng lực $\vec{P}$ (luôn hướng xuống), lực cản của không khí $\vec{F}$ (luôn ngược hướng với hướng chuyển động của vật).
- Gia tốc của vật là: $\vec{a} = \frac{\vec{P}+\vec{F}}{m} = \vec{g} + \vec{a'}$ $(a' = \frac{F}{m})$



- Chọn chiều dương hướng lên thì:
  + Khi vật chuyển động ném lên: a = –(g + a').
  + Khi vật chuyển động rơi tự do: a = –(g – a').
- Các phương trình chuyển động của vật:
  + Khi vật chuyển động ném lên:

$$h_{max} = \frac{-v_0^2}{-2(g+a')} = \frac{v_0^2}{2(g+a')} \quad (1)$$

$$v_0 = (g + a')t_1 \quad (2)$$

  + Khi vật rơi tự do: $y_2 = h_{max} - \frac{1}{2}(g-a')t_2^2$ (3)

$$\Rightarrow 0 = h_{max} - \frac{1}{2}(g-a')t_2^2 \quad (3')$$

Với $t_1 + t_2 = 3$ s; $h_{max} = 8$ m

- Từ (3') suy ra: $t_2 = \sqrt{\frac{2h_{max}}{g-a'}} = \sqrt{\frac{2.8}{g-a'}} = \frac{4}{\sqrt{g-a'}}$
- Mặt khác: $t_1 = 3 - t_2 \Leftrightarrow \frac{v_0}{g+a'} = 3 - \frac{4}{\sqrt{g-a'}}$ (4)
- Từ (1) suy ra: $v_0 = \sqrt{2h_{max}(g+a')} = \sqrt{2.8(g+a')} = 4\sqrt{g+a'}$ (5)
- Thay giá trị của v_0 vào (4) ta được: $\frac{4\sqrt{g+a'}}{g+a'} = 3 - \frac{4}{\sqrt{g-a'}}$

$$\Rightarrow \frac{4}{\sqrt{g+a'}} = 3 - \frac{4}{\sqrt{g-a'}} \Rightarrow a' = 6 \text{ m/s}^2$$

$$\Rightarrow v_0 = 4\sqrt{10+6} = 16 \text{ m/s} \Rightarrow F = ma' = 0{,}1.6 = 0{,}6 \text{ N}$$

Vậy: Giá trị của v_0 và F là v_0 = 16 m/s và F = 0,6 N.

8.58. Một tên lửa được phóng theo phương thẳng đứng và chuyển động với gia tốc 2g trong thời gian động cơ hoạt động là 50 s. Bỏ qua lực cản của không khí và sự thay đổi g theo độ cao.

a) Tính độ cao cực đại mà tên lửa đạt tới.

b) Tính thời gian từ lúc phóng đến lúc tên lửa trở lại mặt đất.

c) Vẽ đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc của vận tốc vào thời gian trong thời gian chuyển động.

Bài giải

a) Độ cao cực đại mà tên lửa đạt tới

- Chọn gốc tọa độ tại mặt đất, chiều dương hướng lên; gốc thời gian lúc bắt đầu phóng tên lửa.
- Chuyển động của tên lửa khi đi lên có thể chia làm hai giai đoạn:
  + giai đoạn chuyển động nhanh dần đều với gia tốc a_1 = 2g khi động cơ hoạt động:

$v_{t1} = a_1t_1 = 2gt_1 = 2.10.50 = 1000$ m/s; $v_{01} = 0$

$$\Rightarrow h_1 = \frac{v_{t1}^2 - v_{01}^2}{2a_1} = \frac{1000^2 - 0^2}{2.2.10} = 25000 \text{ m}$$

  + giai đoạn chuyển động chậm dần đều với gia tốc a_2 = –g khi động cơ ngừng hoạt động:

$v_{02} = v_{t1} = 1000$ m/s; $v_{t2} = 0$ (lên đến độ cao cực đại)

$$\Rightarrow h_2 = \frac{v_{t2}^2 - v_{02}^2}{2a_2} = \frac{0^2 - 1000^2}{-2.10} = 50000 \text{ m}$$

$$\Rightarrow h_{max} = h_1 + h_2 = 25000 + 50000 = 75000 \text{ m} = 75 \text{ km}$$

Vậy: Độ cao cực đại mà tên lửa lên đến là h_{max} = 75 km.

b) Thời gian từ lúc phóng tên lửa đến lúc tên lửa trở lại mặt đất

- Từ lúc phóng tên lửa đến lúc tên lửa trở lại mặt đất có thể chia làm ba giai đoạn:
  + giai đoạn chuyển động nhanh dần đều với gia tốc a_1 = 2g khi động cơ hoạt động với thời gian t_1 = 50 s.
  + giai đoạn chuyển động chậm dần đều với gia tốc a_2 = -g khi động cơ ngừng hoạt động với thời gian bằng thời gian chuyển động chậm dần đều đến độ cao cực đại:

$t_2 = \sqrt{\frac{2h_2}{g}} = \sqrt{\frac{2.50000}{10}} = 100$ s.

+ giai đoạn rơi tự do từ độ cao cực đại $h_{max} = 75000$ m đến khi chạm đất với thời gian:

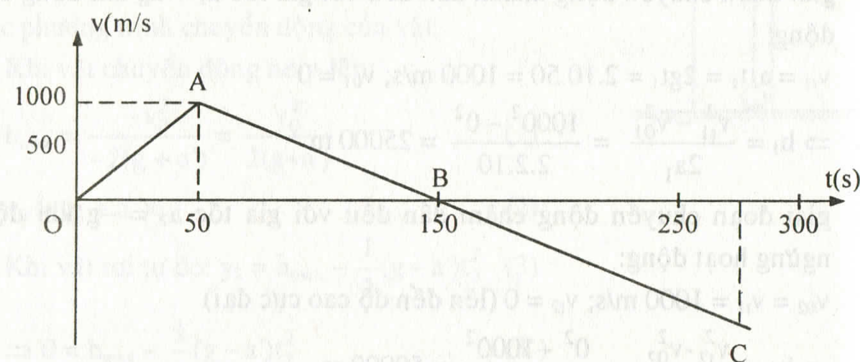
$t_3 = \sqrt{\frac{2h_{max}}{g}} = \sqrt{\frac{2.75000}{10}} = 122,5$ s.

$\Rightarrow t = t_1 + t_2 + t_3 = 50 + 100 + 122,5 = 272,5$ s

Vậy: Thời gian từ lúc phóng tên lửa đến lúc tên lửa trở lại mặt đất là t = 272,5s.

c) Đồ thị vận tốc - thời gian của tên lửa

- Phương trình vận tốc của tên lửa ứng với các giai đoạn chuyển động là:
  + giai đoạn 1: chuyển động nhanh dần đều với $v_{01} = 0$; $a_1 = 2g$:
    $v_1 = 2gt$ $(0 \le t \le 50)$.
  + giai đoạn 2: chuyển động chậm dần đều với $v_{02} = 1000$ m/s; $a_2 = -g$:
    $v_2 = 1000 - g(t - 50)$ $(50 \le t \le 150)$.
  + giai đoạn 3: chuyển động rơi tự do với $v_{03} = 0$;
    $a_3 = -g$: $v_3 = -g(t - 150)$ $(150 \le t \le 272,5)$.



8.59. Một vật được ném lên thẳng đứng với vận tốc 4,9 m/s. Cùng lúc đó tại điểm có độ cao bằng độ cao cực đại mà vật lên tới, người ta ném xuống thẳng đứng một vật khác cũng với vận tốc 4,9 m/s. Sau bao lâu hai vật đụng nhau? Lấy $g = 9,8 m/s^2$.

Bài giải

- Chọn gốc tọa độ tại vị trí ném vật lên, chiều dương hướng lên. Độ cao cực đại mà vật (1) đạt được là:

$h_{max} = \frac{-v_0^2}{-2g} = \frac{-4,9^2}{-2.9,8} = 1,225$ m

- Các phương trình chuyển động của hai vật là:

$y_1 = v_0t - \frac{1}{2}gt^2$ (1)

$y_2 = h_{max} - v_0t - \frac{1}{2}gt^2$ (2)

- Khi hai vật đụng nhau thì : $y_1 = y_2$

$\Rightarrow v_0t - \frac{1}{2}gt^2 = h_{max} - v_0t - \frac{1}{2}gt^2$

$\Rightarrow h_{max} = 2v_0t \Rightarrow t = \frac{h_{max}}{2v_0} = \frac{1,225}{2.4,9} = 0,125$ s

Vậy: Sau t = 0,125 s thì hai vật đụng nhau.

8.60. Hai vật được ném thẳng đứng lên cao từ cùng một điểm với cùng vận tốc $v_0 = 25$ m/s, vật nọ sau vật kia một khoảng thời gian t_0.

a) Cho $t_0 = 0,5$ s. Hỏi hai vật gặp nhau sau khi ném vật thứ hai bao lâu và ở độ cao nào?

b) Tìm t_0 để câu hỏi trên có nghiệm.

Bài giải

a) Vị trí và thời điểm hai vật gặp nhau

- Chọn gốc tọa độ tại điểm ném, chiều dương hướng lên, gốc thời gian lúc ném vật thứ hai.
- Phương trình chuyển động của hai vật là:

$y_1 = v_0(t + 0,5) - \frac{1}{2}g(t + 0,5)^2$ (1)

$y_2 = v_0t - \frac{1}{2}gt^2$ (2)

- Khi hai vật gặp nhau: $y_1 = y_2$.

$\Rightarrow v_0(t + 0,5) - \frac{1}{2}g(t + 0,5)^2 = v_0t - \frac{1}{2}gt^2$

$\Rightarrow v_0t + 0,5v_0 - \frac{1}{2}gt^2 - \frac{1}{2}gt - 0,125g = v_0t - \frac{1}{2}gt^2$

$\Rightarrow 0,5v_0 - \frac{1}{2}gt - 0,125g = 0$

$\Rightarrow 0,5.25 - \frac{1}{2}.10t - 0,125.10 = 0 \Rightarrow t = 2,25$ s

và $y = y_2 = 25.2,25 - \frac{1}{2}.10.2,25^2 = 30,9$ m

Vậy: Hai vật gặp nhau sau khi ném vật hai một thời gian 2,25 s và điểm gặp nhau cách điểm ném 30,9 m.

b) Điều kiện của t_0 để câu hỏi a có nghiệm

- Thời gian chuyển động của vật (2) ứng với $y_2 = 0 \Rightarrow v_0t - \frac{1}{2}gt^2 = 0$

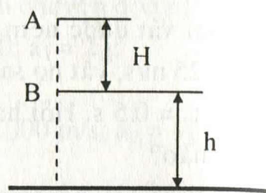
$\Rightarrow 25t - \frac{1}{2}.10t^2 = 0 \Rightarrow t = 5$ s.

- Để câu hỏi a có nghiệm thì $t_0 \le t = 5$ s.

Vậy: Điều kiện để hai vật có thể gặp nhau là $t_0 \le 5$ s.

8.61. Một vật rơi tự do từ A ở độ cao (H + h). Vật thứ hai được phóng lên thẳng đứng với vận tốc v_0 từ mặt đất tại C.

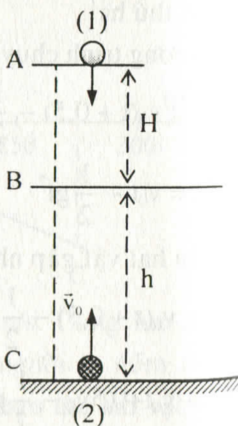
a) Hai vật bắt đầu chuyển động cùng lúc. Tính v_0 để hai vật gặp nhau ở B có độ cao h. Độ cao tối đa mà vật thứ hai lên tới là bao nhiêu? Xét trường hợp riêng khi H = h.



b) Vật thứ hai được phóng lên trước hoặc sau vật thứ nhất một khoảng thời gian t_0. Biết hai vật gặp nhau tại B và độ cao cực đại của vật thứ hai là h. Tính t_0 và v_0.

Bài giải

Chọn gốc tọa độ tại mặt đất, chiều dương hướng lên.



a) Khi hai vật chuyển động cùng lúc

- Phương trình chuyển động của hai vật là:

$y_1 = (H+h) - \frac{1}{2}gt^2$ (1)

$y_2 = v_0t - \frac{1}{2}gt^2$ (2)

- Để hai vật gặp nhau ở B (độ cao h): $y_1 = y_2 = h$.

+ Từ (1) ta có: $h = (H+h) - \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2H}{g}}$ (3)

+ Từ (2) ta có: $h = v_0t - \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow v_0 = \frac{h}{t} + \frac{1}{2}gt$

$\Rightarrow v_0 = \frac{h}{\sqrt{\frac{2H}{g}}} + \frac{1}{2}g\sqrt{\frac{2H}{g}} = h\sqrt{\frac{g}{2H}} + \frac{1}{2}\sqrt{2gH} \Rightarrow v_0 = \frac{H+h}{2H}\sqrt{2gH}$

- Độ cao tối đa là: $h_{max} = \frac{-v_0^2}{-2g} = \frac{-\left(\frac{H+h}{2H}\sqrt{2gH}\right)^2}{-2g} = \frac{(H+h)^2}{4H}$

- Khi H = h thì: $v_0 = \sqrt{2gh}$; $h_{max} = h$.

Vậy: Để hai vật gặp nhau ở B thì vật thứ hai phải được ném lên với vận tốc $v_0 = \frac{H+h}{2H}\sqrt{2gH}$ và độ cao tối đa mà vật thứ hai lên đến là $h_{max} = \frac{(H+h)^2}{4H}$.

b) Khi vật thứ hai được phóng lên trước hoặc sau vật thứ nhất một khoảng thời gian t_0

- Độ cao cực đại mà vật thứ hai lên tới là: $h'_{max} = \frac{v_0^2}{2g}$.

$\Rightarrow v_0 = \sqrt{2gh'_{max}} = \sqrt{2gh}$

- Thời gian để vật thứ nhất đến B là: $t_1 = \sqrt{\frac{2H}{g}}$ (vật (1) rơi tự do từ độ cao (H + h)).

- Thời gian để vật thứ hai đến B là: $t_2 = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ (vật (2) được ném lên từ mặt đất).

$\Rightarrow t_0 = \sqrt{\frac{2H}{g}} - \sqrt{\frac{2h}{g}} = \frac{\sqrt{2H} - \sqrt{2h}}{\sqrt{g}}$ ($t_0 > 0$: vật (2) phóng đi sau; $t_0 < 0$: vật (2) phóng đi trước).

Vậy: Vận tốc ban đầu của vật thứ hai lúc này phải là $v_0 = \sqrt{2gh}$; hai vật phóng lên cách nhau khoảng thời gian là $t_0 = \frac{\sqrt{2H} - \sqrt{2h}}{\sqrt{g}}$.

8.62. Từ cùng một điểm trên mặt đất người ta phóng đi đồng thời hai vật A và B lên cao theo phương thẳng đứng với các vận tốc đầu khác nhau. Lấy một trong hai vật làm hệ quy chiếu thì vật kia chuyển động ra sao?

Bài giải

Chọn chiều dương hướng lên.

- Vận tốc của vật A: $v_1 = v_{01} - gt$ (1)

- Vận tốc của vật B: $v_2 = v_{02} - gt$ (2)

- Chọn hệ quy chiếu gắn với vật A thì vận tốc tương đối của vật B so với vật A là:

$v_{21} = v_2 - v_1 = (v_{02} - gt) - (v_{01} - gt) = v_{02} - v_{01} = const$

- Chọn hệ quy chiếu gắn với vật B thì vận tốc tương đối của vật A so với vật B là:

$v_{12} = v_1 - v_2 = (v_{01} - gt) - (v_{02} - gt) = v_{02} - v_{02} = const$

Vậy: Nếu lấy một trong hai vật làm hệ quy chiếu thì vật kia sẽ chuyển động thẳng đều so với vật này.

8.63. Tại cùng một nơi 2 vật được phóng lên thẳng đứng với cùng vận tốc $v_0 = 10$ m/s nhưng cách nhau 2 s. Tính:

a) Vận tốc của vật (II) so với vật (I). Nhận xét.

b) Khoảng cách giữa hai vật sau khi vật I phóng đi t giây.

Bài giải

a) Vận tốc của vật (II) so với vật (I)

- Vận tốc của vật (I): $v_1 = v_{01} - gt$ (1)
- Vận tốc của vật (II): $v_2 = v_{02} - g(t - 2)$ (2)
- Chọn hệ quy chiếu gắn với vật (I) thì vận tốc tương đối của vật (II) so với vật (I) là:

$v_{21} = v_2 - v_1 = (v_{02} - gt) - [v_{01} - g(t - 2)] = v_{02} - v_{01} - 2g = -2g$

$\Rightarrow v_{21} = -2.10 = -20$ m/s.

Vậy: Vật (II) luôn chuyển động thẳng đều so với vật (I) với vận tốc có độ lớn là 20 m/s.

b) Khoảng cách giữa hai vật sau khi vật (I) phóng đi t giây

- Khoảng cách giữa vật (II) so với vật (I) là: $d = |x_{21}| = |v_{21}(t - 2)|$ (do vật (II) chuyển động thẳng đều so với vật (I)).

$\Rightarrow d = |-20(t - 2)| = 20(t - 2)$ m

Vậy: Khoảng cách giữa hai vật sau khi vật (I) được phóng đi t giây là $d = 20(t - 2)$ m ($t \geq 2$).

8.64. Một quả bóng được buông rơi từ A ở độ cao h_0 xuống sàn ngang nhẵn. Khi bóng chạm sàn nó nảy lên với vận tốc bằng vận tốc lúc chạm nhưng ngược chiều (va chạm tuyệt đối đàn hồi). Khi quả bóng (I) chạm sàn thì quả bóng (II) được thả ra cũng từ A.

a) Hỏi sau bao lâu kể từ lúc thả quả bóng (II) và ở độ cao nào hai quả bóng gặp nhau?

b) Nếu khi gặp nhau, hai quả bóng va chạm tuyệt đối đàn hồi thì sau đó chúng chuyển động ra sao?

Bài giải

a) Thời điểm và vị trí hai quả bóng gặp nhau

- Chọn gốc tọa độ tại mặt sàn, chiều dương hướng lên; gốc thời gian lúc thả quả bóng (II), lúc đó quả bóng (I) vừa chạm sàn và nảy lên với vận tốc $v_{01} = \sqrt{2gh_0}$.
- Phương trình chuyển động của hai quả bóng là:

$y_1 = v_{01}t - \frac{1}{2}gt^2 = \sqrt{2gh_0}\,t - \frac{1}{2}gt^2$ (1)

$y_2 = h_0 - \frac{1}{2}gt^2$ (2)

- Khi hai quả bóng gặp nhau: $y_1 = y_2 \Rightarrow \sqrt{2gh_0}\,t - \frac{1}{2}gt^2 = h_0 - \frac{1}{2}gt^2$

$\Rightarrow \sqrt{2gh_0}\,t = h_0 \Rightarrow t = \frac{h_0}{\sqrt{2gh_0}} = \sqrt{\frac{h_0}{2g}}$.

và $h = y_2 = h_0 - \frac{1}{2}g.(\sqrt{\frac{h_0}{2g}})^2 = h_0 - \frac{h_0}{4} = \frac{3h_0}{4}$.

Vậy: Sau thời gian $t = \sqrt{\frac{h_0}{2g}}$ kể từ khi thả quả bóng thứ (II) và ở độ cao $h = \frac{3h_0}{4}$ so với mặt sàn thì hai quả bóng gặp nhau.

b) Chuyển động của các quả bóng như thế nào nếu khi gặp nhau chúng va chạm tuyệt đối đàn hồi?

Nếu khi gặp nhau, hai quả bóng va chạm tuyệt đối đàn hồi thì chúng sẽ chuyển động theo chiều ngược lại với vận tốc có độ lớn như trước khi va chạm.

8.65. Một quả cầu được ném theo phương ngang từ độ cao 80 m. Sau khi chuyển động 3 s, vận tốc quả cầu hợp với phương ngang một góc 45°.

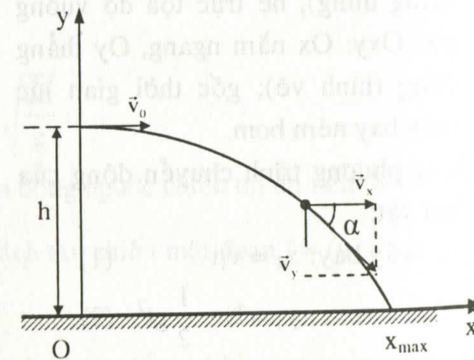
a) Tính vận tốc ban đầu của quả cầu.

b) Quả cầu sẽ chạm đất lúc nào, ở đâu, với vận tốc bao nhiêu?

Bài giải

a) Vận tốc ban đầu của quả cầu

- Chọn gốc tọa độ O tại mặt đất (phía dưới điểm ném vật theo phương thẳng đứng), hệ trục tọa độ vuông góc Oxy: Ox nằm ngang, Oy thẳng đứng (hình vẽ); gốc thời gian lúc ném vật.



- Phân tích chuyển động của vật thành hai thành phần:
  + Thành phần theo phương Ox (nằm ngang), vật chuyển động thẳng đều với:

$v_x = v_0 = const$ (1)

$x = v_0t$ (2)

  + Thành phần theo phương Oy (thẳng đứng), vật rơi tự do với:

$v_x = gt$ (3)

$y = h - \frac{1}{2}gt^2$ (4)

- Tại thời điểm t = 3 s, $\alpha = 45^o \Rightarrow v_x = v_y \Rightarrow v_0 = gt = 10.3 = 30$ m/s.

 Vậy: Vận tốc ban đầu của quả cầu là $v_0 = 30$ m/s.

b) Thời điểm, vị trí và vận tốc quả cầu lúc chạm đất

- Khi quả cầu chạm đất: $y = 0 \Rightarrow h = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2.80}{10}} = 4$ s.
- Tầm bay xa theo phương ngang: $x = x_{max} = v_0t = 30.4 = 120$ m.
- Vận tốc lúc chạm đất: $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_0^2 + (gt)^2} = \sqrt{30^2 + (10.4)^2} = 50$ m/s.

 Vậy: Quả cầu chạm đất sau 4 s kể từ lúc ném, vị trí chạm đất cách nơi ném 120 m, vận tốc lúc chạm đất là 50 m/s.

8.66. Một máy bay bay ngang với vận tốc v_1 ở độ cao h muốn thả bom trúng tàu chiến đang chuyển động đều, với vận tốc v_2 trong cùng mặt phẳng thẳng đứng với máy bay. Hỏi máy bay phải cắt bom khi nó cách tàu chiến theo phương ngang một đoạn l là bao nhiêu? Xét hai trường hợp:

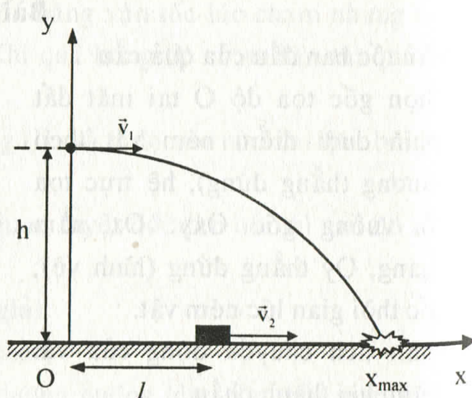
a) Máy bay và tàu chuyển động cùng chiều.

b) Máy bay và tàu chuyển động ngược chiều.

Bài giải

a) Máy bay và tàu chiến chuyển động cùng chiều

- Chọn gốc tọa độ O tại mặt đất (phía dưới điểm ném bom theo phương thẳng đứng), hệ trục tọa độ vuông góc Oxy: Ox nằm ngang, Oy thẳng đứng (hình vẽ); gốc thời gian lúc máy bay ném bom.



- Các phương trình chuyển động của hai vật:

 + máy bay: $x_1 = v_1t$ (1)

 $y_1 = h - \frac{1}{2}gt^2$ (2)

 + tàu chiến: $x_2 = l + v_2t$ (3)

 $y_2 = 0$ (4)

- Khi bom trúng tàu thì: $x_1 = x_2$; $y_1 = y_2$.

 $\Rightarrow v_1t = l + v_2t$ (5)

$h - \frac{1}{2}gt^2 = 0$ (6)

- Từ (6) suy ra: $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$.
- Từ (5) suy ra: $l = (v_1 - v_2)t = (v_1 - v_2)\sqrt{\frac{2h}{g}}$.

 Vậy: Khi máy bay và tàu chiến chuyển động cùng chiều thì để ném bom trúng tàu chiến, máy bay phải cắt bom khi cách tàu chiến một đoạn $l = (v_1 - v_2)\sqrt{\frac{2h}{g}}$ theo phương ngang.

b) Máy bay và tàu chiến chuyển động ngược chiều

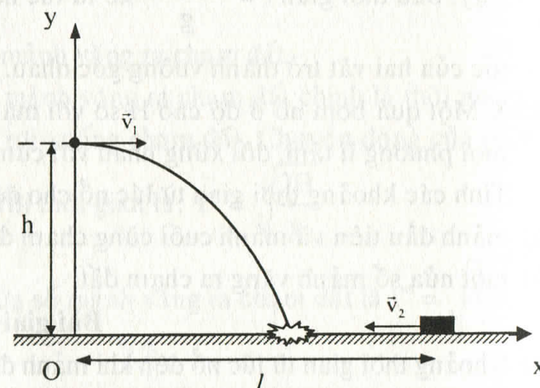
- Tương tự, ta có các phương trình:

 + máy bay: $x_1 = v_1t$ (1')

 $y_1 = h - \frac{1}{2}gt^2$ (2')

 + tàu chiến: $x_2 = l - v_2t$ (3')

 $y_2 = 0$ (4')



- Khi bom trúng tàu thì:

 $x_1 = x_2$; $y_1 = y_2$.

 $\Rightarrow v_1t = l - v_2t$ (5')

 $h - \frac{1}{2}gt^2 = 0$ (6')

- Từ (6') suy ra: $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$.
- Từ (5') suy ra: $l = (v_1 + v_2)t = (v_1 + v_2)\sqrt{\frac{2h}{g}}$.

 Vậy: Khi máy bay và tàu chiến chuyển động ngược chiều thì để ném bom trúng tàu chiến, máy bay phải cắt bom khi cách tàu chiến một đoạn $l = (v_1 + v_2)\sqrt{\frac{2h}{g}}$ theo phương ngang.

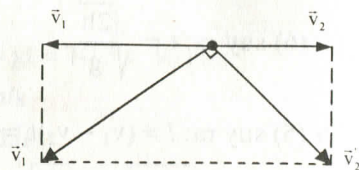
8.67. Từ cùng một điểm ở trên cao, hai vật được đồng thời ném ngang với các vận tốc đầu ngược chiều nhau. Gia tốc trọng lực là g. Sau khoảng thời gian nào kể từ lúc ném thì các vectơ vận tốc của hai vật trở thành vuông góc với nhau?

Bài giải

- Vận tốc của hai vật tại thời điểm t là:

$\vec{v}'_1 = \vec{v}_{1x} + \vec{v}_{1y} = \vec{v}_1 + \vec{gt}$ (1)

$\vec{v}'_2 = \vec{v}_{2x} + \vec{v}_{2y} = \vec{v}_2 + \vec{gt}$ (2)



- Theo đề bài, $\vec{v}'_1 \perp \vec{v}'_2 \Rightarrow (\vec{v}_1 + \vec{gt})(\vec{v}_2 + \vec{gt}) = \vec{0}$

$\Rightarrow \vec{v}_1\vec{v}_2 + \vec{v}_1\vec{gt} + \vec{v}_2\vec{gt} + \vec{gt}.\vec{gt} = \vec{0}$

$\Rightarrow v_1v_2.\cos(\vec{v}_1\vec{v}_2) + v_1gt.\cos(\vec{v}_1\vec{gt}) + v_2gt.\cos(\vec{v}_2\vec{gt}) + (gt)^2.\cos(\vec{gt}.\vec{gt}) = 0$

$\Rightarrow v_1v_2.\cos(180^o) + v_1gt.\cos(90^o) + v_2gt.\cos(90^o) + (gt)^2.\cos(0^o) = 0$

$\Rightarrow -v_1v_2 + g^2t^2 = 0 \Rightarrow t = \dfrac{\sqrt{v_1v_2}}{g}$.

Vậy: Sau thời gian $t = \dfrac{\sqrt{v_1v_2}}{g}$ kể từ lúc hai vật được ném ngang thì vectơ vận tốc của hai vật trở thành vuông góc nhau.

8.68. Một quả bom nổ ở độ cao H so với mặt đất. Giả sử các mảnh văng ra theo mọi phương li tâm, đối xứng nhau với cùng độ lớn vận tốc v_0.

Tính các khoảng thời gian từ lúc nổ cho đến khi:

a) mảnh đầu tiên và mảnh cuối cùng chạm đất.

b) một nửa số mảnh văng ra chạm đất.

Bài giải

a) Khoảng thời gian từ lúc nổ đến khi mảnh đầu tiên và mảnh cuối cùng chạm đất

- Khoảng thời gian từ lúc nổ đến khi mảnh đầu tiên chạm đất chính là thời gian để mảnh rơi thẳng đứng xuống dưới chạm đất.

Ta có: $t = \dfrac{v - v_0}{g}$, với $v^2 - v_0^2 = 2gH \Rightarrow v = \sqrt{v_0^2 + 2gH} \Rightarrow t = \dfrac{\sqrt{v_0^2 + 2gH} - v_0}{g}$

- Khoảng thời gian từ lúc nổ đến khi mảnh cuối cùng chạm đất chính là thời gian để mảnh bay thẳng đứng lên cao và rơi xuống chạm đất.

+ Thời gian để mảnh cuối cùng lên đến độ cao cực đại là:

$t_1 = \dfrac{v - v_0}{-g} = \dfrac{v_0}{g}$ (1)

+ Độ cao cực đại mà mảnh này đạt đến là: $h = H + h_1 = H + \dfrac{v_0^2}{2g}$

+ Thời gian để mảnh này rơi tự do từ độ cao h xuống đất là:

$t_2 = \sqrt{\dfrac{2h}{g}} = \sqrt{\dfrac{2(H + \frac{v_0^2}{2g})}{g}}$

$\Rightarrow t_2 = \sqrt{\dfrac{2H}{g} + \dfrac{v_0^2}{g^2}} = \dfrac{\sqrt{2gH + v_0^2}}{g}$ (2)

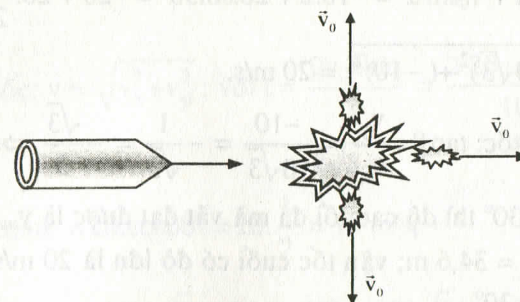
$\Rightarrow t' = t_1 + t_2 = \dfrac{v_0}{g} + \dfrac{\sqrt{2gH + v_0^2}}{g} = \dfrac{\sqrt{v_0^2 + 2gH} + v_0}{g}$

Vậy: Thời gian từ lúc bom nổ đến khi mảnh đầu tiên chạm đất là $t = \dfrac{\sqrt{v_0^2 + 2gH} - v_0}{g}$; thời gian từ lúc bom nổ đến khi mảnh cuối cùng chạm đất là $t' = \dfrac{\sqrt{v_0^2 + 2gH} + v_0}{g}$.

b) Khoảng thời gian để một nửa số mảnh văng ra chạm đất

- Khoảng thời gian để một nửa số mảnh văng ra chạm đất chính là thời gian để mảnh bay ra theo phương ngang rơi xuống chạm đất. Chuyển động của mảnh này là chuyển động ném ngang với thời gian là: $t'' = \sqrt{\dfrac{2H}{g}}$

Vậy: Khoảng thời gian để một nửa số mảnh văng ra chạm đất là $t'' = \sqrt{\dfrac{2H}{g}}$.



8.69. Một quả cầu được ném lên, xiên góc α với phương ngang với vận tốc đầu 20 m/s. Tìm độ cao, tầm xa, độ lớn và hướng vận tốc cuối của quả cầu khi góc α bằng:

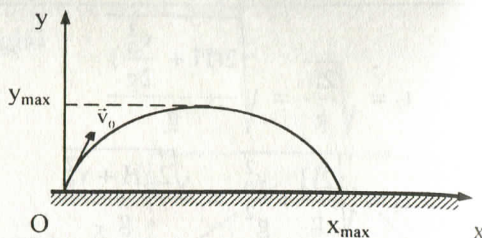
a) 30°; b) 45°; c) 60°.

Bài giải

Từ các công thức đã biết về chuyển động ném xiên:

+ Độ cao: $y_{max} = \dfrac{v_0^2\sin^2\alpha}{2g}$.

+ Tầm bay xa: $x_{max} = \dfrac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$.



+ Độ lớn vận tốc:

$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$; $v_x = v_0\cos\alpha$,

$v_y = -gt + v_0\sin\alpha$.

+ Hướng vận tốc: $\tan\beta = \dfrac{v_y}{v_x}$

a) Khi $\alpha = 30^o$

+ Độ cao: $y_{max} = \dfrac{v_0^2\sin^2\alpha}{2g} = \dfrac{20^2\sin^2 30^o}{2.10} = \dfrac{400.\left(\frac{1}{2}\right)^2}{2.10} = 5$ m.

+ Tầm bay xa: $x_{max} = \dfrac{v_0^2\sin 2\alpha}{g} = \dfrac{20^2.\sin 60^o}{10} = \dfrac{20^2.\frac{\sqrt{3}}{2}}{10} = 34,6$ m.

+ Độ lớn vận tốc: $v = \sqrt{v_x^2+v_y^2}$ với $t = \dfrac{2v_0\sin\alpha}{g} = \dfrac{2.20.\sin 30^o}{10} = \dfrac{2.20.\frac{1}{2}}{10} = 2$s.

với: $v_x = v_0\cos\alpha = 20.\cos 30^o = 20.\dfrac{\sqrt{3}}{2} = 10\sqrt{3}$ m/s;

$v_y = -gt + v_0\sin\alpha = -10.2 + 20.\sin 30^o = -20 + 20.\dfrac{1}{2} = -10$ m/s.

$\Rightarrow v = \sqrt{(10\sqrt{3})^2 + (-10)^2} = 20$ m/s.

+ Hướng vận tốc: $\tan\beta = \dfrac{v_y}{v_x} = \dfrac{-10}{10\sqrt{3}} = -\dfrac{1}{\sqrt{3}} = -\dfrac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \beta = -30^o$.

Vậy: Khi $\alpha = 30^o$ thì độ cao tối đa mà vật đạt được là $y_{max} = 5$ m; tầm bay xa cực đại là $x_{max} = 34,6$ m; vận tốc cuối có độ lớn là 20 m/s và hợp với phương ngang một góc 30^o.

b) Khi $\alpha = 45^o$

+ Độ cao: $y_{max} = \dfrac{v_0^2\sin^2\alpha}{2g} = \dfrac{20^2\sin^2 45^o}{2.10} = \dfrac{400.\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}{2.10} = 10$ m.

+ Tầm bay xa: $x_{max} = \dfrac{v_0^2\sin 2\alpha}{g} = \dfrac{20^2.\sin 90^o}{10} = \dfrac{20^2.1}{10} = 40$ m.

+ Độ lớn vận tốc: $v = \sqrt{v_x^2+v_y^2}$; với $t = \dfrac{2v_0\sin\alpha}{g} = \dfrac{2.20.\sin 45^o}{10} = \dfrac{2.20.\frac{\sqrt{2}}{2}}{10} = 2\sqrt{2}$ s.

với: $v_x = v_0\cos\alpha = 20.\cos 45^o = 20.\dfrac{\sqrt{2}}{2} = 10\sqrt{2}$ m/s;

$v_y = -gt + v_0\sin\alpha = -10.2\sqrt{2} + 20.\sin 45^o = -20\sqrt{2} + 20.\dfrac{\sqrt{2}}{2} = -10\sqrt{2}$ m/s.

$\Rightarrow v = \sqrt{(10\sqrt{2})^2 + (-10\sqrt{2})^2} = 20$ m/s.

+ Hướng vận tốc: $\tan\beta = \dfrac{v_y}{v_x} = \dfrac{-10\sqrt{2}}{10\sqrt{2}} = -1 \Rightarrow \beta = -45^o$.

Vậy: Khi $\alpha = 45^o$ thì độ cao tối đa mà vật đạt được là $y_{max} = 10$ m; tầm bay xa cực đại là $x_{max} = 40$ m; vận tốc cuối có độ lớn là 20 m/s và hợp với phương ngang một góc 45^o.

c) Khi $\alpha = 60^o$

+ Độ cao: $y_{max} = \dfrac{v_0^2\sin^2\alpha}{2g} = \dfrac{20^2\sin^2 60^o}{2.10} = \dfrac{400.\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}{2.10} = 15$ m.

+ Tầm bay xa: $x_{max} = \dfrac{v_0^2\sin 2\alpha}{g} = \dfrac{20^2.\sin 120^o}{10} = \dfrac{20^2.\frac{\sqrt{3}}{2}}{10} = 34,6$ m.

+ Độ lớn vận tốc: $v = \sqrt{v_x^2+v_y^2}$; với $t = \dfrac{2v_0\sin\alpha}{g} = \dfrac{2.20.\sin 60^o}{10} = \dfrac{2.20.\frac{\sqrt{3}}{2}}{10}$

$= 2\sqrt{3}$ s.

với: $v_x = v_0\cos\alpha = 20.\cos 60^o = 20.\dfrac{1}{2} = 10$ m/s;

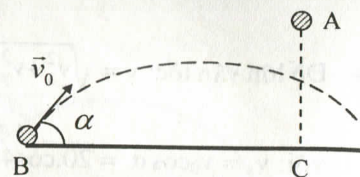
$v_y = -gt + v_0\sin\alpha = -10.2\sqrt{3} + 20.\sin 60^o = -20\sqrt{3} + 20.\dfrac{\sqrt{3}}{2} = -10\sqrt{3}$ m/s.

$\Rightarrow v = \sqrt{10^2 + (-10\sqrt{3})^2} = 20$ m/s.

+ Hướng vận tốc: $\tan\beta = \dfrac{v_y}{v_x} = \dfrac{-10\sqrt{3}}{10} = -\sqrt{3} \Rightarrow \beta = -60^o$.

Vậy: Khi $\alpha = 60^o$ thì độ cao tối đa mà vật đạt được là $y_{max} = 15$ m; tầm bay xa cực đại là $x_{max} = 34,6$ m; vận tốc cuối có độ lớn là 20 m/s và hợp với phương ngang một góc 60^o.

8.70. Từ A (độ cao AC = H = 3,6 m) người ta thả một vật rơi tự do. Cùng lúc đó, từ B cách C đoạn BC = l = H người ta ném một vật khác với vận tốc đầu $\vec{v}_0$ hợp góc α với phương ngang về phía vật thứ nhất.



Tính α và v_0 để hai vật có thể gặp được nhau khi chúng đang chuyển động.

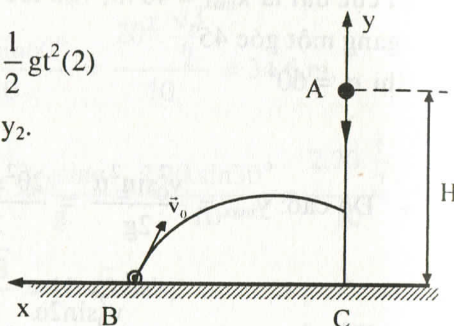
Bài giải

- Chọn gốc tọa độ tại C, hệ trục tọa độ Oxy: Ox hướng dọc CB, Oy hướng lên (qua A); gốc thời gian lúc hai vật bắt đầu chuyển động.
- Các phương trình chuyển động của hai vật là:

+ vật (I) (vật thả rơi): $x_1 = 0$ và $y_1 = H - \frac{1}{2}gt^2$ (1)

+ vật (II) (vật ném xiên):

$x_2 = H - (v_0\cos\alpha)t$ và $y_2 = (v_0\sin\alpha)t - \frac{1}{2}gt^2$ (2)



- Để hai vật gặp nhau thì: $x_1 = x_2$ và $y_1 = y_2$.

$\Rightarrow H - (v_0\cos\alpha)t = 0$ (3)

và $H - \frac{1}{2}gt^2 = (v_0\sin\alpha)t - \frac{1}{2}gt^2$ (4)

$\Rightarrow (v_0\cos\alpha)t = H$ (3')

và $(v_0\sin\alpha)t = H$ (4')

$\Rightarrow \tan\alpha = 1 \Rightarrow \alpha = 45^o$

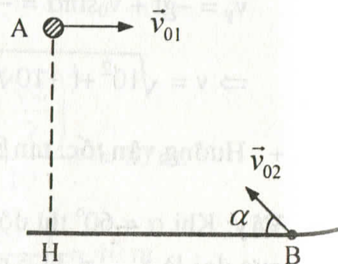
với $x_{2max} \ge H \Leftrightarrow \frac{v_0^2\sin 2\alpha}{g} \ge H \Rightarrow v_0 \ge \sqrt{\frac{Hg}{\sin 2\alpha}} = \sqrt{\frac{3,6.10}{\sin 90^o}} = 6$ m/s.

Vậy: Để hai vật gặp nhau thì phải ném vật (II) với vận tốc có độ lớn $v_0 \ge 6$ m/s và hợp với phương ngang một góc 45°.

8.71. Từ A cách mặt đất khoảng AH = 45m người ta ném một vật với vận tốc v_{01} = 30 m/s theo phương ngang. Cho g = 10 m/s².

a) Trong hệ quy chiếu nào vật chuyển động với gia tốc g? Trong hệ quy chiếu nào vật chuyển động thẳng đều? Viết phương trình chuyển động của vật trong mỗi hệ quy chiếu.

b) Cùng lúc ném vật từ A, tại B trên mặt đất (với BH = AH) người ta ném lên một vật khác với vận tốc $\vec{v}_{02}$. Định $\vec{v}_{02}$ để hai vật gặp được nhau.



Bài giải

a) Phương trình chuyển động của vật trong các hệ quy chiếu

- Trong hệ quy chiếu gắn với vật chuyển động thẳng đều theo phương ngang, sang phải với vận tốc $v = v_{01}$ = 30 m/s, vật có:

+ vận tốc theo phương ngang đối với hệ quy chiếu đó là: $v' = v_{01} - v = 0$.

+ gia tốc theo phương thẳng đứng đối với hệ quy chiếu đó là: $g' = g - 0 = g$.

Do đó, trong hệ quy chiếu này vật rơi tự do với phương trình: $y = \frac{1}{2}gt^2 = 5t^2$.

- Trong hệ quy chiếu gắn với vật rơi tự do, vật có:

+ vận tốc theo phương ngang đối với hệ quy chiếu đó là: $v' = v_{01}$ = 30 m/s.

+ gia tốc theo phương thẳng đứng đối với hệ quy chiếu đó là: $g' = g - g = 0$.

Do đó, trong hệ quy chiếu này vật chuyển động thẳng đều với phương trình: $x = v_{01}t = 30t$.

b) Xác định $\vec{v}_{02}$ (độ lớn, hướng) để hai vật gặp nhau

- Chọn gốc tọa độ tại B, hệ trục tọa độ hai chiều: Bx nằm ngang hướng dọc theo BH, By hướng lên; gốc thời gian lúc hai vật bắt đầu chuyển động.
- Các phương trình chuyển động của hai vật là:

+ vật (I): ném ngang: $x_1 = h - v_{01}t$; $y_1 = h - \frac{1}{2}gt^2$ (1)

+ vật (II): ném xiên: $x_2 = (v_{02}\cos\alpha)t$; $y_2 = (v_{02}\sin\alpha)t - \frac{1}{2}gt^2$ (2)

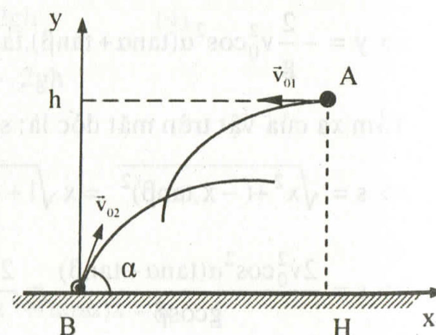
- Khi hai vật gặp nhau: $x_1 = x_2$ và $y_1 = y_2$.

$\Rightarrow h - v_{01}t = (v_{02}\cos\alpha)t$ (3)

và $h - \frac{1}{2}gt^2 = (v_{02}\sin\alpha)t - \frac{1}{2}gt^2$ (4)

$\Rightarrow h = v_{01}t + (v_{02}\cos\alpha)t$ (3')

và $h = (v_{02}\sin\alpha)t$ (4')



- Từ (3) và (4) suy ra:

$v_{01}t + (v_{02}\cos\alpha)t = (v_{02}\sin\alpha)t$

$\Rightarrow v_{02} = \frac{v_{01}}{\sin\alpha - \cos\alpha}$

với $v_{02} = \frac{v_{01}}{\sin\alpha - \cos\alpha} > 0 \Rightarrow \sin\alpha - \cos\alpha > 0$

$\Rightarrow \sin\alpha > \cos\alpha$ $(0 < \alpha < 180^o)$

$\Rightarrow 45^o < \alpha < 135^o$

Vậy: Để hai vật có thể gặp nhau thì vật thứ (II) phải được ném lên với vận tốc có độ lớn $v_{02} = \dfrac{v_{01}}{\sin\alpha - \cos\alpha}$ và hợp với phương ngang một góc α với $45^o < \alpha < 135^o$.

8.72. Từ đỉnh dốc nghiêng góc β so với phương ngang, một vật được phóng đi với vận tốc v_0 hợp với phương ngang góc α. Hãy tính tầm xa của vật trên mặt dốc.

Bài giải

- Chọn gốc tọa độ O tại điểm phóng vật đi, hệ trục tọa độ Ox nằm ngang, Oy hướng lên (hình vẽ). Phương trình quỹ đạo của vật:

  + trên hệ trục Oxy là: $y_1 = -\dfrac{g}{2v_0^2\cos^2\alpha}x^2 + (\tan\alpha)x$ (1)

  + trên mặt phẳng nghiêng là: $y_2 = -(\tan\beta)x$ (2)

- Vật chạm mặt phẳng nghiêng tại M khi: $y_1 = y_2$.

$\Rightarrow -\dfrac{g}{2v_0^2\cos^2\alpha}x^2 + (\tan\alpha)x = -(\tan\beta)x$

$\Rightarrow x = 0$ (loại) và

$x = \dfrac{2v_0^2\cos^2\alpha(\tan\alpha + \tan\beta)}{g}$ (nhận)

- Thay giá trị của x vào (2) ta được:

$y = y_2 = -(\tan\beta).\dfrac{2v_0^2\cos^2\alpha(\tan\alpha + \tan\beta)}{g}$

$\Rightarrow y = -\dfrac{2}{g}v_0^2\cos^2\alpha(\tan\alpha + \tan\beta).\tan\beta$

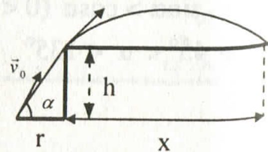
- Tầm xa của vật trên mặt dốc là: $s = OM = \sqrt{x^2 + y^2}$

$\Rightarrow s = \sqrt{x^2 + (-x.\tan\beta)^2} = x\sqrt{1 + \tan^2\beta} = \dfrac{x}{\cos\beta}$

$\Rightarrow s = \dfrac{2v_0^2\cos^2\alpha(\tan\alpha + \tan\beta)}{g\cos\beta} = \dfrac{2v_0^2\cos\alpha.\sin(\alpha + \beta)}{g\cos^2\beta}$

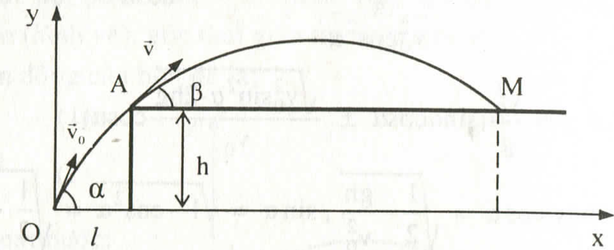
Vậy: Tầm xa của vật trên mặt dốc là: $s = \dfrac{2v_0^2\cos\alpha.\sin(\alpha + \beta)}{g\cos^2\beta}$

8.73. Người ta đặt một súng cối dưới một căn hầm có độ sâu h. Hỏi phải đặt súng cách vách hầm một khoảng *l* bao nhiêu so với phương ngang để tầm xa x của đạn trên mặt đất là lớn nhất? Tính tầm xa này. Biết vận tốc đầu của đạn khi rời súng là v_0.



Bài giải

- Chọn gốc tọa độ O tại điểm đặt súng; hệ trục tọa độ Oxy có trục Ox nằm ngang, trục Oy hướng lên (hình vẽ); gốc thời gian lúc bắt đầu bắn.



- Các phương trình chuyển động của đạn:

$x = (v_0\cos\alpha)t$ (1)

$y = (v_0\sin\alpha)t - \dfrac{1}{2}gt^2$ (2)

- Từ (1) và (2) suy ra: $y = -\dfrac{g}{2v_0^2\cos^2\alpha}x^2 + (\tan\alpha)x$

- Để tầm xa của đạn trên mặt đất là lớn nhất thì:

  + đạn phải đi sát mép hầm (điểm A).

  + đạn phải bay theo hướng hợp với mặt đất một góc $\beta = 45^o$ (vì $x = \dfrac{v_0^2\sin2\beta}{g}$

$\Rightarrow x_{max}$ khi $\beta = 45^o$).

$\Rightarrow v_x = v_y;\ v_x = v_0\cos\alpha$ (3)

và $v_y^2 - v_{0y}^2 = -2gh \Rightarrow v_y^2 = v_0^2\sin^2\alpha - 2gh$ (4)

- Từ (3) và (4) suy ra: $v_0^2\cos^2\alpha = v_0^2\sin^2\alpha - 2gh$

$\Rightarrow v_0^2\cos^2\alpha = v_0^2(1 - \cos^2\alpha) - 2gh$

$\Rightarrow \cos\alpha = \sqrt{\dfrac{v_0^2 - 2gh}{2v_0^2}} = \sqrt{\dfrac{1}{2} - \dfrac{gh}{v_0^2}}$

- Tại mặt đất, ta có: $y = h \Rightarrow -\dfrac{g}{2v_0^2\cos^2\alpha}x^2 + (\tan\alpha)x = h$

$\Rightarrow \dfrac{g}{2v_0^2\cos^2\alpha}x^2(\tan\alpha)x + h = 0$ (5)

- Giải phương trình (5):

$\Delta = \tan^2\alpha - \dfrac{2hg}{v_0^2\cos^2\alpha} = \dfrac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha} - \dfrac{2hg}{v_0^2\cos^2\alpha} = \dfrac{v_0^2\sin^2\alpha - 2hg}{v_0^2\cos^2\alpha}$

$$\Rightarrow x = \frac{\tan\alpha \pm \sqrt{\frac{v_0^2\sin^2\alpha - 2hg}{v_0^2\cos^2\alpha}}}{\frac{g}{v_0^2\cos^2\alpha}} = \left(\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \pm \sqrt{\frac{v_0^2\sin^2\alpha - 2hg}{v_0^2\cos^2\alpha}}\right).\frac{v_0^2\cos^2\alpha}{g}$$

$$\Rightarrow x = \frac{v_0^2}{g}\left(\sin\alpha\cos\alpha \pm \frac{\sqrt{v_0^2\sin^2\alpha - 2hg}}{v_0}\cos\alpha\right) \quad (6)$$

- Thay $\cos\alpha = \sqrt{\frac{1}{2} - \frac{gh}{v_0^2}}$, $\sin\alpha = \sqrt{1-\cos^2\alpha} = \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{gh}{v_0^2}}$ vào (6) ta được:

$$x = \frac{v_0^2}{g}\left(\sqrt{\frac{1}{2} - \frac{gh}{v_0^2}}.\sqrt{\frac{1}{2} + \frac{gh}{v_0^2}} \pm \frac{\sqrt{v_0^2.(\frac{1}{2} + \frac{gh}{v_0^2}) - 2hg}}{v_0}.\sqrt{\frac{1}{2} - \frac{gh}{v_0^2}}\right)$$

$$\Rightarrow x = \frac{v_0^2}{g}\left[\sqrt{\frac{1}{4} - \left(\frac{gh}{v_0^2}\right)^2} \pm \left(\frac{1}{2} - \frac{gh}{v_0^2}\right)\right]$$

$$\Rightarrow x_1 = \frac{v_0^2}{g}\left[\sqrt{\frac{1}{4} - \left(\frac{gh}{v_0^2}\right)^2} + \left(\frac{1}{2} - \frac{gh}{v_0^2}\right)\right];\ x_2 = \frac{v_0^2}{g}\left[\sqrt{\frac{1}{4} - \left(\frac{gh}{v_0^2}\right)^2} - \left(\frac{1}{2} - \frac{gh}{v_0^2}\right)\right]$$

$\Rightarrow x_1 = x_M$; $x_2 = l$ $(x_1 > x_2)$

Vậy: Để tầm xa của viên đạn trên mặt đất là lớn nhất thì:

+ khoảng cách từ nơi đặt súng đến vách hầm là:

$$l = \frac{v_0^2}{g}\left[\sqrt{\frac{1}{4} - \left(\frac{gh}{v_0^2}\right)^2} - \left(\frac{1}{2} - \frac{gh}{v_0^2}\right)\right].$$

+ tầm xa của viên đạn trên mặt đất là: $AM = |x_M - l|$

$$\Rightarrow AM = \left\{\frac{v_0^2}{g}\left[\sqrt{\frac{1}{4} - \left(\frac{gh}{v_0^2}\right)^2} + \left(\frac{1}{2} - \frac{gh}{v_0^2}\right)\right]\right\} - \left\{\frac{v_0^2}{g}\left[\sqrt{\frac{1}{4} - \left(\frac{gh}{v_0^2}\right)^2} - \left(\frac{1}{2} - \frac{gh}{v_0^2}\right)\right]\right\}$$

$$\Rightarrow AM = 2\left(\frac{1}{2} - \frac{gh}{v_0^2}\right).$$

8.74. Một bờ hồ nước có vách dựng đứng ở độ cao h so với mặt nước. Một người đứng trên bờ ném xiên một hòn đá với vận tốc đầu có độ lớn v_0. Bỏ qua lực cản của không khí.

Tính góc tạo bởi $\vec{v}_0$ và phương ngang để hòn đá rơi xuống mặt hồ xa bờ nhất.

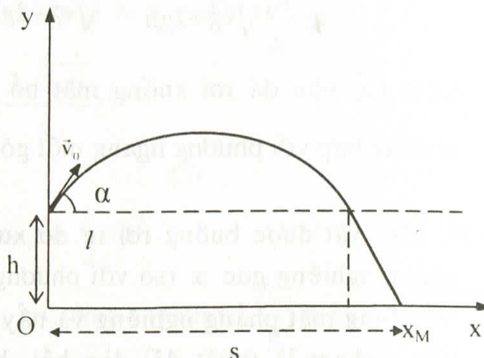
Bài giải

- Chọn gốc tọa độ tại mặt hồ, phía dưới vị trí ném; trục Ox nằm ngang, Oy hướng lên qua điểm ném (hình vẽ); gốc thời gian lúc ném hòn đá.

- Các phương trình chuyển động của hòn đá là:

$x = (v_0\cos\alpha)t \quad (1)$

$y = h + (v_0\sin\alpha)t - \frac{1}{2}gt^2 \quad (2)$



- Tại điểm hòn đá chạm mặt nước:

$x = s$; $y = 0$.

$$\Rightarrow s = (v_0\cos\alpha)t \Rightarrow t = \frac{s}{v_0\cos\alpha} \quad (1')$$

$$0 = h + (v_0\sin\alpha)t - \frac{1}{2}gt^2 \quad (2')$$

$$\Rightarrow 0 = h + (v_0\sin\alpha).\frac{s}{v_0\cos\alpha} - \frac{1}{2}g\left(\frac{s}{v_0\cos\alpha}\right)^2$$

$$\Rightarrow 0 = h + s.\tan\alpha - \frac{gs^2}{2v_0^2}(1+\tan^2\alpha)$$

$$\Rightarrow \frac{gs^2}{2v_0^2}\tan^2\alpha - s.\tan\alpha + \left(\frac{gs^2}{2v_0^2} - h\right) = 0 \quad (3)$$

- Giải phương trình (3) đối với $\tan\alpha$. Ta có:

$$\Delta = s^2 - 4.\left(\frac{gs^2}{2v_0^2}\right)\left(\frac{gs^2}{2v_0^2} - h\right) = s^2 - \frac{2gs^2}{v_0^2}\left(\frac{gs^2}{2v_0^2} - h\right)$$

$$\Rightarrow \tan\alpha = \frac{s \pm \sqrt{s^2 - \frac{2gs^2}{v_0^2}\left(\frac{gs^2}{2v_0^2} - h\right)}}{\frac{gs^2}{v_0^2}} = \frac{v_0^2}{gs}\left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{g^2s^2}{v_0^4} + \frac{2gh}{v_0^2}}\right)$$

- Biểu thức trên có nghĩa khi: $1 - \frac{g^2s^2}{v_0^4} + \frac{2gh}{v_0^2} \geq 0$

$$\Rightarrow s \leq \frac{v_0}{g}\sqrt{v_0^2 + 2gh}$$

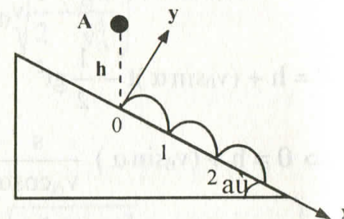
$\Rightarrow s_{max} = \frac{v_0}{g}\sqrt{v_0^2 + 2gh}$: tầm bay xa cực đại của hòn đá.

và $s = s_{max}$ khi $\sqrt{1-\dfrac{g^2s^2}{v_0^4}+\dfrac{2gh}{v_0^2}}=0 \Rightarrow \tan\alpha = \dfrac{v_0^2}{gs_{max}}$.

$$\Rightarrow \tan\alpha = \frac{v_0^2}{g.\dfrac{v_0}{g}\sqrt{v_0^2+2gh}} = \frac{v_0}{\sqrt{v_0^2+2gh}}$$

Vậy: Để hòn đá rơi xuống mặt hồ xa bờ nhất thì phải ném hòn đá theo phương hợp với phương ngang một góc α với $\tan\alpha = \dfrac{v_0}{\sqrt{v_0^2+2gh}}$.

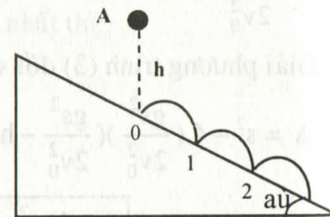
8.75. Một vật được buông rơi tự do xuống mặt phẳng nghiêng góc α (so với phương ngang). Vật đụng mặt phẳng nghiêng và nẩy lên. Giả sử va chạm là tuyệt đối đàn hồi. Vật đụng mặt phẳng nghiêng liên tiếp ở các điểm 0, 1, 2, ...



Tìm tỉ lệ của khoảng cách giữa hai điểm đụng liên tiếp.

Bài giải

- Chọn gốc tọa độ tại điểm vật rơi tự do chạm mặt phẳng nghiêng; trục Ox trùng với mặt phẳng nghiêng, trục Oy vuông góc với mặt phẳng nghiêng. Gọi t_1 là khoảng thời gian vật bay từ điểm 0 đến điểm 1; t_2 là khoảng thời gian vật bay từ điểm 1 đến điểm 2; t_3 là khoảng thời gian vật bay từ điểm 2 đến điểm 3 ... trên mặt phẳng nghiêng.



- Với cách chọn trên thì:
  + $v_{01x} = v_0\sin\alpha$; $a_x = g\sin\alpha$.
  + $v_{01y} = v_0\cos\alpha$; $a_y = -g\cos\alpha$.
- Các công thức đường đi tương ứng trên hai phương Ox và Oy:

$$s_{1x} = v_{01x}t + \frac{1}{2}a_xt^2 = (v_0\sin\alpha)t + \frac{1}{2}(g\sin\alpha)t^2 \quad (1)$$

$$s_{1y} = v_{01y}t + \frac{1}{2}a_xt^2 = (v_0\cos\alpha)t + \frac{1}{2}(-g\cos\alpha)t^2 \quad (2)$$

- Tại vị trí 1 trên mặt phẳng nghiêng: $s_{1x} = l_1$; $s_{1y} = 0$.

$$\Rightarrow (v_0\sin\alpha)t_1 + \frac{1}{2}(g\sin\alpha)t_1^2 = l_1 \quad (1')$$

$$(v_0\cos\alpha)t_1 - \frac{1}{2}(g\cos\alpha)t_1^2 = 0 \quad (2')$$

- Từ (2') suy ra: $t_1 = \dfrac{2v_0}{g}$, thay vào (1') và chú ý $v_0 = \sqrt{2gh}$ ta được:

$$l_1 = (\sqrt{2gh}\sin\alpha).\frac{2\sqrt{2gh}}{g} + \frac{1}{2}(g\sin\alpha).\left(\frac{2\sqrt{2gh}}{g}\right)^2$$

$$\Rightarrow l_1 = 4h\sin\alpha + 4h\sin\alpha = 8h\sin\alpha \quad (3)$$

- Tương tự: $s_{2x} = v_{02x}t + \dfrac{1}{2}a_xt^2$ và $s_{2y} = v_{02y}t + \dfrac{1}{2}a_yt^2$

với: $v_{1x} = v_{01x} + a_xt_1 = v_0\sin\alpha + (g\sin\alpha)t_1 = v_0\sin\alpha + (g\sin\alpha).\dfrac{2v_0}{g} = 3v_0\sin\alpha$.

$v_{1y} = v_{01y} + a_yt_1 = v_0\cos\alpha + (-g\cos\alpha)t_1 = v_0\cos\alpha + (-g\cos\alpha).\dfrac{2v_0}{g} = -v_0\cos\alpha$.

và $v_{02x} = v_{1x} = 3v_0\sin\alpha$; $v_{02y} = -v_{1y} = v_0\cos\alpha$.

$$\Rightarrow s_{2x} = (3v_0\sin\alpha)t + \frac{1}{2}(g\sin\alpha)t^2 \quad (4)$$

$$s_{2y} = (v_0\cos\alpha)t + \frac{1}{2}(-g\cos\alpha)t^2 \quad (5)$$

- Tại vị trí 2 trên mặt phẳng nghiêng: $s_{2x} = l_2$; $s_{2y} = 0$.

$$\Rightarrow (3v_0\sin\alpha)t_2 + \frac{1}{2}(g\sin\alpha)t_2^2 = l_2 \quad (4')$$

$$(v_0\cos\alpha)t_2 + \frac{1}{2}(-g\cos\alpha)t_2^2 = 0 \quad (5')$$

- Từ (5') suy ra: $t_2 = \dfrac{2v_0}{g} = \dfrac{2\sqrt{2gh}}{g}$, thay vào (4') ta được:

$$l_2 = (3.\sqrt{2gh}\sin\alpha).\frac{2\sqrt{2gh}}{g} + \frac{1}{2}(g\sin\alpha).\left(\frac{2\sqrt{2gh}}{g}\right)^2$$

$$\Rightarrow l_2 = 12h\sin\alpha + 4h\sin\alpha = 16h\sin\alpha \quad (6)$$

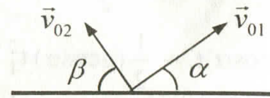
- Tương tự, ta tính được: $l_3 = 24h\sin\alpha$ (7)

......

- Từ (3), (6) và (7),... ta được: $l_1 : l_2 : l_3 ... = 8:16:24... = 1:2:3...$.

Vậy: Tỉ lệ khoảng cách giữa hai điểm đụng liên tiếp trên mặt phẳng nghiêng là $l_1 : l_2 : l_3 ... = 1:2:3...$

8.76. Hai vật được phóng đi đồng thời từ cùng một điểm trên mặt đất. Vận tốc đầu của chúng có cùng độ lớn v_0 nhưng hợp với phương ngang các góc α, β như hình vẽ.



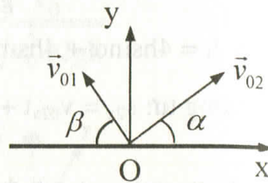
a) Tìm vận tốc tương đối của vật II so với vật I.

b) Tìm khoảng cách giữa hai vật sau khi phóng đi T giây.

Bài giải

a) Vận tốc tương đối của vật II so với vật I

- Chọn hệ trục tọa độ Đề-các hai chiều Oxy với gốc O là điểm ném hai vật; trục Ox nằm ngang (hướng sang phải), trục Oy thẳng đứng (hướng lên).



- Các thành phần vận tốc của hai vật:

$v_{1x} = v_{01}\cos\alpha = v_0\cos\alpha$; $v_{1y} = v_{01}\sin\alpha - gt = v_0\sin\alpha - gt$

$v_{2x} = -v_{02}\cos\beta = -v_0\cos\beta$; $v_{2y} = v_{02}\sin\beta - gt = v_0\sin\beta - gt$

- Các thành vần vận tốc tương đối của vật II so với vật I:

$v_{21x} = -v_0(\cos\beta + \cos\alpha)$ và $v_{21y} = v_0(\sin\beta - \sin\alpha)$

- Vận tốc tương đối giữa vật II so với vật I là: $v_{21} = \sqrt{v_{21x}^2 + v_{21y}^2}$

$$\Rightarrow v_{21} = \sqrt{[v_0(\cos\beta + \cos\alpha)]^2 + [v_0(\sin\beta - \sin\alpha)]^2}$$

$$\Rightarrow v_{21} = \sqrt{v_0^2\cos^2\beta + v_0^2\cos^2\alpha + 2v_0^2\cos\beta\cos\alpha + v_0^2\sin^2\beta + v_0^2\sin^2\alpha - 2v_0^2\sin\beta\sin\alpha}$$

$$\Rightarrow v_{21} = \sqrt{v_0^2(\cos^2\beta + \sin^2\beta) + v_0^2(\cos^2\alpha + \sin^2\alpha) + 2v_0^2(\cos\beta\cos\alpha - \sin\beta\sin\alpha)}$$

$$\Rightarrow v_{21} = \sqrt{2v_0^2[1 + (\cos\beta\cos\alpha - \sin\beta\sin\alpha)]} = 2v_0\sqrt{\frac{1+\cos(\alpha+\beta)}{2}} = 2v_0\cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)$$

Vậy: Vận tốc tương đối giữa vật II so với vật I là $v_{21} = 2v_0\cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)$.

b) Khoảng cách giữa hai vật sau khi phóng đi T giây

Ta có: $s_{21} = v_{21}.T = 2v_0\cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right).T$

Vậy: Khoảng cách giữa hai vật sau khi phóng đi T giây là

$$d = s_{21} = 2v_0\cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)T.$$

8.77. Khoảng cách từ Sao Hỏa đến Mặt Trời lớn gấp 1,5 lần khoảng cách từ Trái Đất đến Mặt Trời.

Hỏi một năm trên Sao Hỏa dài bao nhiêu so với một năm trên Trái Đất?

Bài giải

- Gọi:

+ T_1 là chu kì quay quanh Mặt Trời của Trái Đất; T_2 là chu kì quay quanh Mặt Trời của Sao Hỏa.

+ R_1 là khoảng cách từ Trái Đất đến Mặt Trời; R_2 là khoảng cách từ Sao Hỏa đến Mặt Trời.

- Theo định luật Ke-ple, ta có:

$$\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2 = \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^3 \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{R_2}{R_1}\sqrt{\frac{R_2}{R_1}} = 1{,}5.\sqrt{1{,}5} = 1{,}84$$

Vậy: Một năm trên Sao Hỏa dài gấp 1,84 lần một năm trên Trái Đất.

8.78. Mặt Trăng trong một năm quay 13 vòng quanh Trái Đất và khoảng cách Trái Đất – Mặt Trời gấp 390 lần khoảng cách Trái Đất – Mặt Trăng. Tính tỉ số khối lượng giữa Mặt Trời và Trái Đất.

Bài giải

- Gọi:

+ M_1 là khối lượng Mặt Trời, M_2 là khối lượng Trái Đất, M_3 là khối lượng Mặt Trăng;

+ R_{12} là khoảng cách giữa Mặt Trời và Trái Đất, R_{23} là khoảng cách giữa Trái Đất và Mặt Trăng.

+ T_2 là chu kì quay của Trái Đất, T_3 là chu kì quay của Mặt Trăng.

- Lực hấp dẫn giữa Mặt Trời và Trái Đất chính là lực hướng tâm gây ra gia tốc hướng tâm cho chuyển động tròn đều của Trái Đất quanh Mặt Trời:

$$M_2\omega_2^2R_{12} = G\frac{M_1M_2}{R_{12}^2}, \text{ với } \omega_2 = \frac{2\pi}{T_2}$$

$$\Rightarrow M_2\frac{4\pi^2}{T_2^2}R_{12} = G\frac{M_1M_2}{R_{12}^2} \Rightarrow M_1 = \frac{4\pi^2R_{12}^3}{T_2^2G} \quad (1)$$

- Lực hấp dẫn giữa Mặt Trăng và Trái Đất chính là lực hướng tâm gây ra gia tốc hướng tâm cho chuyển động tròn đều của Mặt Trăng quanh Trái Đất:

$$M_3\omega_3^2R_{23} = G\frac{M_2M_3}{R_{23}^2}, \text{ với } \omega_3 = \frac{2\pi}{T_3}$$

$$\Rightarrow M_3\frac{4\pi^2}{T_3^2}R_{23} = G\frac{M_2M_3}{R_{23}^2} \Rightarrow M_2 = \frac{4\pi^2R_{23}^3}{T_3^2G} \quad (2)$$

- Từ (1) và (2) suy ra:

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{4\pi^2R_{12}^3}{T_2^2G} : \frac{4\pi^2R_{23}^3}{T_3^2G} = \frac{4\pi^2R_{12}^3}{T_2^2G}.\frac{T_3^2G}{4\pi^2R_{23}^3} = \left(\frac{R_{12}}{R_{23}}\right)^3.\left(\frac{T_3}{T_2}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{M_1}{M_2} = 390^3.\left(\frac{1}{13}\right)^2 = 3{,}5.10^5$$

Vậy: Tỉ số khối lượng giữa Mặt Trời và Trái Đất là: $\frac{M_1}{M_2} = 3{,}5.10^5$.

8.79. Trái Đất và Mặt Trăng tương tác nhau và chuyển động tròn đều quanh một tâm chung với các bán kính lần lượt là R = 4700 km và r = 380000 km, khối lượng lần lượt là M và m. Hỏi M gấp bao nhiêu m ? Cho $M = 6.10^{24}$ kg, tính m.

Bài giải

- Khi chuyển động tròn đều quanh một tâm chung, Trái Đất và Mặt Trăng chuyển động với cùng vận tốc góc quanh tâm chung đó và lực hấp dẫn giữa chúng chính là lực hướng tâm gây ra gia tốc hướng tâm cho chuyển động tròn đều của chúng quanh tâm chung đó.

Ta có: $M\omega^2R = G\frac{Mm}{R_{12}^2}$ (Trái Đất) và $m\omega^2r = G\frac{Mm}{R_{12}^2}$ (Mặt Trăng)

$$\Rightarrow M\omega^2R = m\omega^2r \Rightarrow \frac{M}{m} = \frac{r}{R} = \frac{380000}{4700} \approx 81$$

và $m \approx \frac{M}{81} = \frac{6.10^{24}}{81} = 0{,}074.10^{24} = 7{,}4.10^{22}$ kg

Vậy: Khối lượng Trái Đất gấp 81 lần khối lượng Mặt Trăng và khối lượng Mặt Trăng là $m \approx 7{,}4.10^{22}$ kg.

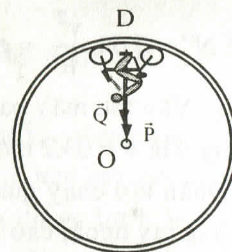
8.80. Người đi xe đạp (khối lượng tổng cộng 60 kg) trên vòng xiếc bán kính 6,4 m phải đi qua điểm cao nhất với vận tốc tối thiểu bao nhiêu để không rơi ? Xác định lực nén lên vòng khi xe qua điểm cao nhất với vận tốc 10 m/s.

Bài giải

- Các lực tác dụng lên xe đạp là: trọng lực $\vec{P}$, phản lực $\vec{Q}$ của vòng xiếc.
- Theo định luật II Niu-tơn, ta có: $\vec{P} + \vec{Q} = m\vec{a}$ (1)
- Tại điểm cao nhất D, chiếu (1) lên phương bán kính qua D, chiều dương hướng vào tâm ta được:

$$mg + Q = m\frac{v^2}{R} \Rightarrow Q = m(\frac{v^2}{R} - g)$$

- Để xe qua được điểm cao nhất (còn bám lên vòng xiếc) thì $N = Q \geq 0$.



$$\Rightarrow \frac{v^2}{R} \geq g \Rightarrow v \geq \sqrt{gR} = \sqrt{10.6{,}4} = 8 \text{ m/s}.$$

$\Rightarrow v_{min} = 8$ m/s.

- Phản lực của vòng xiếc lên xe là:

$$Q = 60(\frac{10^2}{6{,}4} - 10) = 337{,}5 \text{ N}.$$

Vậy: Để xe không rơi thì vận tốc tối thiểu của xe qua điểm cao nhất phải là $v_{min} = 8$ m/s và lực nén của xe lên vòng ở điểm cao nhất là N = Q = 337,5 N.

8.81. Một máy bay thực hiện một vòng nhào lộn bán kính 400 m trong mặt phẳng thẳng đứng với vận tốc 540 km/h.

a) Tìm lực do người lái có khối lượng 60 kg nén lên ghế ngồi ở điểm cao nhất và thấp nhất của vòng nhào.

b) Muốn người lái không nén trên ghế ngồi ở điểm cao nhất của vòng nhào, vận tốc máy bay phải là bao nhiêu ?

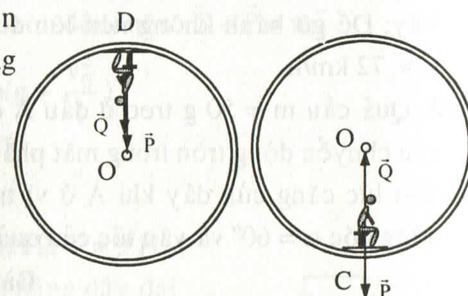
Bài giải

a) Lực do người lái nén lên ghế ở điểm cao nhất và thấp nhất của vòng nhào lộn

- Các lực tác dụng lên người lái là: trọng lực $\vec{P}$, phản lực $\vec{Q}$ của ghế ngồi.
- Theo định luật II Niu-tơn, ta có: $\vec{P} + \vec{Q} = m\vec{a}$ (1)
- Tại điểm cao nhất D, chiếu (1) lên phương bán kính qua D, chiều dương hướng vào tâm ta được:

$$mg + Q = m\frac{v^2}{R} \Rightarrow Q = m(\frac{v^2}{R} - g) \Rightarrow Q = 60.(\frac{150^2}{400} - 10) = 2775 \text{ N}.$$

- Tại điểm thấp nhất C, chiếu (1) lên phương bán kính qua C, chiều dương hướng vào tâm ta được:



$$-mg + Q' = m\frac{v^2}{R} \Rightarrow Q' = m(\frac{v^2}{R} + g)$$

$$\Rightarrow Q' = 60.(\frac{150^2}{400} + 10) = 3975 \text{ N}.$$

Vậy: Lực do người lái nén lên ghế ngồi ở điểm cao nhất của vòng lộn là N = Q = 2775 N và lực do người lái nén lên ghế ngồi ở điểm thấp nhất của vòng lộn là N' = Q' = 3975 N.

b) Vận tốc máy bay để lực nén của người lái lên ghế ngồi ở điểm cao nhất bằng 0

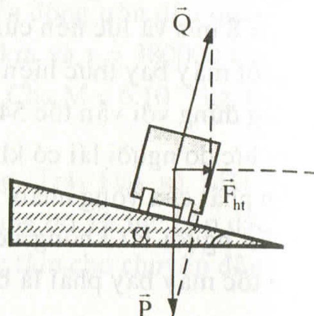
- Tại điểm cao nhất: $N'' = Q'' = m(\frac{v^2}{R} - g)$.

- Để N" = 0 thì $\frac{v^2}{R} = g \Rightarrow v = \sqrt{gR} = \sqrt{10.400} = 63,2$ m/s.

Vậy: Vận tốc máy bay để lực nén của người lái lên ghế ngồi ở điểm cao nhất bằng 0 là v = 63,2 m/s.

8.82. Đoàn tàu chạy qua đường vòng bán kính 560 m. Đường sắt rộng 1,4 m và đường ray ngoài cao hơn đường ray trong 10 cm.

Tàu phải chạy với vận tốc bao nhiêu để gờ bánh không nén lên thành ray? Biết với α nhỏ, tanα ≈ sinα.



Bài giải

- Các lực tác dụng lên tàu gồm: trọng lực $\vec{P}$, phản lực $\vec{Q}$ của đường ray.
- Theo định luật II Niu-tơn, ta có: $\vec{P} + \vec{Q} = m\vec{a}$

$\Rightarrow Q\cos\alpha = P \Rightarrow Q = \frac{mg}{\cos\alpha}$

- Để gờ bánh không nén lên đường ray thì: $Q\sin\alpha = m\frac{v^2}{R}$

$\Rightarrow mg\tan\alpha = m\frac{v^2}{R} \Rightarrow g\tan\alpha = \frac{v^2}{R}$ (1)

- Vì α nhỏ nên $\tan\alpha \approx \sin\alpha = \frac{10}{140} = \frac{1}{14}$ nên (1) trở thành: $g\sin\alpha \approx \frac{v^2}{R}$

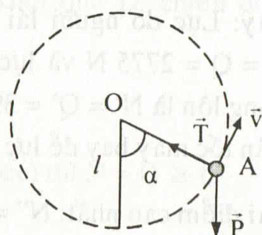
$\Rightarrow v \approx \sqrt{gR\sin\alpha} = \sqrt{10.560.\frac{1}{14}} = 20$ m/s = 72 km/h

Vậy: Để gờ bánh không nén lên đường ray thì tàu phải chạy với vận tốc là v ≈ 72 km/h.

8.83. Quả cầu m = 50 g treo ở đầu A của dây OA dài l = 90cm. Quay cho quả cầu chuyển động tròn trong mặt phẳng thẳng đứng quanh tâm O.
Tìm lực căng của dây khi A ở vị trí thấp hơn O, OA hợp với phương thẳng đứng góc α = 60° và vận tốc của quả cầu là 3 m/s.

Bài giải

- Các lực tác dụng lên quả cầu gồm: trọng lực $\vec{P}$, lực căng dây $\vec{T}$.



- Ta có: $\vec{P} + \vec{T} = m\vec{a} \Rightarrow T - P\cos\alpha = m\frac{v^2}{l}$

$\Rightarrow T = P\cos\alpha + m\frac{v^2}{l} = m(g\cos\alpha + \frac{v^2}{l})$

$\Rightarrow T = 0,05.(10.\frac{1}{2} + \frac{3^2}{0,9}) = 0,75$ N

Vậy: Lực căng dây ở vị trí dây hợp với phương thẳng đứng một góc 60° là T = 0,75 N.

8.84. Vật khối lượng m = 0,1 kg quay trong mặt phẳng thẳng đứng nhờ một dây treo có chiều dài l = 1 m, trục quay cách sàn H = 2 m. Khi vật qua vị trí thấp nhất, dây treo đứt và vật rơi xuống sàn ở vị trí cách điểm đứt L = 4 m theo phương ngang. Tìm lực căng của dây ngay khi dây sắp đứt.

Bài giải

- Chọn gốc tọa độ A tại điểm vật bị đứt dây, trục Ox nằm ngang, trục Oy thẳng đứng (hướng xuống) (hình vẽ).
- Chuyển động của vật khi bị đứt dây là chuyển động ném ngang với các phương trình: $x = v_0t$, $y = \frac{1}{2}gt^2$
- Khi vật chạm đất, $y = H - l$; x = L nên thời gian chuyển động của vật là:

$t = \sqrt{\frac{2(H-l)}{g}} = \sqrt{\frac{2(2-1)}{10}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$ s

và vận tốc của vật khi bị đứt dây là:

$v_0 = \frac{L}{t} = \frac{4}{\frac{1}{\sqrt{5}}} = 4\sqrt{5}$ s.

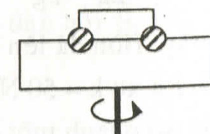
- Khi vật sắp đứt dây (còn chuyển động tròn đều) nên: $\vec{T} + \vec{P} = m\vec{a}$.

$\Rightarrow T - P = m\frac{v_0^2}{l} \Rightarrow T = P + m\frac{v_0^2}{l} = m(g + \frac{v_0^2}{l})$

$\Rightarrow T = 0,1.(10 + \frac{(4\sqrt{5})^2}{1}) = 9$ N

Vậy: Lực căng dây ngay khi dây sắp đứt là T = 9 N.

8.85. Hai quả cầu $m_1 = 2m_2$ nối với nhau bằng dây dài l = 12 cm và có thể chuyển động không ma sát trên một trục nằm ngang qua tâm hai quả cầu. Cho hệ quay đều quanh trục thẳng đứng. Biết hai quả cầu đứng yên không trượt trên trục ngang.



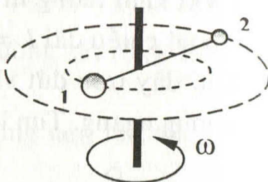
Tìm khoảng cách từ hai quả cầu đến trục quay.

Bài giải

Gọi l_1, l_2 là khoảng cách từ hai quả cầu đến trục quay. Khi hai quả cầu đứng yên so với trục ngang, chúng chuyển động tròn đều quanh trục quay đó với các bán kính khác nhau nhưng vận tốc góc thì như nhau. Ta có: $F_{21} = F_{12}$

$\Rightarrow m_1\omega^2 l_1 = m_2\omega^2 l_2$ (1)

và $l_1 + l_2 = l$ (2)



- Từ (1) suy ra: $\frac{l_2}{l_1} = \frac{m_1}{m_2} = 2$. Thay vào (2) ta được:

$3l_1 = l \Rightarrow l_1 = \frac{l}{3} = \frac{12}{3} = 4$ cm và $l_2 = 2.4 = 8$ cm.

Vậy: Khoảng cách từ hai quả cầu đến trục quay là $l_1 = 4$ cm và $l_2 = 8$ cm.

8.86. Một người dùng dây OA = 1,2 m buộc vào một hòn đá tại A và quay tròn trong mặt phẳng thẳng đứng quanh tâm O. Khi dây bị đứt, hòn đá bay thẳng đứng lên trên và tại lúc sắp đứt gia tốc toàn phần của hòn đá nghiêng góc $\alpha = 45^o$ với phương thẳng đứng.

Hỏi hòn đá lên được độ cao lớn nhất bằng bao nhiêu kể từ vị trí dây bị đứt ?

Bài giải

- Các lực tác dụng lên hòn đá: trọng lực $\vec{P}$, lực căng dây $\vec{T}$. Theo định luật II Niu-tơn, ta có:

$\vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}$ (1)

- Gia tốc toàn phần của hòn đá là:

$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n$ (2)

- Khi dây sắp đứt, gia tốc toàn phần của hòn đá nghiêng góc 45^o so với phương thẳng đứng nên:

$a_t = a_n \Rightarrow g = \frac{v^2}{l} \Rightarrow v^2 = gl$

- Khi hòn đá lên đến độ cao cực đại, v' = 0 nên :

$h_{max} = \frac{v^2}{2g} = \frac{gl}{2g} = \frac{l}{2} = \frac{1,2}{2} = 0,6$ m

Vậy: Hòn đá lên đến độ cao lớn nhất là $h_{max} = 0,6$ m kể từ vị trí dây bị đứt.

8.87. Lò xo k = 50 N/m, l_o = 36 cm treo vật m = 0,2 kg có đầu trên cố định. Quay lò xo quanh một trục thẳng đứng qua đầu trên lò xo, m vạch một đường tròn nằm ngang hợp với trục lò xo góc 45^o.

Tính chiều dài lò xo và số vòng quay trong một phút.

Bài giải

- Các lực tác dụng lên vật: trọng lực $\vec{P}$, lực đàn hồi $\vec{F}$. Theo định luật II Niu-tơn, ta có:

$\vec{P} + \vec{F} = m\vec{a}$ (1)

- Chiếu (1) lên phương thẳng đứng, ta được: $P - F\cos45^o = 0$

$\Rightarrow P = F\cos45^o \Leftrightarrow mg = k\,\Delta l\cos45^o$

$\Rightarrow \Delta l = \frac{mg}{k\cos45^o} = \frac{0,2.10}{50.\frac{\sqrt{2}}{2}} = 0,056$ m = 5,6 cm

$\Rightarrow l = l_o + \Delta l = 36 + 5,6 = 41,6$ cm.

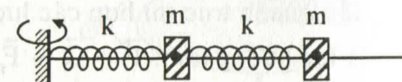
- Vì $\alpha = 45^o$ nên $F_{ht} = P \Rightarrow m\omega^2 R = mg \Rightarrow (2\pi n)^2 R = g$

$\Rightarrow n = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{R}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l\cos45^o}}$

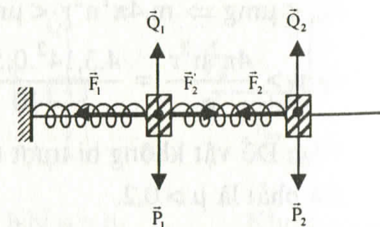
$\Rightarrow n = \frac{1}{2.3,14}\sqrt{\frac{10}{0,416.\frac{\sqrt{2}}{2}}} = 0,93$ vòng/s = 55,8 vòng/phút.

Vậy: Chiều dài lò xo khi quay quanh trục thẳng đứng qua đầu trên của nó là $l = 41,6$ cm; số vòng quay của lò xo trong một phút là n = 55,8 vòng.

8.88. Hai lò xo giống nhau k = 250 N/m, l_o = 36 cm bố trí như hình vẽ. Hai vật m kích thước nhỏ có thể trượt không ma sát trên một trục ngang. Quay hệ quanh trục thẳng đứng với tần số n = 2 vòng /s. Cho m = 200 g. Tính chiều dài mỗi lò xo.



Bài giải



- Các lực tác dụng lên hai vật:

+ vật 1: trọng lực $\vec{P}_1$, phản lực $\vec{Q}_1$ của trục ngang, các lực đàn hồi $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ của hai lò xo.

+ vật 2: trọng lực $\vec{P}_2$, phản lực $\vec{Q}_2$ của trục ngang, lực đàn hồi $\vec{F}_2$ của lò xo ngoài.

- Theo định luật II Niu-tơn, ta có:

+ vật 1: $\vec{P}_1 + \vec{Q}_1 + \vec{F}_1 + \vec{F}_2' = m_1\vec{a}_1$ (1)

+ vật 2: $\vec{P}_2 + \vec{Q}_2 + \vec{F}_2 = m_2\vec{a}_2$ (2)

- Chiếu (1) và (2) lên phương bán kính và hướng vào tâm, chú ý: $m_1 = m_2 = m$; $\omega_1 = \omega_2 = \omega$; $F_2 = F_2'$ ta được:

$F_1 - F_2 = m\omega^2(l_0 + \Delta l_1)$ (1')

và $F_2 = m\omega^2(2l_0 + \Delta l_1 + \Delta l_2)$ (2')

$\Rightarrow k(\Delta l_1 - \Delta l_2) = 4\pi^2 n^2 m(l_0 + \Delta l_1)$ và $k\Delta l_2 = 4\pi^2 n^2 m(2l_0 + \Delta l_1 + \Delta l_2)$

$\Rightarrow (k - 4\pi^2 n^2 m)\Delta l_1 - k\Delta l_2 = 4\pi^2 n^2 m l_0$ (1")

và $(k - 4\pi^2 n^2 m)\Delta l_2 - 4\pi^2 n^2 m\, \Delta l_1 = 8\pi^2 n^2 m l_0$ (2")

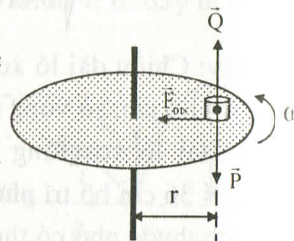
- Giải hệ (1") và (2") ta được: $\Delta l_1 \approx 21$ cm và $\Delta l_2 \approx 14$ cm.

$\Rightarrow l_1 = l_0 + \Delta l_1 = 36 + 21 = 57$ cm và $l_2 = l_0 + \Delta l_2 = 36 + 14 = 50$ cm.

Vậy: Chiều dài của mỗi lò xo khi hệ quay quanh trục thẳng đứng là $l_1 = 57$ cm và $l_2 = 50$ cm.

8.89. Đĩa nằm ngang quay quanh trục thẳng đứng với tần số n = 30 vòng/phút. Vật đặt trên đĩa cách trục 20 cm. Hệ số ma sát giữa đĩa và vật là bao nhiêu để vật không trượt trên đĩa?

Bài giải



- Các lực tác dụng lên vật gồm: trọng lực $\vec{P}$, phản lực $\vec{Q}$ của đĩa, lực ma sát $\vec{F}_{ms}$.
- Để vật không bị trượt, nghĩa là vật chuyển động tròn đều quanh trục thì hợp các lực tác dụng lên vật phải là lực hướng tâm: $\vec{P} + \vec{Q} + \vec{F}_{ms} = \vec{F}_{ht}$.

$\Rightarrow F_{ms} = m\omega^2 r = m.4\pi^2 n^2 r$

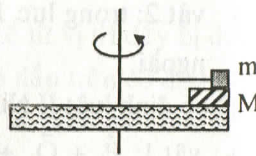
và lực ma sát này phải là ma sát nghỉ (chưa trượt) nên:

$F_{ms} < \mu mg \Rightarrow m.4\pi^2 n^2 r < \mu mg$

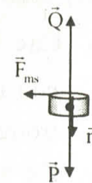
$$\Rightarrow \mu > \frac{4\pi^2 n^2 r}{g} = \frac{4.3,14^2.0,5^2.0,2}{10} = 0,2$$

Vậy: Để vật không bị trượt trên đĩa khi đĩa quay thì hệ số ma sát giữa vật và đĩa phải là $\mu > 0,2$.

8.90. Đĩa tròn nhẵn có thể xoay quanh trục thẳng đứng vuông góc với mặt đĩa. Vật M đặt trên đĩa, cách trục khoảng R. Vật m đặt trên M, nối với trục bằng một thanh nhẹ. Vận tốc quay của đĩa tăng chậm. Hệ số ma sát giữa M và m là μ. Tính vận tốc góc ω của đĩa để M bắt đầu trượt khỏi m.



Bài giải



- Các lực tác dụng lên vật M gồm: trọng lực $\vec{P}$, phản lực $\vec{Q}$ của đĩa, áp lực $\vec{n}$ của vật m, lực ma sát $\vec{F}_{ms}$ giữa mặt tiếp xúc của m và M.
- Khi vật M chưa bị trượt khỏi m thì: $F_{ms} = F_{ht}$.

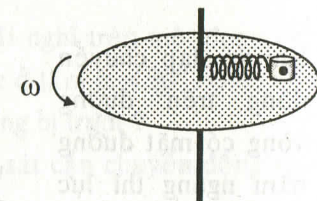
$$\Rightarrow M\omega^2 R < \mu n' = \mu mg \Rightarrow \omega < \sqrt{\frac{\mu mg}{MR}}$$

- Khi vật M bắt đầu trượt khỏi m thì: $\omega = \sqrt{\frac{\mu mg}{MR}}$.

Vậy: Để vật M bắt đầu trượt khỏi m thì vận tốc góc của đĩa phải là $\omega = \sqrt{\frac{\mu mg}{MR}}$.

8.91. Một đĩa tròn nằm ngang có thể quay quanh một trục thẳng đứng. Vật m = 100 g đặt trên đĩa, nối với trục quay bởi một lò xo nằm ngang. Nếu số vòng quay không quá $n_1 = 2$ vòng/s, lò xo không biến dạng. Nếu số vòng quay tăng chậm đến $n_2 = 5$ vòng/s lò xo dãn dài gấp đôi. Tính độ cứng μ của lò xo.

Bài giải



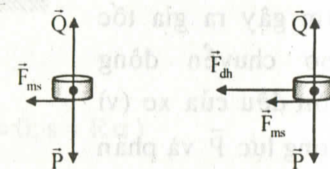
- Khi số vòng quay là n_1 (lò xo chưa biến dạng): lực hướng tâm chính là lực ma sát nghỉ cực đại: $F_{ht} = F_{ms}$.

$\Rightarrow m\omega_1^2 l_0 = F_{ms}$ $(R_1 = l_0)$ (1)

- Khi số vòng quay là n_2 (lò xo dãn ra gấp đôi): lực hướng tâm chính là hợp lực của lực đàn hồi và lực ma sát nghỉ cực đại: $F'_{ht} = F_{dh} + F_{ms}$.

$\Rightarrow m\omega_2^2 2l_0 = F_{ms} + \mu l_0$ (2)

$(R_2 = 2l_0;\ \Delta l = 2l_0 - l_0 = l_0)$



- Từ (1) và (2) suy ra: $m(2\omega_2^2 - \omega_1^2) = \mu$

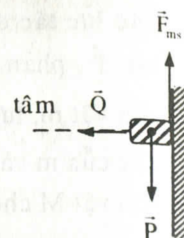
$\Rightarrow \mu = m[2.(2\pi n_2)^2 - (2\pi n_1)^2] = 4\pi^2 m(2n_2^2 - n_1^2)$

$\Rightarrow \mu = 4.3,14^2.0,1(2.5^2 - 2^2) = 182$ N/m

Vậy: Độ cứng của lò xo là μ = 182 N/m.

8.92. Tìm vận tốc nhỏ nhất của một người đi mô-tô chuyển động tròn đều theo một đường tròn nằm ngang ở mặt trong một hình trụ thẳng đứng bán kính 3 m, hệ số ma sát trượt μ = 0,3.

Bài giải



- Các lực tác dụng lên xe gồm: trọng lực $\vec{P}$, phản lực $\vec{Q}$ của thành hình trụ, lực ma sát giữa các bánh xe và thành trong hình trụ.
- Để vật không trượt trên thành hình trụ và chuyển động tròn đều trên đường tròn nằm ngang thì:

$F_{ms} = P \Rightarrow \mu Q = mg$ (1)

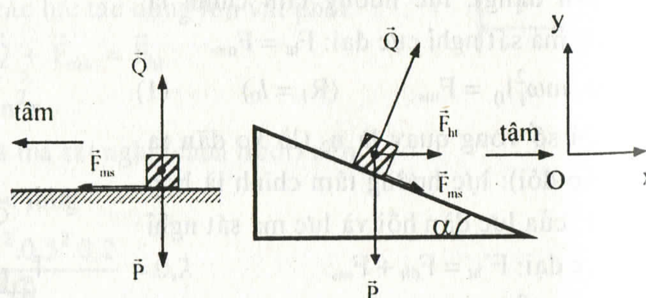
và $Q = F_{ht} = m\dfrac{v^2}{R}$ (2)

- Từ (1) và (2) suy ra: $\mu\dfrac{v^2}{R} = g \Rightarrow v = \sqrt{\dfrac{gR}{\mu}} = \sqrt{\dfrac{10.3}{0,3}} = 10$ m/s $= 36$ km/h

Vậy: Vận tốc nhỏ nhất của người đi mô-tô để có thể chuyển động tròn trên mặt trong của hình trụ và không bị trượt là v = 36 km/h.

8.93. Vận tốc tối đa của người đi xe đạp trên một đường vòng có mặt phẳng nghiêng về phía tâm một góc α gấp mấy lần vận tốc tối đa của xe đi trên đường vòng đó nhưng mặt đường nằm ngang? Coi các bánh xe đều là bánh phát động.

Bài giải



- Khi xe đạp chuyển động trên đường vòng có mặt đường nằm ngang thì lực ma sát là lực hướng tâm gây ra gia tốc cho chuyển động tròn đều của xe (vì trọng lực $\vec{P}$ và phản lực $\vec{Q}$ cân bằng):

$F_{ms} = F_{ht} \Rightarrow \mu mg = m\dfrac{v_1^2}{R}$

$\Rightarrow v_1 = \sqrt{\mu gR}$ (1)

- Khi xe đạp chuyển động trên đường vòng có mặt đường nghiêng về phía tâm một góc α thì:

$\vec{P} + \vec{Q} + \vec{F}_{ms} = m\vec{a}$

- Chiếu phương trình vectơ trên lên hai trục: Ox hướng vào tâm quỹ đạo, Oy hướng lên trên ta được:

$Q\sin\alpha + F_{ms}\cos\alpha = m\dfrac{v_2^2}{R}$ và $Q\cos\alpha - F_{ms}\sin\alpha = P$

$\Rightarrow Q\sin\alpha + \mu Q\cos\alpha = m\dfrac{v_2^2}{R} \Rightarrow Q(\sin\alpha + \mu\cos\alpha) = m\dfrac{v_2^2}{R}$ (2)

và $Q\cos\alpha - \mu Q\sin\alpha = mg \Rightarrow Q(\cos\alpha - \mu\sin\alpha) = mg$ (3)

- Lấy (2) chia cho (3) ta được: $\dfrac{\sin\alpha + \mu\cos\alpha}{\cos\alpha - \mu\sin\alpha} = \dfrac{v_2^2}{gR}$

$\Rightarrow v_2 = \sqrt{\dfrac{gR(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)}{\cos\alpha - \mu\sin\alpha}}$ (4)

- Từ (1) và (4) suy ra: $\dfrac{v_2}{v_1} = \sqrt{\dfrac{(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)}{\mu(\cos\alpha - \mu\sin\alpha)}}$

Vậy: Tỉ số vận tốc tối đa khi xe chuyển động tròn đều trên mặt đường nghiêng góc α với khi xe chuyển động tròn đều trên mặt đường nằm ngang là $\dfrac{v_2}{v_1} = \sqrt{\dfrac{(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)}{\mu(\cos\alpha - \mu\sin\alpha)}}$.

8.94. Ô-tô chuyển động nhanh dần đều từ trạng thái nghỉ trên một đoạn đường nằm ngang là một cung tròn bán kính 100 m, góc ở tâm $\alpha = 30^o$. Ô-tô có thể đạt vận tốc tối đa nào ở cuối đoạn đường mà không bị trượt? Biết hệ số ma sát trượt μ = 0,3. Bỏ qua các ma sát cản chuyển động và coi các bánh xe đều là bánh phát động.

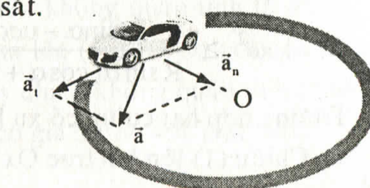
Bài giải

- Gia tốc toàn phần của ô-tô là: $a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}$.

với: $a_n = \dfrac{v^2}{R}$; $a_t = \dfrac{v^2 - v_0^2}{2s} = \dfrac{v^2}{2s} = \dfrac{v^2}{2R\alpha}$ ($v_0 = 0$; $s = R\alpha$)

$\Rightarrow a = \sqrt{\left(\dfrac{v^2}{2R\alpha}\right)^2 + \left(\dfrac{v^2}{R}\right)^2} = \sqrt{\dfrac{v^4}{4R^2\alpha^2} + \dfrac{v^4}{R^2}} = \dfrac{v^2}{R}\sqrt{\dfrac{1}{4\alpha^2} + 1}$

- Vì ô-tô chuyển động nhanh dần đều trên đoạn đường nằm ngang là một cung tròn nên lực gây ra gia tốc cho ô-tô là lực ma sát.



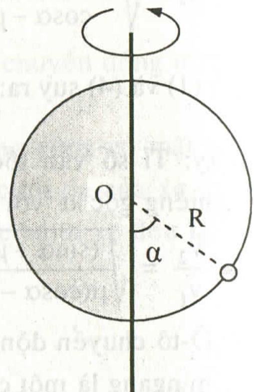
Để ô-tô không bị trượt thì:

$F_{ms} = ma = m\dfrac{v^2}{R}\sqrt{\dfrac{1}{4\alpha^2} + 1} \leq \mu mg$

$$\Rightarrow v \le \sqrt{\frac{\mu Rg}{\frac{1}{4\alpha^2}+1}} = \sqrt{\frac{0{,}3.100.10}{\frac{1}{4.\left(\frac{\pi}{6}\right)^2}+1}} \approx 14{,}6 \text{ m/s}.$$

Vậy: Vận tốc tối đa của ô-tô ở cuối đoạn đường để xe không bị trượt là $v_{max} = 14{,}6$ m/s.

8.95. Một vòng dây cứng tâm O bán kính R được đặt thẳng đứng và quay nhanh một trục thẳng đứng qua tâm O. Một hạt cườm nhỏ khối lượng m bị xuyên qua bởi vòng dây và có thể trượt dọc theo vòng dây. Hệ số ma sát giữa hạt cườm và vòng dây là μ. Ban đầu hạt cườm ở vị trí α như hình vẽ. Định ω để hạt cườm không trượt theo vòng dây.



Bài giải

- Các lực tác dụng vào hạt cườm gồm: trọng lực $\vec{P}$, phản lực $\vec{Q}$, lực ma sát $\vec{F}_{ms}$, lực quán tính $\vec{F}_q$

- Để hạt cườm không trượt theo vòng dây thì:

$$\vec{P} + \vec{Q} + \vec{F}_{ms} + \vec{F}_q = \vec{0} \qquad (1)$$

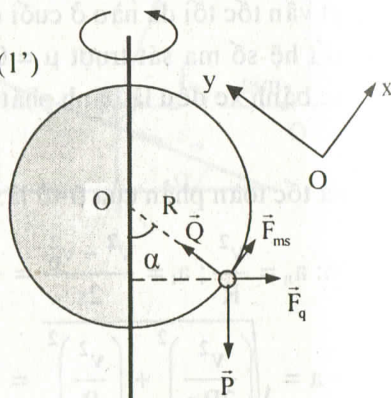
a) Khi $\mu < \tan\alpha$

Trường hợp hạt cườm có xu hướng trượt xuống:

+ Chiếu (1) lên hai trục Ox và Oy (hình vẽ) ta được:

$$-mg\sin\alpha + F_{ms} + m\omega^2 R\sin\alpha.\cos\alpha = 0 \qquad (1')$$

$$-mg\cos\alpha + Q - m\omega^2 R\sin^2\alpha = 0 \qquad (1")$$



+ Từ (1") suy ra:

$$Q = mg\cos\alpha + m\omega^2 R\sin^2\alpha.$$

+ Từ (1") suy ra:

$$F_{ms} = mg\sin\alpha - m\omega^2 R\sin\alpha.\cos\alpha.$$

+ Để hạt cườm không trượt thì

$$F_{ms} \le \mu N = \mu Q.$$

$$\Rightarrow mg\sin\alpha - m\omega^2 R\sin\alpha.\cos\alpha \le \mu(mg\cos\alpha + m\omega^2 R\sin^2\alpha)$$

$$\Rightarrow g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha) \le \omega^2 R\sin\omega(\cos\alpha + \mu\sin\alpha)$$

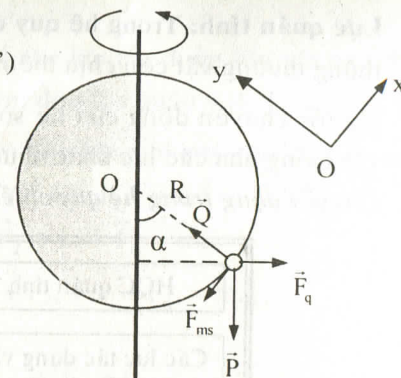
$$\Rightarrow \omega^2 \ge \frac{g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)}{R\sin\alpha(\cos\alpha + \mu\sin\alpha)} = \frac{g(\tan\alpha - \mu)}{R\tan\alpha.\sin\alpha(\cot\alpha + \mu)}$$

- Trường hợp hạt cườm có xu hướng trượt lên:

+ Chiếu (1) lên hai trục Ox và Oy (hình vẽ) ta được:

$$-mg\sin\alpha - F_{ms} + m\omega^2 R\sin\alpha.\cos\alpha = 0 \; (2')$$

$$-mg\cos\alpha + Q - m\omega^2 R\sin^2\alpha = 0 \; (2")$$



+ Từ (2") suy ra:

$$Q = mg\cos\alpha + m\omega^2 R\sin^2\alpha$$

+ Từ (2") suy ra:

$$F_{ms} = -mg\sin\alpha + m\omega^2 R\sin\alpha.\cos\alpha$$

+ Để hạt cườm không trượt thì

$$F_{ms} \le \mu N = \mu Q$$

$$\Rightarrow -mg\sin\alpha + m\omega^2 R\sin\alpha.\cos\alpha \le \mu(mg\cos\alpha + m\omega^2 R\sin^2\alpha)$$

$$\Rightarrow \omega^2 R\sin\alpha(\cos\alpha - \mu\sin\alpha) \le g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)$$

$$\Rightarrow \omega^2 \le \frac{g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)}{R\sin\alpha(\cos\alpha - \mu\sin\alpha)} = \frac{g(\tan\alpha + \mu)}{R\tan\alpha.\sin\alpha(\cot\alpha - \mu)}$$

b) Khi $\mu > \tan\alpha$: Do có lực quán tính nên hạt cườm có xu hướng trượt lên chứ không trượt xuống. Tương tự như ở trường hợp a, ta được:

$$\omega^2 \le \frac{g(\tan\alpha + \mu)}{R\tan\alpha.\sin\alpha(\cot\alpha - \mu)}$$

Vậy: Giá trị của ω để hạt cườm không trượt theo vòng dây là:

- Khi $\mu < \tan\alpha$: $\dfrac{g(\tan\alpha - \mu)}{R\tan\alpha.\sin\alpha(\cot\alpha + \mu)} \le \omega^2 \le \dfrac{g(\tan\alpha + \mu)}{R\tan\alpha.\sin\alpha(\cot\alpha - \mu)}$

- Khi $\mu > \tan\alpha$: $\omega^2 \le \dfrac{g(\tan\alpha + \mu)}{R\tan\alpha.\sin\alpha(\cot\alpha - \mu)}$.

Chuyên đề 9:

CHUYỂN ĐỘNG TRONG HỆ QUY CHIẾU KHÔNG QUÁN TÍNH

A. TÓM TẮT KIẾN THỨC

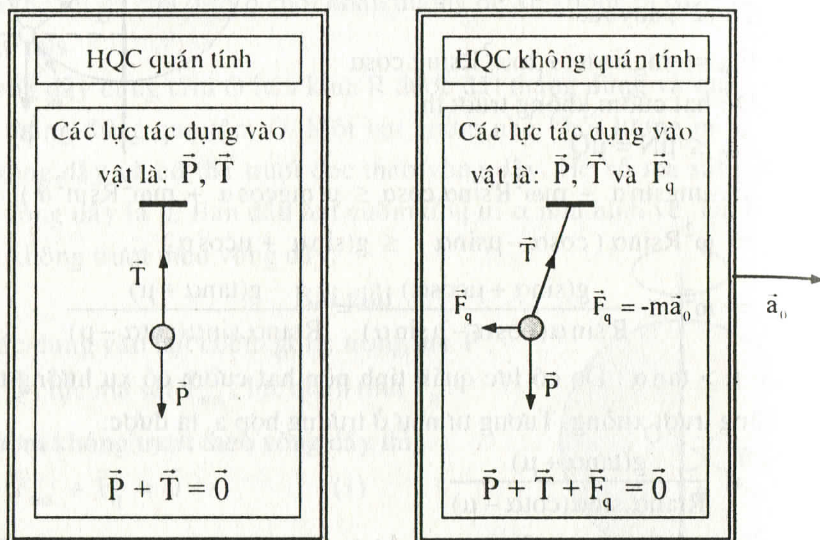
1. Các khái niệm

- **Hệ quy chiếu quán tính:** Hệ quy chiếu quán tính là những hệ quy chiếu mà trong đó các định luật Niu-tơn được nghiệm đúng. Một cách gần đúng thì hệ quy chiếu gắn với Trái Đất (hoặc gắn với các vật đứng yên hoặc chuyển động thẳng đều so với Trái Đất) là những hệ quy chiếu quán tính.

- **Hệ quy chiếu không quán tính:** Hệ quy chiếu không quán tính là những hệ quy chiếu gắn với các vật chuyển động có gia tốc ($a \ne 0$) so với các hệ quy chiếu quán tính. Một cách gần đúng thì hệ quy chiếu không quán tính là những hệ quy chiếu gắn với những vật chuyển động có gia tốc so với Trái Đất.

- **Lực quán tính:** Trong hệ quy chiếu không quán tính, ngoài các lực tác dụng thông thường vật còn chịu thêm tác dụng của lực quán tính: $\vec{F}_q = -m\vec{a}_0$ ($\vec{a}_0$ là gia tốc chuyển động của hệ so với Trái Đất). Lực quán tính có tác dụng lên vật giống như các lực khác nhưng không có phản lực.

2. Chuyển động trong hệ quy chiếu không quán tính



- Trong hệ quy chiếu không quán tính, các lực tác dụng lên vật gồm: các lực tương tác $\vec{F}_1, \vec{F}_2, ...$ (như đối với hệ quy chiếu quán tính) và lực quán tính $\vec{F}_q = -m\vec{a}_0$. Phương trình định luật II Niu-tơn cho vật là:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + ... + \vec{F}_q = m\vec{a} \qquad (9.1)$$

(m là khối lượng của vật, $\vec{a}$ là gia tốc của vật trong hệ quy chiếu không quán tính, $\vec{a}_0$ là gia tốc của hệ quy chiếu không quán tính đối với Trái Đất).

- Đối với hệ quy chiếu không quán tính quay đều, lực quán tính là lực li tâm có hướng xa tâm của quỹ đạo và có độ lớn:

$$F_q = \frac{mv^2}{R} = m\omega^2 R \qquad (9.2)$$

• **Chú ý:** Trọng lượng của vật là hợp lực của lực hấp dẫn do Trái Đất và lực quán tính li tâm do Trái Đất tự quay quanh mình nó $\vec{P} = m\vec{g} + \vec{F}_q$. Một cách gần đúng thì $\vec{P} \approx m\vec{g}$.

B. NHỮNG CHÚ Ý KHI GIẢI BÀI TẬP

- Trong hệ quy chiếu không quán tính, ngoài các lực tác dụng lên vật như đối với hệ quy chiếu quán tính cần phải kể thêm đến lực quán tính $\vec{F}_q = -m\vec{a}_0$ và giải bài toán trong hệ quy chiếu không quán tính bằng phương pháp động lực học giống như đã làm đối với hệ quy chiếu quán tính. Cụ thể:

+ Phương trình định luật II Niu-tơn: $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + ... + \vec{F}_q = m\vec{a}$

+ Các thành phần trên các trục tọa độ: $F_{1x} + F_{2x} + ... + F_{qx} = ma_x$;

$F_{1y} + F_{2y} + ... + F_{qy} = ma_y$.

+ Khi vật đứng yên (cân bằng): $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + ... + \vec{F}_q = \vec{0}$

- Chú ý: Cần xác định đúng chiều của $\vec{a}_0$ từ đó suy ra chiều của $\vec{F}_q$ ($\vec{F}_q$ luôn ngược chiều với $\vec{a}_0$); chú ý dấu của các đại lượng khi chiếu trên các trục tọa độ.

C. CÁC BÀI TẬP VỀ CHUYỂN ĐỘNG TRONG HỆ QUY CHIẾU KHÔNG QUÁN TÍNH

9.1. Một người nằm trong một căn phòng hình trụ, trong không gian, cách xa các thiên thể. Tính số vòng quay của phòng quanh trục trong một phút để phòng tạo cho người một trọng lượng bằng với trọng lượng của người trên mặt đất. Biết bán kính của phòng R = 1,44 m.

Bài giải

- Trong hệ quy chiếu không quán tính gắn với phòng quay, các lực tác dụng lên người gồm: phản lực $\vec{Q}$ của phòng, lực quán tính li tâm $\vec{F}_q$. Người nằm yên nên:

$$\vec{Q} + \vec{F}_q = \vec{0} \Rightarrow Q = F_q = m\omega^2 R = m4\pi^2 n^2 R$$

- Để phòng tạo cho người một trọng lượng bằng với trọng lượng của người trên mặt đất thì:

Q = P = mg

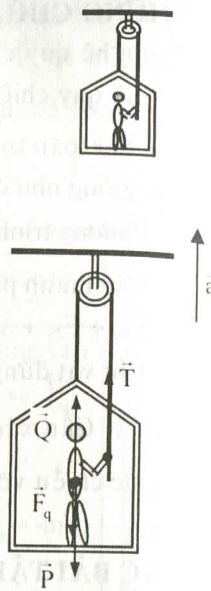
(Q = N: áp lực của người lên phòng quay chính là trọng lượng của người do phòng tạo ra)

$$\Rightarrow mg = m4\pi^2 n^2 R \Rightarrow g = 4\pi^2 n^2 R$$

$$\Rightarrow n = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{R}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{10}{1,44}} = 0,417 \text{ vòng/giây} = 25 \text{ vòng/phút}.$$

Vậy: Để phòng tạo cho người một trọng lượng bằng với trọng lượng của người trên mặt đất thì số vòng quay của phòng quanh trục của nó phải là n = 25 vòng/phút.

9.2. Cho hệ như hình vẽ, khối lượng của người 72 kg, của ghế treo 12 kg. Khi người kéo dây chuyển động đi lên, lực nén của người lên ghế là 400 N. Tính gia tốc chuyển động của ghế và người.



Bài giải

Gọi $\vec{a}$ là gia tốc của người và ghế đối với mặt đất.

- Trong hệ quy chiếu không quán tính gắn với ghế, ta có:

  + Đối với người (M): Các lực tác dụng lên người gồm: trọng lực $\vec{P}$, lực căng của dây $\vec{T}$, phản lực của ghế $\vec{Q}$, lực quán tính $\vec{F}_q$. Ta có:

$$\vec{P} + \vec{T} + \vec{Q} + \vec{F}_q = \vec{0} \quad (\vec{F}_q = -M\vec{a})$$

$$\Rightarrow -P + T + Q - Ma = 0 \quad (1)$$

$$\Rightarrow -Mg + T + Q = Ma \quad (1')$$

  + Đối với ghế (m): Các lực tác dụng lên ghế gồm: trọng lực $\vec{p}$, lực căng của dây $\vec{T'}$, áp lực (lực nén) của người lên ghế $\vec{N'}$, lực quán tính $\vec{f}_q$. Ta có:

$$\vec{p} + \vec{T'} + \vec{N'} + \vec{f}_q = \vec{0} \quad (\vec{f}_q = -m\vec{a})$$

$$\Rightarrow -p + T' - N' - ma = 0 \quad (2)$$

$$\Rightarrow -mg + T - Q = ma \quad (2')$$

- Lấy (1') trừ (2') ta được: $-(M - m)g + 2Q = (M - m)a$

$$\Rightarrow a = \frac{2Q - (M - m)g}{M - m} \quad (M = 72\text{ kg};\ m = 12\text{ kg};\ Q = N' = 400\text{ N})$$

$$\Rightarrow a = \frac{2.400 - (72 - 12).10}{72 - 12} \approx 3{,}3\text{ m/s}^2$$

Vậy: Gia tốc chuyển động của ghế và người là $a \approx 3{,}3$ m/s².

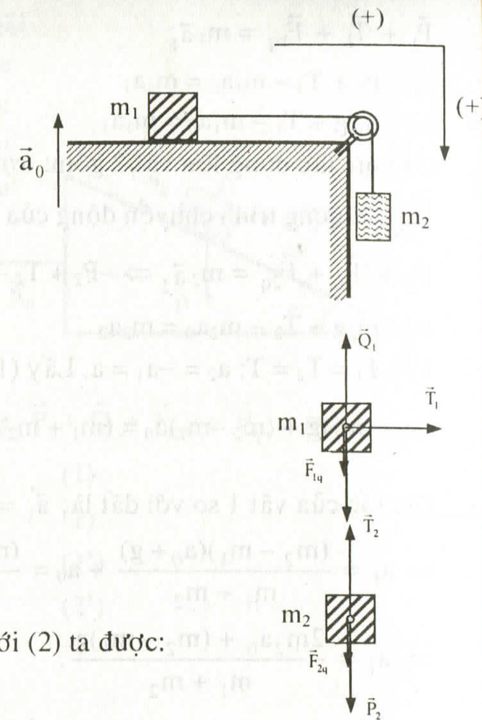
9.3. Cho hệ như hình vẽ: $m_1 = 0{,}3$ kg, $m_2 = 1{,}2$ kg, dây và ròng rọc nhẹ. Bỏ qua ma sát, $g = 10$ m/s². Bàn đi lên nhanh dần đều với gia tốc $a_0 = 5$ m/s².

Tính gia tốc của m_1 và m_2 đối với đất.

Bài giải

- Chọn hệ quy chiếu gắn với bàn.

Gọi $\vec{a}_1$, $\vec{a}_2$ là gia tốc của vật 1 và 2 đối với bàn.



- Các lực tác dụng lên vật 1 gồm: trọng lực $\vec{P}_1$, phản lực $\vec{Q}_1$, lực căng dây $\vec{T}_1$, lực quán tính $\vec{F}_{1q}$. Phương trình chuyển động của m_1 là:

$$\vec{P}_1 + \vec{Q}_1 + \vec{T}_1 + \vec{F}_{1q} = m_1\vec{a}_1$$

$$\Rightarrow T_1 = m_1a_1 \quad (1)$$

- Các lực tác dụng lên vật 2 gồm: trọng lực $\vec{P}_2$, lực căng dây $\vec{T}_2$, lực quán tính $\vec{F}_{2q}$. Phương trình chuyển động của m_2 là:

$$\vec{P}_2 + \vec{T}_2 + \vec{F}_{2q} = m_2\vec{a}_2$$

$$\Rightarrow P_2 - T_2 + m_2a_0 = m_2a_2$$

$$\Rightarrow m_2g - T_2 + m_2a_0 = m_2a_2 \quad (2)$$

- Với $T_1 = T_2 = T$; $a_1 = a_2$. Lấy (1) cộng với (2) ta được:

$$m_2g + m_2a_0 = (m_1 + m_2)a_1$$

$$\Rightarrow a_1 = a_2 = \frac{m_2(a_0 + g)}{m_1 + m_2} = \frac{1{,}2.(5 + 10)}{0{,}3 + 1{,}2} = 12\text{ m/s}^2$$

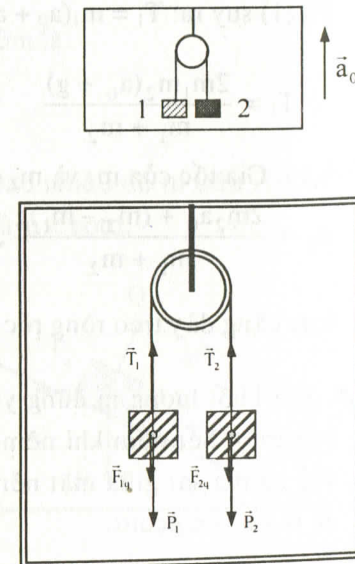
- Gia tốc của vật 1 so với đất là: $\vec{a}_1' = \vec{a}_1 + \vec{a}_0$

$$\Rightarrow a_1' = \sqrt{a_1^2 + a_0^2} = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13\text{ m/s}^2.$$

- Gia tốc của vật 2 so với đất là: $\vec{a}_2' = \vec{a}_2 + \vec{a}_0 \Rightarrow a_2' = a_2 - a_0 = 12 - 5 = 7$ m/s².

9.4. Cho hệ như hình vẽ, thang máy đi lên với gia tốc $\vec{a}_o$ hướng lên. Tính gia tốc của m_1, m_2 đối với đất và lực căng của dây treo ròng rọc.

Bài giải



- Chọn hệ quy chiếu gắn với thang máy. Gọi $\vec{a}_1$, $\vec{a}_2$ là gia tốc của vật 1 và 2 đối với thang máy.

- Các lực tác dụng lên vật 1 gồm: trọng lực $\vec{P}_1$, lực căng dây $\vec{T}_1$, lực quán tính $\vec{F}_{1q}$. Phương trình chuyển động của m_1 là:

$\vec{P}_1 + \vec{T}_1 + \vec{F}_{1q} = m_1\vec{a}_1$

$\Rightarrow -P_1 + T_1 - m_1a_0 = m_1a_1$

$\Rightarrow -m_1g + T_1 - m_1a_0 = m_1a_1$ (1)

- Các lực tác dụng lên vật 2 gồm: trọng lực $\vec{P}_2$, lực căng dây $\vec{T}_2$, lực quán tính $\vec{F}_{2q}$. Phương trình chuyển động của m_2 là:

$\vec{P}_2 + \vec{T}_2 + \vec{F}_{2q} = m_2\vec{a}_2 \Rightarrow -P_2 + T_2 - m_2a_0 = m_2a_2$

$\Rightarrow -m_2g + T_2 - m_2a_0 = m_2a_2$ (2)

- Với $T_1 = T_2 = T$; $a_2 = -a_1 = a$. Lấy (1) trừ với (2) ta được:

$(m_2 - m_1)g + (m_2 - m_1)a_0 = (m_1 + m_2)a \Rightarrow a = \dfrac{(m_2 - m_1)(a_0 + g)}{m_1 + m_2}$

- Gia tốc của vật 1 so với đất là: $\vec{a}_1' = \vec{a}_1 + \vec{a}_0 \Rightarrow a_1' = a + a_0$

$\Rightarrow a_1' = \dfrac{(m_2 - m_1)(a_0 + g)}{m_1 + m_2} + a_0 = \dfrac{(m_2 - m_1)(a_0 + g) + (m_1 + m_2)a_0}{m_1 + m_2}$

$\Rightarrow a_1' = \dfrac{2m_2a_0 + (m_2 - m_1)g}{m_1 + m_2}$.

- Gia tốc của vật 2 so với đất là: $\vec{a}_2' = \vec{a}_2 + \vec{a}_0 \Rightarrow a_2' = -a + a_0$

$\Rightarrow a_2' = -\dfrac{(m_2 - m_1)(a_0 + g)}{m_1 + m_2} + a_0 = \dfrac{-(m_2 - m_1)(a_0 + g) + (m_1 + m_2)a_0}{m_1 + m_2}$

$\Rightarrow a_2' = \dfrac{2m_1a_0 - (m_2 - m_1)g}{m_1 + m_2}$.

- Từ (1) suy ra: $T_1 = m_1(a_0 + a_1 + g) = m_1\left(\dfrac{2m_2a_0 + (m_2 - m_1)g}{m_1 + m_2} + g\right)$

$\Rightarrow T_1 = \dfrac{2m_1m_2(a_0 + g)}{m_1 + m_2}$.

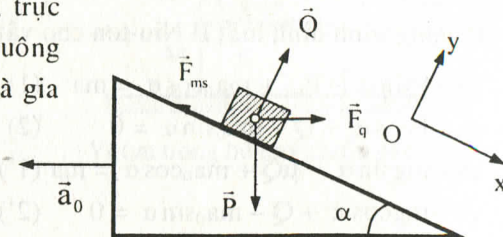
Vậy: Gia tốc của m_1 và m_2 đối với đất là:

$a_1' = \dfrac{2m_2a_0 + (m_2 - m_1)g}{m_1 + m_2}$, $a_2' = \dfrac{2m_1a_0 - (m_2 - m_1)g}{m_1 + m_2}$;

Lực căng dây treo ròng rọc là: $T = T_1 = \dfrac{2m_1m_2(a_0 + g)}{m_1 + m_2}$

9.5. Vật khối lượng m đứng yên ở đỉnh một cái nêm nhờ ma sát. Tìm thời gian vật trượt hết nêm khi nêm chuyển động nhanh dần sang trái với gia tốc a_0. Hệ số ma sát giữa mặt nêm và m là μ, chiều dài mặt nêm là l, góc nghiêng là α và $a_0 < g\cot\alpha$.

Bài giải



- Chọn hệ quy chiếu gắn với nêm: gốc tọa độ O tại một điểm trên nêm, trục Ox trùng với mặt nêm, trục Oy vuông góc với mặt nêm (hình vẽ). Gọi a là gia tốc của vật so với nêm.
- Các lực tác dụng lên vật: trọng lực $\vec{P}$, phản lực $\vec{Q}$, lực ma sát $\vec{F}_{ms}$, lực quán tính $\vec{F}_q$ (hình vẽ).
- Phương trình định luật II Niu-tơn cho vật: $\vec{P} + \vec{Q} + \vec{F}_{ms} + \vec{F}_q = m\vec{a}$

$\Rightarrow P\sin\alpha - F_{ms} + ma_0\cos\alpha = ma$ (1)

và $-P\cos\alpha + Q + ma_0\sin\alpha = 0$ (2)

$\Rightarrow mg\sin\alpha - \mu Q + ma_0\cos\alpha = ma$ (1')

và $-mg\cos\alpha + Q + ma_0\sin\alpha = 0$ (2')

- Từ (2') suy ra: $Q = m(g\cos\alpha - a_0\sin\alpha)$.
- Thay giá trị của Q vào (1') ta được:

$mg\sin\alpha - \mu m(g\cos\alpha - a_0\sin\alpha) + ma_0\cos\alpha = ma$

$\Rightarrow a = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha) + a_0(\cos\alpha + \mu\sin\alpha)$

- Khi vật trượt hết nêm thì: $s = l = \dfrac{1}{2}at^2 \Rightarrow t = \sqrt{\dfrac{2l}{a}}$.

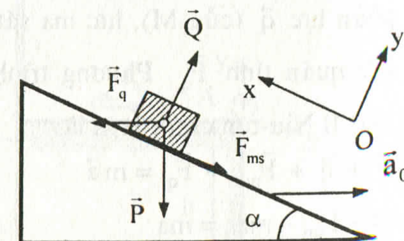
$\Rightarrow t = \sqrt{\dfrac{2l}{a}} = \sqrt{\dfrac{2l}{g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha) + a_0(\cos\alpha + \mu\sin\alpha)}}$.

Vậy: Thời gian để vật trượt hết chiều dài của nêm là:

$t = \sqrt{\dfrac{2l}{g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha) + a_0(\cos\alpha + \mu\sin\alpha)}}$.

9.6. Nêm A phải chuyển động ngang với gia tốc bao nhiêu để m trên A chuyển động lên trên? Biết hệ số ma sát giữa m và A là $\mu < \cot\alpha$.

Bài giải



- Chọn hệ quy chiếu gắn với nêm: gốc tọa độ O tại một điểm trên nêm, trục Ox trùng với mặt nêm, trục Oy vuông góc với mặt nêm (hình vẽ). Gọi a là gia tốc của vật so với nêm; a_0 là gia tốc của nêm so với mặt đất.

- Các lực tác dụng lên vật: trọng lực $\vec{P}$, phản lực $\vec{Q}$, lực ma sát $\vec{F}_{ms}$, lực quán tính $\vec{F}_q$ (hình vẽ).
- Phương trình định luật II Niu-tơn cho vật: $\vec{P} + \vec{Q} + \vec{F}_{ms} + \vec{F}_q = m\vec{a}$

$\Rightarrow -P\sin\alpha - F_{ms} + ma_0\cos\alpha = ma$ (1)

và $-P\cos\alpha + Q - ma_0\sin\alpha = 0$ (2)

$\Rightarrow -mg\sin\alpha - \mu Q + ma_0\cos\alpha = ma$ (1')

và $-mg\cos\alpha + Q - ma_0\sin\alpha = 0$ (2')

- Từ (2') suy ra: $Q = m(g\cos\alpha + a_0\sin\alpha)$.
- Thay giá trị của Q vào (1') ta được:

$-mg\sin\alpha - \mu m(g\cos\alpha + a_0\sin\alpha) + ma_0\cos\alpha = ma$

$\Rightarrow a = -g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha) + a_0(\cos\alpha - \mu\sin\alpha)$

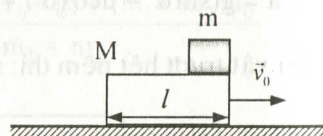
- Để vật chuyển động lên phía trên thì: $a \geq 0$.

$\Rightarrow -g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha) + a_0(\cos\alpha - \mu\sin\alpha) \geq 0$

$$\Rightarrow a_0 \geq \frac{\sin\alpha + \mu\cos\alpha}{\cos\alpha - \mu\sin\alpha}g$$

Vậy: Để vật chuyển động lên phía trên thì nêm phải chuyển động theo phương ngang với gia tốc $a_0 \geq \frac{\sin\alpha + \mu\cos\alpha}{\cos\alpha - \mu\sin\alpha}g$.

9.7. Cho hệ như hình vẽ, mặt sàn nhẵn, hệ số ma sát giữa m và M là μ. Hỏi phải truyền cho M một vận tốc ban đầu v_0 bao nhiêu để m có thể rời khỏi M ?



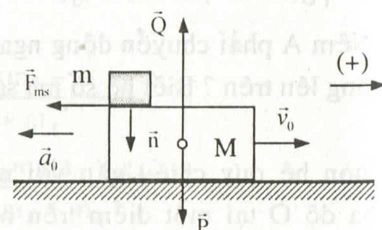
Bài giải

- Trong hệ quy chiếu gắn với mặt đất, M chuyển động chậm dần đều với gia tốc: $a_0 = -\frac{F_{ms}}{M} = -\frac{\mu mg}{M}$ (1)
- Trong hệ quy chiếu gắn với M, các lực tác dụng lên m gồm: trọng lực $\vec{p}$, phản lực $\vec{q}$ (của M), lực ma sát $\vec{F}_{ms}$, lực quán tính $\vec{F}_q$. Phương trình định luật II Niu-tơn cho vật m là:

$\vec{p} + \vec{q} + \vec{F}_{ms} + \vec{F}_q = m\vec{a}$

$\Rightarrow -F_{ms} - ma_0 = ma$

$\Rightarrow -\mu mg - ma_0 = ma$



Vật M trong hệ quy chiếu gắn với mặt đất

$\Rightarrow a = -\mu g(1 + \frac{m}{M})$ (2)

Vật m trong hệ quy chiếu gắn với M

- Để m có thể rời khỏi M thì: $s \geq l$.

với $s = \frac{-v_0^2}{2a} = \frac{v_0^2}{2\mu g(1 + \frac{m}{M})} \geq l$.

$\Rightarrow v_0 \geq \sqrt{2\mu gl(1 + \frac{m}{M})}$

Vậy: Phải truyền cho nêm một vận tốc ban đầu $v_0 \geq \sqrt{2\mu gl(1 + \frac{m}{M})}$ để m có thể rời khỏi M.

9.8. Trong một tàu khối lượng M = 2000 kg đứng yên có một hòn bi nằm yên trên mặt bàn nằm ngang gắn với toa tàu và cao hơn sàn toa 1,25 m. Toa tàu bắt đầu chạy thì hòn bi lăn không ma sát trên mặt bàn được 50 cm rồi rơi xuống sàn toa cách mép bàn theo phương ngang 78 cm.

Tính lực kéo toa tàu. Bỏ qua ma sát cản chuyển động của tàu.

Bài giải

- Chọn hệ quy chiếu gắn với toa tàu. Gọi a_0 là gia tốc của toa tàu so với mặt đất, A là mép bàn. Chuyển động của hòn bi được chia làm hai giai đoạn:

+ trên mặt bàn: hòn bi chuyển động nhanh dần đều dưới tác dụng của lực quán tính $\vec{F}_q$, với:

$v_A = \sqrt{2as} = \sqrt{2a.0,5} = \sqrt{a}$ (1)

+ khi rời khỏi mép bàn: hòn bi chuyển động cong, với:

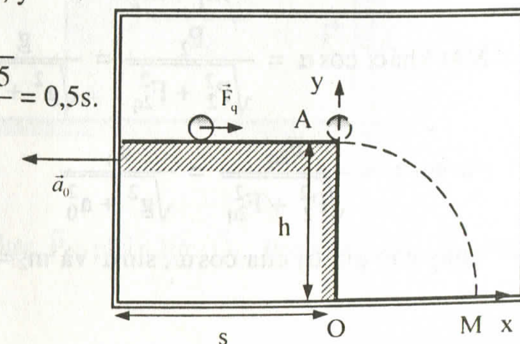
- theo phương Ox: $x = v_At + \frac{1}{2}at^2$ (2)
- theo phương Oy: $y = h - \frac{1}{2}gt^2$ (3)

- Khi chạm sàn toa, $x = x_M = 0,78$ m; y = 0.
- Từ (3) suy ra:

$h - \frac{1}{2}gt^2 = 0 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2.1,25}{10}} = 0,5s.$

- Thay giá trị của t và x vào (2) ta được: $0,78 = \sqrt{a}.0,5 + \frac{1}{2}a.0,5^2$

$\Rightarrow 0,125a + 0,5\sqrt{a} - 0,78 = 0$



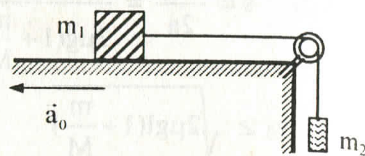
Đặt $\sqrt{a} = z \Rightarrow 0,125z^2 + 0,5z - 0,78 = 0$

$\Rightarrow z = 1,2 \Rightarrow a = z^2 = 1,2^2 = 1,44$ m/s².

và F = Ma = 2000.1,44 = 2880 N.

Vậy: Lực kéo toa tàu là F = 2880 N.

9.9. Cho hệ như hình vẽ, hệ số ma sát giữa m_1 và mặt bàn là μ và hai vật chuyển động đều. Tìm gia tốc của m_1 đối với đất khi bàn chuyển động với gia tốc $\vec{a}_0$ hướng sang trái.



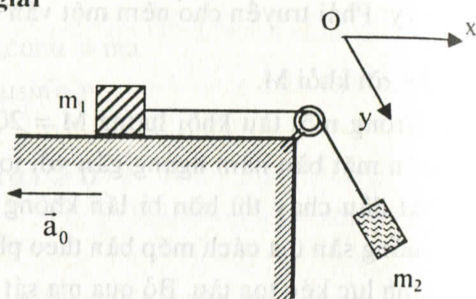
Bài giải

- Khi bàn chưa chuyển động, các vật chuyển động đều nên:

$\vec{P}_2 + \vec{F}_{ms1} = \vec{0}$

$\Rightarrow m_2g - \mu m_1g = 0$

$\Rightarrow m_2 = \mu m_1$ (1)



- Khi bàn chuyển động với gia tốc $\vec{a}_0$ hướng sang trái, chọn hệ quy chiếu gắn với bàn. Gọi $\vec{a}_1$, $\vec{a}_2$ là gia tốc của m_1 và m_2 đối với bàn, ta có:

+ vật 1: $\vec{P}_1 + \vec{Q}_1 + \vec{T}_1 + \vec{F}_{ms1} + \vec{F}_{1qt} = m_1\vec{a}_1$

$\Rightarrow T_1 - \mu m_1g + m_1a_0 = m_1a_1$ (2)

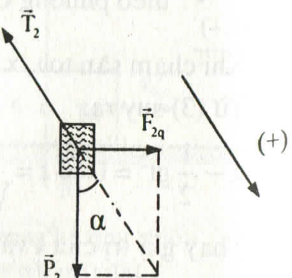
+ vật 2: $\vec{P}_2 + \vec{T}_2 + \vec{F}_{2qt} = m_2\vec{a}_2$

$\Rightarrow m_2g\cos\alpha - T_2 + m_2a_0\sin\alpha = m_2a_2$ (3)

- Lấy (2) cộng với (3) với chú ý: $T_1 = T_2$, $a_1 = a_2 = a$ ta được:

$m_1a_0 + m_2g\cos\alpha + m_2a_0\sin\alpha - \mu m_1g = (m_1 + m_2)a$

$$\Rightarrow a = \frac{m_1a_0 + m_2g\cos\alpha + m_2a_0\sin\alpha - \mu m_1g}{m_1 + m_2} \quad (4)$$



- Mặt khác: $\cos\alpha = \dfrac{P_2}{\sqrt{P_2^2 + F_{2q}^2}} = \dfrac{g}{\sqrt{g^2 + a_0^2}}$

và $\sin\alpha = \dfrac{F_{2q}}{\sqrt{P_2^2 + F_{2q}^2}} = \dfrac{a_0}{\sqrt{g^2 + a_0^2}}$

- Thay các giá trị của cosα, sinα và $m_2 = \mu m_1$ vào (4) ta được:

$$a = \frac{m_1a_0 + \mu m_1g.\dfrac{g}{\sqrt{g^2 + a_0^2}} + \mu m_1a_0.\dfrac{a_0}{\sqrt{g^2 + a_0^2}} - \mu m_1g}{m_1 + \mu m_1}$$

$$\Rightarrow a = \frac{a_0 + \mu.\dfrac{g^2 + a_0^2}{\sqrt{g^2 + a_0^2}} - \mu g}{1 + \mu} = \frac{\mu\sqrt{g^2 + a_0^2} + a_0 - \mu g}{1 + \mu}$$

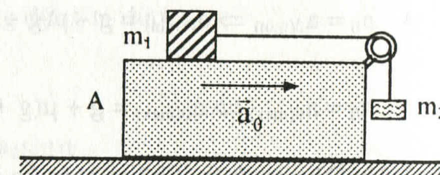
- Gia tốc của m_1 đối với đất là: $\vec{a}_1' = \vec{a} + \vec{a}_0 \Rightarrow a_1' = a - a_0$.

$$\Rightarrow a_1' = \frac{\mu\sqrt{g^2 + a_0^2} + a_0 - \mu g}{1 + \mu} - a_0 = \frac{\mu\sqrt{g^2 + a_0^2} + a_0 - \mu g - a_0 - \mu a_0}{1 + \mu}$$

$$\Rightarrow a_1' = \frac{\mu(\sqrt{g^2 + a_0^2} - g - a_0)}{1 + \mu}$$

Vậy: Gia tốc của m_1 đối với đất là: $a_1' = \dfrac{\mu(\sqrt{g^2 + a_0^2} - g - a_0)}{1 + \mu}$.

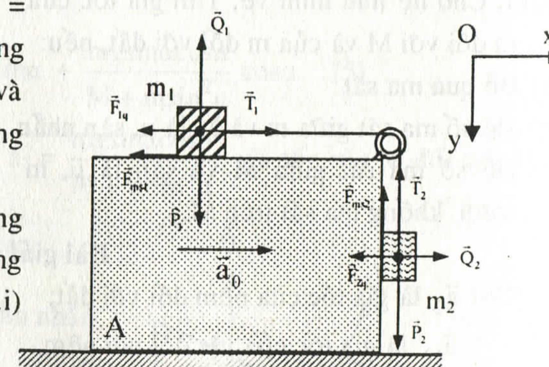
9.10. Cho hệ như hình vẽ. Biết $m_1 = m_2$, hệ số ma sát giữa A và m_1, m_2 là μ < 1. Hỏi A phải di chuyển theo phương ngang, hướng nào, gia tốc a_0 tối thiểu, tối đa là bao nhiêu để m_1 và m_2 không chuyển động đối với A?



Bài giải

- Vì $P_2 = m_2g > F_{ms1} = \mu m_1g$ ($m_1 = m_2$; μ < 1) nên m_2 có xu hướng chuyển động xuống phía dưới và m_1 có xu hướng chuyển động sang phải.

- Để m_1 và m_2 không chuyển động đối với A thì A phải chuyển động cùng chiều đối với m_1 (sang phải) với gia tốc $\vec{a}_0$.



- Xét hệ quy chiếu gắn với A.

Ta có:

+ vật 1: Các lực tác dụng: trọng lực $\vec{P}_1$, phản lực $\vec{Q}_1$, lực căng dây $\vec{T}_1$, lực ma sát $\vec{F}_{ms1}$, lực quán tính $\vec{F}_{1q}$:

$\vec{P}_1 + \vec{Q}_1 + \vec{T}_1 + \vec{F}_{ms1} + \vec{F}_{1q} = \vec{0}$

$\Rightarrow T_1 - F_{ms1} - m_1a_0 = 0$ (1)

+ vật 2: Các lực tác dụng: trọng lực $\vec{P}_2$, lực căng dây $\vec{T}_2$, phản lực $\vec{Q}_2$, lực ma sát $\vec{F}_{ms2}$, lực quán tính $\vec{F}_{2q}$:

$\vec{P}_2 + \vec{T}_2 + \vec{Q}_2 + \vec{F}_{ms2} + \vec{F}_{2q} = \vec{0}$

$\Rightarrow P_2 - T_2 - F_{ms2} = 0$ (2)

và $Q_2 - m_2a_0 = 0$ (3)

- Lấy (1) cộng với (2) và chú ý: $m_1 = m_2 = m$; $a_1 = a_2 = a$; $T_1 = T_2 = T$; $N_2 = Q_2 = m_2a_0 = ma_0$ ta được:

$(T_1 - F_{ms1} - m_1a_0) + (P_2 - T_2 - F_{ms2}) = 0$

$\Rightarrow mg - F_{ms1} - F_{ms2} - ma_0 = 0$

$\Rightarrow a_0 = g - \dfrac{F_{ms1} + F_{ms2}}{m} = g - \dfrac{\mu mg + \mu Q_2}{m} = g - \mu(g + a_0)$ (4)

- Từ (4) ta thấy:

+ $a_0 = a_{0(min)} \Rightarrow a_{0(min)} = g - \mu(g + a_{0(min)}) \Rightarrow a_{0(min)} = \dfrac{1-\mu}{1+\mu}g.$

+ $a_0 = a_{0(max)} \Rightarrow a_{0(max)} = g + \mu(g + a_{0(max)}) \Rightarrow a_{0(max)} = \dfrac{1+\mu}{1-\mu}g.$

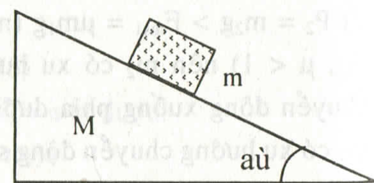
Vậy: Để m_1 và m_2 không chuyển động đối với A thì A phải chuyển động sang phải với gia tốc a_0 thỏa mãn: $\dfrac{1-\mu}{1+\mu}g \le a_0 \le \dfrac{1+\mu}{1-\mu}g.$

9.11. Cho hệ như hình vẽ. Tìm gia tốc của m đối với M và của m đối với đất, nếu:

a) Bỏ qua ma sát.

b) Hệ số ma sát giữa m và M là μ, sàn nhẵn.

c) Hệ số ma sát giữa M và sàn là μ, m trượt không ma sát trên M.



Bài giải

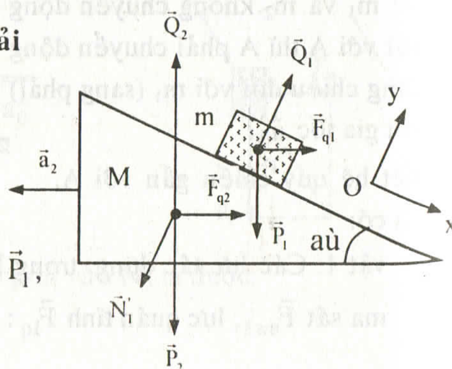
Gọi $\vec{a}_2$ là gia tốc của nêm đối với đất;

$\vec{a}_{12}$ là gia tốc của vật đối với nêm.

a) Bỏ qua ma sát

- Chọn hệ quy chiếu gắn với nêm:

+ các lực tác dụng lên m: trọng lực $\vec{P}_1$, phản lực $\vec{Q}_1$, lực quán tính $\vec{F}_{q1}$.



+ các lực tác dụng lên nêm: trọng lực $\vec{P}_2$, phản lực $\vec{Q}_2$, áp lực $\vec{N}_1'$, lực quán tính $\vec{F}_{q2}$.

Các phương trình định luật II Niu-tơn cho m và M trong hệ quy chiếu gắn với nêm:

$\vec{P}_1 + \vec{Q}_1 + \vec{F}_{q1} = m\vec{a}_{12}$ (1)

$\vec{P}_2 + \vec{Q}_2 + \vec{N}_1' + \vec{F}_{q2} = \vec{0}$ (2)

- Chiếu (1) lên các trục Ox và Oy ta được:

$mg\sin\alpha + F_{q1}\cos\alpha = ma_{12}$ (1')

$Q_1 - mg\cos\alpha + F_{q1}\sin\alpha = 0$ (1")

- Từ (1") suy ra: $Q_1 = mg\cos\alpha - F_{q1}\sin\alpha = mg\cos\alpha - ma_2\sin\alpha$

- Từ (1') suy ra:

$a_{12} = \dfrac{mg\sin\alpha + F_{q1}\cos\alpha}{m} = \dfrac{mg\sin\alpha + ma_2\cos\alpha}{m} \Rightarrow a_{12} = \dfrac{mg\sin\alpha + ma_2\cos\alpha}{m}$

$\Rightarrow a_{12} = g\sin\alpha + a_2\cos\alpha$ (3)

- Chiếu (2) lên các trục nằm ngang và thẳng đứng ta được:

$N'_1\sin\alpha - F_{q2} = 0$ (2')

$-Mg + Q_2 - N'_1\cos\alpha = 0$ (2")

với: $F_{q2} = Ma_2$; $N'_1 = Q_1 = mg\cos\alpha - ma_2\sin\alpha$.

- Thay vào (2') ta được:

$(mg\cos\alpha - ma_2\sin\alpha)\sin\alpha - Ma_2 = 0$

$\Rightarrow a_2 = \dfrac{mg\sin\alpha\cos\alpha}{M + m\sin^2\alpha}$ (4)

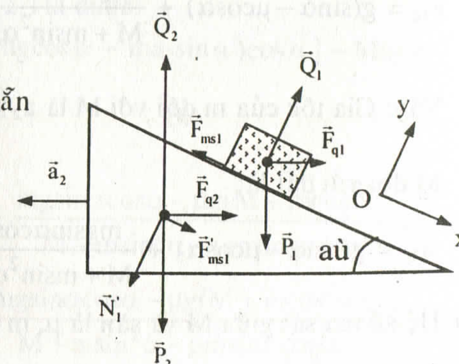
- Thay (4) vào (3) ta được: $a_{12} = g\sin\alpha + \dfrac{mg\sin\alpha\cos\alpha}{M + m\sin^2\alpha}\cos\alpha$ (5)

Vậy: Gia tốc của m đối với M là $a_2 = \dfrac{mg\sin\alpha\cos\alpha}{M + m\sin^2\alpha}$, gia tốc của M đối với đất là: $a_{12} = g\sin\alpha + \dfrac{mg\sin\alpha\cos\alpha}{M + m\sin^2\alpha}\cos\alpha$.

b) Hệ số ma sát giữa m và M là μ, sàn nhẵn

- Chọn hệ quy chiếu gắn với nêm:

+ các lực tác dụng lên m: trọng lực $\vec{P}_1$, phản lực $\vec{Q}_1$, lực ma sát $\vec{F}_{ms1}$, lực quán tính $\vec{F}_{q1}$.



+ các lực tác dụng lên nêm: trọng lực $\vec{P}_2$, phản lực $\vec{Q}_2$, lực ma sát $\vec{F'}_{ms1}$, áp lực $\vec{N'}_1$, lực quán tính $\vec{F}_{q2}$.

- Các phương trình định luật II Niu-tơn cho m và M trong hệ quy chiếu gắn với nêm:

$$\vec{P}_1 + \vec{Q}_1 + \vec{F}_{ms1} + \vec{F}_{q1} = m\vec{a}_{12} \qquad (1)$$

$$\vec{P}_2 + \vec{Q}_2 + \vec{F'}_{ms1} + \vec{N'}_1 + \vec{F}_{q2} = \vec{0} \qquad (2)$$

- Chiếu (1) lên các trục Ox và Oy ta được:

$$mg\sin\alpha - F_{ms1} + F_{q1}\cos\alpha = ma_{12} \qquad (1')$$

$$Q_1 - mg\cos\alpha + F_{q1}\sin\alpha = 0 \qquad (1'')$$

- Từ (1'') suy ra: $Q_1 = mg\cos\alpha - F_{q1}\sin\alpha = mg\cos\alpha - ma_2\sin\alpha$

- Từ (1') suy ra: $a_{12} = \dfrac{mg\sin\alpha + F_{q1}\cos\alpha - F_{ms1}}{m} = \dfrac{mg\sin\alpha + ma_2\cos\alpha - \mu Q_1}{m}$

$$\Rightarrow a_{12} = \frac{mg\sin\alpha + ma_2\cos\alpha - \mu(mg\cos\alpha - ma_2\sin\alpha)}{m}$$

$$\Rightarrow a_{12} = g(\sin\varepsilon - \mu\cos\alpha) + a_2(\cos\alpha + \mu\sin\alpha) \qquad (3)$$

- Chiếu (2) lên các trục nằm ngang và thẳng đứng ta được:

$$N'_1\sin\alpha - F'_{ms1}\cos\alpha - F_{q2} = 0 \qquad (2')$$

$$-Mg + Q_2 - N'_1\cos\alpha - F'_{ms1}\sin\alpha = 0 \qquad (2'')$$

với: $F_{q2} = Ma_2$; $N'_1 = Q_1 = mg\cos\alpha - ma_2\sin\alpha$;

$F'_{ms1} = F_{ms1} = \mu(mg\cos\alpha - ma_2\sin\alpha)$.

- Thay vào (2') ta được:

$$(mg\cos\alpha - ma_2\sin\alpha)\sin\alpha - Ma_2 - \mu(mg\cos\alpha - ma_2\sin\alpha)\cos\alpha = 0$$

$$\Rightarrow a_2 = \frac{mg\sin\alpha\cos\alpha - \mu mg\cos^2\alpha}{M + m\sin^2\alpha - \mu m\sin\alpha\cos\alpha} \qquad (4)$$

- Thay (4) vào (3) ta được:

$$a_{12} = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha) + \frac{mg\sin\alpha\cos\alpha - \mu mg\cos^2\alpha}{M + m\sin^2\alpha - \mu m\sin\alpha\cos\alpha}.(\cos\alpha + \mu\sin\alpha) \qquad (5)$$

Vậy: Gia tốc của m đối với M là $a_2 = \dfrac{mg\sin\alpha\cos\alpha - \mu mg\cos^2\alpha}{M + m\sin^2\alpha - \mu m\sin\alpha\cos\alpha}$, gia tốc của M đối với đất là:

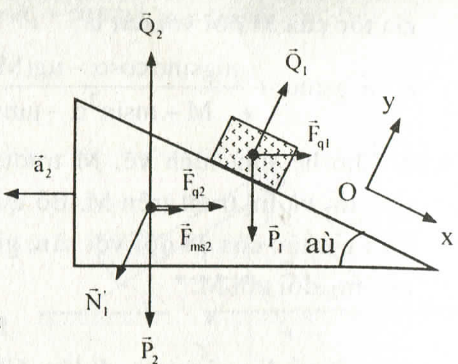
$$a_{12} = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha) + \frac{mg\sin\alpha\cos\alpha - \mu mg\cos^2\alpha}{M + m\sin^2\alpha - \mu m\sin\alpha\cos\alpha}.(\cos\alpha + \mu\sin\alpha)$$

c) Hệ số ma sát giữa M và sàn là μ, m trượt không ma sát trên M

- Chọn hệ quy chiếu gắn với nêm:

+ các lực tác dụng lên m: trọng lực $\vec{P}_1$, phản lực $\vec{Q}_1$, lực quán tính $\vec{F}_{q1}$.

+ các lực tác dụng lên nêm: trọng lực $\vec{P}_2$, phản lực $\vec{Q}_2$, lực ma sát $\vec{F}_{ms2}$, áp lực $\vec{N}_1$, lực quán tính $\vec{F}_{q2}$.



- Các phương trình định luật II Niu-tơn cho m và M trong hệ quy chiếu gắn với nêm:

$$\vec{P}_1 + \vec{Q}_1 + \vec{F}_{q1} = m\vec{a}_{12} \qquad (1)$$

$$\vec{P}_2 + \vec{Q}_2 + \vec{F}_{ms2} + \vec{N}_1 + \vec{F}_{q2} = \vec{0} \qquad (2)$$

- Chiếu (1) lên các trục Ox và Oy ta được:

$$mg\sin\alpha + F_{q1}\cos\alpha = ma_{12} \qquad (1')$$

$$Q_1 - mg\cos\alpha + F_{q1}\sin\alpha = 0 \qquad (1'')$$

- Từ (1'') suy ra: $Q_1 = mg\cos\alpha - F_{q1}\sin\alpha = mg\cos\alpha - ma_2\sin\alpha$

- Từ (1') suy ra: $a_{12} = \dfrac{mg\sin\alpha + F_{q1}\cos\alpha}{m} = \dfrac{mg\sin\alpha + ma_2\cos\alpha}{m}$

$$\Rightarrow a_{12} = g\sin\alpha + a_2\cos\alpha \qquad (3)$$

- Chiếu (2) lên các trục nằm ngang và thẳng đứng ta được:

$$N'_1\sin\alpha - F_{ms2} - F_{q2} = 0 \qquad (2')$$

$$-Mg + Q_2 - N'_1\cos\alpha = 0 \qquad (2'')$$

với: $F_{q2} = Ma_2$; $F_{ms2} = \mu(mg\cos\alpha - ma_2\sin\alpha)$; $N'_1 = Q_1 = mg\cos\alpha - ma_2\sin\alpha$.

- Thay vào (2'') ta được: $-Mg + Q_2 - (mg\cos\alpha - ma_2\sin\alpha)\cos\alpha = 0$

$\Rightarrow Q_2 = Mg + (mg\cos\alpha - ma_2\sin\alpha)\cos\alpha$

$\Rightarrow F_{ms2} = \mu N_2 = \mu Q_2 = \mu[Mg + (mg\cos\alpha - ma_2\sin\alpha)\cos\alpha]$

- Thay các giá trị của N'_1, F_{ms2}, F_{q2} vào (2') ta được:

$$(mg\cos\alpha - ma_2\sin\alpha)\sin\alpha - \mu[Mg + (mg\cos\alpha - ma_2\sin\alpha)\cos\alpha] - Ma_2 = 0$$

$$\Rightarrow a_2 = \frac{mg\sin\alpha\cos\alpha - \mu g(M + m\cos^2\alpha)}{M + m\sin^2\alpha - \mu m\sin\alpha\cos\alpha} \qquad (4)$$

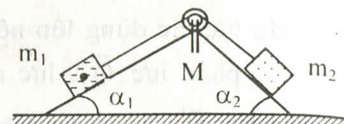
- Thay (4) vào (3) ta được: $a_{12} = g\sin\alpha + \dfrac{mg\sin\alpha\cos\alpha - \mu g(M + m\cos^2\alpha)}{M + m\sin^2\alpha - \mu m\sin\alpha\cos\alpha}.\cos\alpha$

Vậy: Gia tốc của m đối với M là $a_2 = \dfrac{mg\sin\alpha\cos\alpha - \mu g(M + m\cos^2\alpha)}{M + m\sin^2\alpha - \mu m\sin\alpha\cos\alpha}$,

gia tốc của M đối với đất là:

$$a_{12} = g\sin\alpha + \frac{mg\sin\alpha\cos\alpha - \mu g(M + m\cos^2\alpha)}{M + m\sin^2\alpha - \mu m\sin\alpha\cos\alpha}\cos\alpha .$$

9.12. Cho hệ như hình vẽ, M trượt trên mặt sàn, m_1 và m_2 trượt trên M. Bỏ qua ma sát. Tìm gia tốc của M đối với sàn, gia tốc của m_1, m_2 đối với M.



Bài giải

- Giả sử m_1 đi xuống, m_2 đi lên. Chọn hệ quy chiếu gắn với M, các hệ tọa độ $O_1x_1y_1$ và $O_2x_2y_2$ như hình vẽ. Gọi $\vec{a}_0$ là gia tốc của M, $\vec{a}$ là gia tốc của hệ m_1 và m_2 đối với M.
- Các lực tác dụng vào m_1 là trọng lực $\vec{P}_1$, phản lực $\vec{Q}_1$, lực căng dây $\vec{T}_1$, lực quán tính $\vec{F}_{q1}$; các lực tác dụng vào m_2 là trọng lực $\vec{P}_2$, phản lực $\vec{Q}_2$, lực căng dây $\vec{T}_2$, lực quán tính $\vec{F}_{q2}$ (với $T_1 = T_2 = T$).
- Phương trình định luật II Niu-tơn cho hai vật m_1 và m_2 là:

$$\vec{P}_1 + \vec{Q}_1 + \vec{T}_1 + \vec{F}_{q1} = m_1\vec{a} \quad (1)$$

$$\vec{P}_2 + \vec{Q}_2 + \vec{T}_2 + \vec{F}_{q2} = m_2\vec{a} \quad (2)$$

- Chiếu (1) và (2) lên chiều dương đã chọn ta được:

$$P_1\sin\alpha_1 - T + F_{q1}\cos\alpha_1 = m_1a \quad (1')$$

$$Q_1 - P_1\cos\alpha_1 + F_{q1}\sin\alpha_1 = 0 \quad (1'')$$

$$-P_2\sin\alpha_2 + T + F_{q2}\cos\alpha_2 = m_2a \quad (2')$$

$$Q_2 - P_2\cos\alpha_2 - F_{q2}\sin\alpha_2 = 0 \quad (2'')$$

- Từ (1') và (2') suy ra:

$$m_1g\sin\alpha_1 - m_2g\sin\alpha_2 + m_1a_0\cos\alpha_1 + m_2a_0\cos\alpha_2 = (m_1 + m_2)a$$

$$\Rightarrow a = \frac{g(m_1\sin\alpha_1 - m_2\sin\alpha_2) + a_0(m_1\cos\alpha_1 + m_2\cos\alpha_2)}{m_1 + m_2} \quad (3)$$

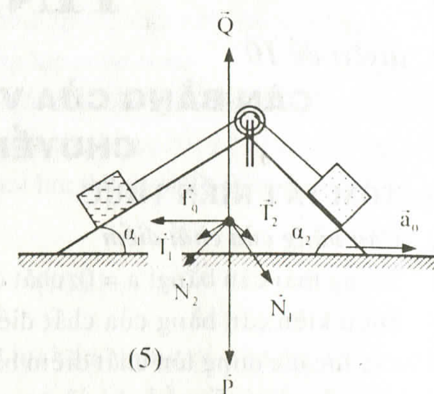
và $m_1g\sin\alpha_1 + m_2g\sin\alpha_2 - 2T + m_1a_0\cos\alpha_1 - m_2a_0\cos\alpha_2 = (m_1 - m_2)a$

$$\Rightarrow T = \frac{m_1g\sin\alpha_1 + m_2g\sin\alpha_2 + m_1a_0\cos\alpha_1 - m_2a_0\cos\alpha_2 - (m_1 - m_2)a}{2} =$$

$$\frac{[g(m_1\sin\alpha_1 + m_2\sin\alpha_2) + a_0(m_1\cos\alpha_1 - m_2\cos\alpha_2)] - \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}[g(m_1\sin\alpha_1 - m_2\sin\alpha_2) + a_0(m_1\cos\alpha_1 + m_2\cos\alpha_2)]}{2}$$

$$\Rightarrow T = \frac{m_1m_2}{m_1 + m_2}[g(\sin\alpha_1 + \sin\alpha_2) + a_0(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2)] \quad (4)$$

- Các lực tác dụng lên M là: trọng lực $\vec{P}$, phản lực $\vec{Q}$; các áp lực $\vec{N}_1$, $\vec{N}_2$; các lực căng dây $\vec{T}_1'$, $\vec{T}_2'$ (với $T_1' = T_2' = T$); lực quán tính $\vec{F}_q$



- Phương trình định luật II Niu-tơn cho M:

$$\vec{P} + \vec{Q} + \vec{N}_1 + \vec{N}_2 + \vec{T}_1' + \vec{T}_2' + \vec{F}_q = 0 \quad (5)$$

- Chiếu (4) lên chiều chuyển động của M ta được:

$$-N_1\sin\alpha_1 + N_2\sin\alpha_2 + T\cos\alpha_1 - T\cos\alpha_2 - Ma_0 = 0 \quad (6)$$

- Từ (1'') và (2'') suy ra:

$$N_1 = Q_1 = P_1\cos\alpha_1 - F_{q1}\sin\alpha_1 = m_1g\cos\alpha_1 - m_1a_0\sin\alpha_1 = m_1(g\cos\alpha_1 - a_0\sin\alpha_1)$$

$$N_2 = Q_2 = P_2\cos\alpha_2 + F_{q2}\sin\alpha_2 = m_2g\cos\alpha_2 + m_2a_0\sin\alpha_2 = m_2(g\cos\alpha_2 + a_0\sin\alpha_2)$$

- Thay N_1, N_2 vào (6) ta được:

$$-m_1(g\cos\alpha_1 - a_0\sin\alpha_1)\sin\alpha_1 + m_2(g\cos\alpha_2 + a_0\sin\alpha_2)\sin\alpha_2 + T(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2) - Ma_0 = 0$$

$$\Rightarrow a_0 = \frac{-m_1(g\cos\alpha_1 - a_0\sin\alpha_1)\sin\alpha_1 + m_2(g\cos\alpha_2 + a_0\sin\alpha_2)\sin\alpha_2 + T(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2)}{M}$$

- Thay $T = \frac{m_1m_2}{m_1 + m_2}[g(\sin\alpha_1 + \sin\alpha_2) + a_0(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2)]$ và biến đổi ta được:

$$a_0 = \frac{(m_1\sin\alpha_1 - m_2\sin\alpha_2)(m_1\cos\alpha_1 + m_2\cos\alpha_2)g}{(m_1 + m_2)(M + m_1\sin^2\alpha_1 + m_2\sin^2\alpha_2) + m_1m_2(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2)^2}$$

Vậy: -Gia tốc của M đối với sàn là:

$$a_0 = \frac{(m_1\sin\alpha_1 - m_2\sin\alpha_2)(m_1\cos\alpha_1 + m_2\cos\alpha_2)g}{(m_1 + m_2)(M + m_1\sin^2\alpha_1 + m_2\sin^2\alpha_2) + m_1m_2(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2)^2};$$

- Gia tốc của các vật m_1, m_2 đối với M là:

$$a = \frac{g(m_1\sin\alpha_1 - m_2\sin\alpha_2) + a_0(m_1\cos\alpha_1 + m_2\cos\alpha_2)}{m_1 + m_2}.$$

Phần thứ ba

TĨNH HỌC

Chuyên đề 10

CÂN BẰNG CỦA VẬT RẮN KHI KHÔNG CÓ CHUYỂN ĐỘNG QUAY

A. TÓM TẮT KIẾN THỨC

1. Cân bằng của chất điểm

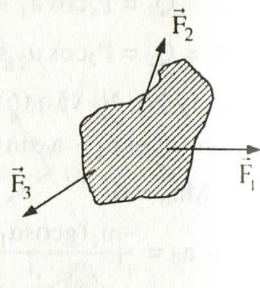
- Trạng thái cân bằng: a = 0: chất điểm đứng yên hoặc chuyển động thẳng đều.
- Điều kiện cân bằng của chất điểm: Một chất điểm cân bằng khi hợp lực của các lực tác dụng lên chất điểm bằng không.

$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + ... + \vec{F}_n = \vec{0}$ (10.1)

- Hợp lực của các lực tác dụng lên chất điểm được xác định theo quy tắc hình bình hành.

2. Cân bằng của vật rắn khi không có chuyển động quay

2.1. Vật rắn và đặc điểm chuyển động của vật rắn



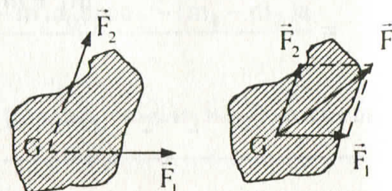
- Vật rắn là những vật có kích thước đáng kể và hầu như không bị biến dạng dưới tác dụng của lực.
- Vật rắn có thể chuyển động tịnh tiến như chất điểm hoặc có thể chuyển động quay hoặc vừa chuyển động tịnh tiến vừa chuyển động quay.

2.2. Cân bằng của vật rắn khi không có chuyển động quay

- Điều kiện cân bằng của vật rắn khi không có chuyển động quay: Khi không có chuyển động quay, vật rắn cân bằng khi hợp lực của các lực tác dụng vào vật rắn bằng không.

$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + ... + \vec{F}_n = \vec{0}$ (10.2)

- Các trường hợp cụ thể
  + Trường hợp vật rắn chịu tác dụng của hai lực: hai lực đó phải cùng giá, ngược chiều và cùng độ lớn ($F_1 = F_2$).
  + Trường hợp vật rắn chịu tác dụng của ba lực: ba lực đó phải có giá đồng phẳng và đồng quy, có hợp lực bằng không ($\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0}$).
- Các quy tắc tìm hợp lực
  + Quy tắc hợp lực đồng quy: Để xác định hợp lực của các lực đồng quy tác dụng vào vật rắn ta cần:



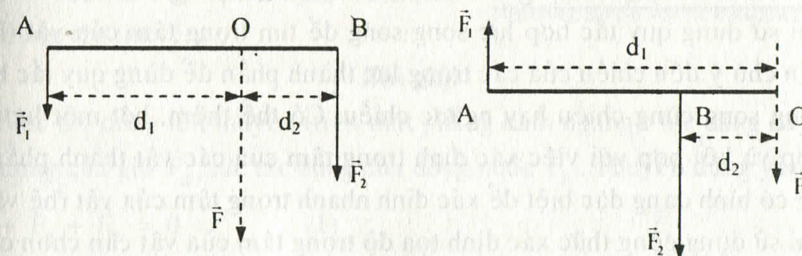
  • xác định điểm đồng quy.

  • trượt các lực tới điểm đồng quy.
  • dùng quy tắc hình bình hành để tìm hợp lực.
  + Quy tắc hợp lực song song: Để xác định hợp lực của các lực song song tác dụng vào vật rắn ta dựa vào quy tắc hợp lực song song:
  • với hai lực song song cùng chiều: hợp lực của chúng có phương song song với hai lực, cùng chiều với hai lực, có độ lớn bằng tổng hai lực và có giá chia trong đoạn thẳng nối hai giá của hai lực thành phần thành những đoạn tỉ lệ nghịch với độ lớn hai lực:

$F = F_1 + F_2$ và $\frac{F_1}{F_2} = \frac{d_2}{d_1}$ (10.3)

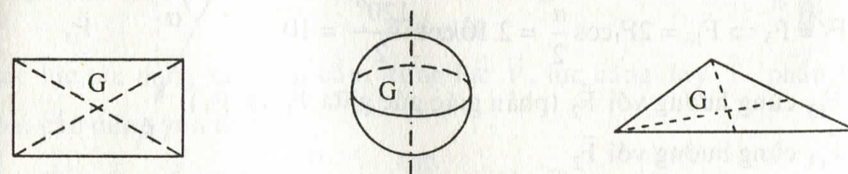
  • với hai lực song song ngược chiều: hợp lực của chúng có phương song song với hai lực, cùng chiều với lực lớn hơn, có độ lớn bằng hiệu hai lực và có giá chia ngoài đoạn thẳng nối hai giá của hai lực thành phần thành những đoạn tỉ lệ nghịch với độ lớn hai lực:

$F = |F_1 - F_2|$ và $\frac{F_1}{F_2} = \frac{d_2}{d_1}$ (10.4)



3. Trọng tâm của vật rắn

- Khái niệm: Đối với những vật không lớn lắm thì điểm đặt của trọng lực tác dụng lên vật được gọi là trọng tâm của vật.
- Đặc điểm: Khi lực tác dụng có giá đi qua trọng tâm thì lực chỉ làm cho vật chuyển động tịnh tiến; khi lực tác dụng có giá không đi qua trọng tâm thì lực có thể làm cho vật vừa tịnh tiến vừa quay.
- Cách xác định trọng tâm: Có 3 cách thường dùng:
  + Đối với các vật đồng chất thì trọng tâm của vật trùng với tâm đối xứng hoặc nằm trên trục hay mặt phẳng đối xứng.



+ Dùng công thức: $x_G = \dfrac{m_1x_1 + m_2x_2 + ... + m_nx_n}{m_1 + m_2 + ... + m_n} = \dfrac{\Sigma m_ix_i}{m}$ (10.5)

(x_i là tọa độ của phần tử thứ i có khối lượng là m_i; m là khối lượng của vật)

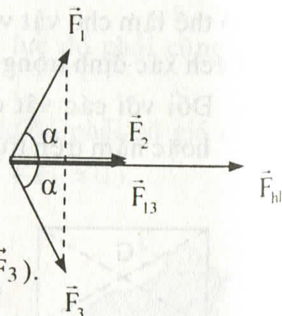
+ Dùng quy tắc hợp lực song song cùng chiều để tìm điểm đặt của hợp các trọng lực tác dụng vào các phần tử của vật ($P_1, P_2, ..., P_n$).

B. NHỮNG CHÚ Ý KHI GIẢI BÀI TẬP

- Để vận dụng điều kiện cân bằng của vật rắn khi không có chuyển động quay cần:
  + xác định đầy đủ các lực tác dụng vào vật (điểm đặt, hướng).
  + sử dụng điều kiện cân bằng: $\vec{F_1} + \vec{F_2} + ... + \vec{F_n} = \vec{0}$
  + từ điều kiện cân bằng trên dựa vào "tam giác lực" hoặc chiếu lên các trục tọa độ thích hợp ta có thể xác định được các đại lượng khác như lực tác dụng, góc, khối lượng vật...
- Để xác định trọng tâm của vật rắn bằng một trong ba phương pháp đã biết cần lưu ý:
  + với các vật đồng chất, có tính đối xứng (hình vuông, hình chữ nhật, hình tròn, hình cầu...) thì trọng tâm của vật là tâm đối xứng của nó.
  + khi sử dụng quy tắc hợp lực song song để tìm trọng tâm của vật (hệ vật) cần chú ý đến chiều của các trọng lực thành phần để dùng quy tắc hợp lực song song cùng chiều hay ngược chiều. Có thể thêm, bớt một lượng phù hợp và kết hợp với việc xác định trọng tâm của các vật thành phần trong hệ có hình dạng đặc biệt để xác định nhanh trọng tâm của vật (hệ vật).
  + khi sử dụng công thức xác định tọa độ trọng tâm của vật cần chọn các trục tọa độ phù hợp để việc tính toán được đơn giản; nhiều trường hợp phải sử dụng hệ tọa độ hai, ba chiều nếu vật hoặc hệ vật phức tạp.

C. CÁC BÀI TẬP VỀ CÂN BẰNG CỦA VẬT RẮN KHI KHÔNG CÓ CHUYỂN ĐỘNG QUAY

10.1. Ba lực đồng phẳng như hình vẽ bên, $F_1 = F_2 = F_3 = 10$ N; $\alpha = 60^o$. Tìm hợp lực của chúng.



Bài giải

Ta có: $= \vec{F}_{13} + \vec{F_2}$

- Vì $F_1 = F_3 \Rightarrow F_{13} = 2F_1\cos\dfrac{\alpha}{2} = 2.10.\cos\dfrac{120^o}{2} = 10$

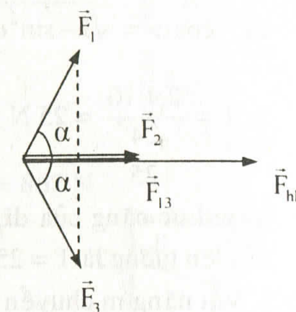
và $\vec{F}_{13}$ cùng hướng với $\vec{F_2}$ (phân giác góc giữa $\vec{F_1}$ và $\vec{F_3}$).

- Vì $\vec{F}_{13}$ cùng hướng với $\vec{F_2}$

$\Rightarrow F_{hl} = F_{13} + F_2 = 10 + 10 = 20$ N và $\vec{F}_{hl}$ cùng hướng với $\vec{F}_2$.

Vậy: Hợp lực của ba vectơ trên có độ lớn $F_{hl} = 20$ N và cùng hướng với $\vec{F}_2$.

10.2. Vật có cân bằng không nếu chịu tác dụng của ba lực đồng phẳng, cùng độ lớn F và góc tạo bởi hai lực kế tiếp nhau là 120^o?



Bài giải

Ta có: $\vec{F}_{hl} = \vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_3} = \vec{F}_{13} + \vec{F_2}$

- Vì $F_1 = F_3 \Rightarrow F_{13} = 2F_1\cos\dfrac{\alpha}{2} = 2.10.\cos\dfrac{120^o}{2} = 10$N

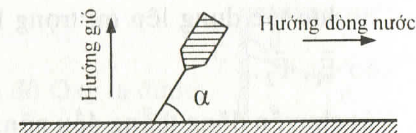
và $\vec{F}_{13}$ ngược hướng với $\vec{F_2}$

(phân giác góc giữa $\vec{F_1}$ và $\vec{F_3}$).

- Vì $\vec{F}_{13}$ ngược hướng với $\vec{F_2} \Rightarrow F_{hl} = F_{13} - F_2 = 10 - 10 = 0 \Rightarrow$ vật cân bằng.

Vậy: Vật sẽ cân bằng nếu chịu tác dụng của ba lực đồng phẳng, cùng độ lớn F và góc tạo bởi hai lực kế tiếp nhau là 120^o.

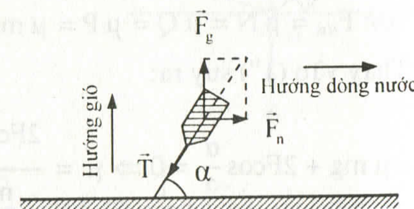
10.3. Thuyền nằm yên bên bờ sông như hình vẽ. Biết $\alpha = 60^o$, lực căng của dây là T = 100 N. Tìm lực do gió và nước tác dụng lên thuyền.



Bài giải

- Các lực tác dụng lên thuyền (trên mặt phẳng nằm ngang): lực căng dây $\vec{T}$, lực tác dụng của gió $\vec{F}_g$, lực tác dụng của dòng nước $\vec{F}_n$. Thuyền đứng yên nên:

$\vec{T} + \vec{F}_g + \vec{F}_n = \vec{0}$ (1)

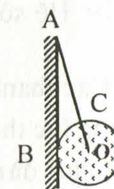


Suy ra: $F_n = T\cos60^o = 100.\dfrac{1}{2} = 50$ N

$F_g = T\sin60^o = 100.\dfrac{\sqrt{3}}{2} = 87$ N

Vậy: Lực do nước và gió tác dụng lên thuyền là $F_n = 50$ N và $F_g = 87$ N.

10.4. Quả cầu khối lượng m = 2,4 kg, bán kính R = 7 cm tựa vào tường trơn nhẵn và được giữ nằm yên nhờ một dây treo gắn vào tường tại A, chiều dài AC = 18 cm. Tính lực căng của dây và lực nén của quả cầu lên tường.



Bài giải

- Các lực tác dụng vào quả cầu: trọng lực $\vec{P}$, lực căng dây $\vec{T}$, phản lực $\vec{Q}$.

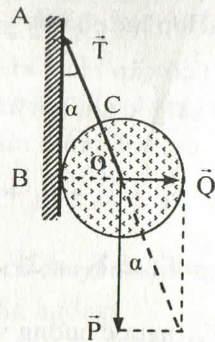
Quả cầu đứng yên nên:

$\vec{P} + \vec{T} + \vec{Q} = \vec{0} \Rightarrow T = \dfrac{P}{\cos\alpha} = \dfrac{mg}{\cos\alpha}$ và $Q = T\sin\alpha$

với : $\sin\alpha = \frac{BO}{AO} = \frac{R}{R + AC} = \frac{7}{7+18} = \frac{7}{25}$

và $\cos\alpha = \sqrt{1 - \sin^2\alpha} = \sqrt{1 - \left(\frac{7}{25}\right)^2} = \frac{24}{25}$

$\Rightarrow T = \frac{2,4.10}{\frac{24}{25}} = 25$ N và $Q = 25.\frac{7}{25} = 7$ N



Vậy: Lực căng của dây và lực nén của quả cầu lên tường là T = 25N và Q = 7N.

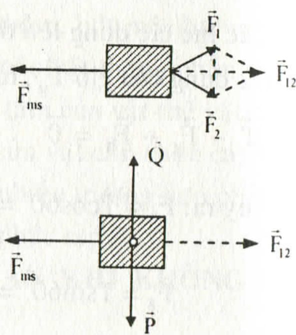
10.5. Vật nặng m chuyển động thẳng đều trên mặt phẳng ngang nhờ hai dây kéo nằm trong mặt phẳng ngang và hợp với nhau góc α không đổi. Lực kéo đặt vào mỗi dây là F. Tìm hệ số ma sát giữa vật và mặt phẳng ngang.

Bài giải

- Các lực tác dụng lên m: trọng lực $\vec{P}$, phản lực $\vec{Q}$, lực ma sát $\vec{F}_{ms}$, hai lực kéo $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$.
- Vật chuyển động thẳng đều nên: $\vec{P} + \vec{Q} + \vec{F}_{ms} + \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{0}$ (1)
- Chiếu (1) lên hai trục Ox và Oy của hệ tọa độ Oxy ta được:

$-P + Q = 0$ (1')

$-F_{ms} + 2F\cos\frac{\alpha}{2}$ (1'')



với: $F_{ms} = \mu N = \mu Q = \mu P = \mu mg$.

Thay vào (1'') suy ra:

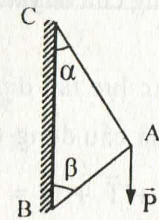
$-\mu mg + 2F\cos\frac{\alpha}{2} = 0 \Rightarrow \mu = \frac{2F\cos\frac{\alpha}{2}}{mg}$

Vậy: Hệ số ma sát giữa vật và mặt phẳng ngang là $\mu = \frac{2F\cos\frac{\alpha}{2}}{mg}$.

10.6. Các thanh nhẹ AB, AC nối với nhau và với tường nhờ các bản lề. Tại A tác dụng lực thẳng đứng P = 1000 N.

Tìm lực đàn hồi của các thanh nếu $\alpha = 30^o$, $\beta = 60^o$.

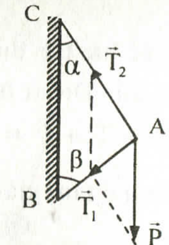
Bài giải



- Các lực tác dụng lên điểm A là: lực $\vec{P}$, các lực đàn hồi $\vec{T}_1$, $\vec{T}_2$. Điểm A đứng yên nên:

$\vec{P} + \vec{T}_1 + \vec{T}_2 = \vec{0}$

- Vì $\alpha = 30^o$, $\beta = 60^o \Rightarrow$ tam giác ABC vuông ở A.



$\Rightarrow T_1 = P\cos\beta$ và $T_2 = P\cos\alpha$

$\Rightarrow T_1 = 1000.\cos60^o = 1000.\frac{1}{2} = 500$N

và $T_2 = 1000.\cos30^o = 1000.\frac{\sqrt{3}}{2} = 867$N

Vậy: Các lực đàn hồi của thanh là $T_1 = 500$ N và $T_2 = 867$ N.

10.7. Vật có khối lượng m = 2 kg treo trên trần và tường bằng các dây AB, AC. Xác định lực căng của các dây biết $\alpha = 60^o$, $\beta = 135^o$.

Bài giải

- Các lực tác dụng lên điểm A là: lực $\vec{P}$, các lực căng dây $\vec{T}_1$, $\vec{T}_2$. Điểm A đứng yên nên:

$\vec{P} + \vec{T}_1 + \vec{T}_2 = \vec{0}$ (1)

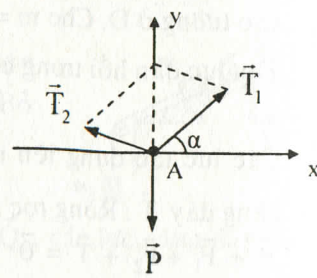
- Chiếu (1) lên hai trục Ox và Oy của hệ tọa độ Oxy ta được:

$T_1\cos\alpha - T_2\cos(\beta - 90^o) = 0$ (1')

và $-P + T_1\sin\alpha + T_2\sin\beta = 0$ (1'')

$\Rightarrow T_1\cos60^o - T_2\cos45^o = 0$

và $-P + T_1\sin60^o + T_2\sin(\beta - 90^o) = 0$



$\Rightarrow \frac{1}{2}T_1 - \frac{\sqrt{2}}{2}T_2 = 0 \Rightarrow T_1 = \sqrt{2}\,T_2$ (2)

và $\frac{\sqrt{3}}{2}T_1 + \frac{\sqrt{2}}{2}T_2 = P$ (3)

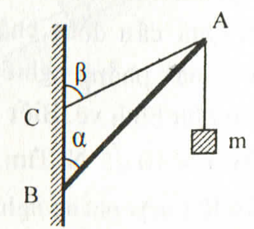
- Thay (2) vào (3) ta được: $\frac{\sqrt{3}}{2}.\sqrt{2}\,T_2 + \frac{\sqrt{2}}{2}T_2 = P \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(\sqrt{3} + 1)T_2 = P$

$\Rightarrow T_2 = \frac{\sqrt{2}P}{\sqrt{3} + 1} = \frac{\sqrt{2}.mg}{\sqrt{3} + 1} = \frac{\sqrt{2}.2.10}{\sqrt{3} + 1} \approx 10,4$ N

và $T_1 \approx \sqrt{2}.10,4 \approx 14,6$ N

Vậy: Các lực căng của các dây là $T_1 \approx 14,6$ N và $T_2 \approx 10,4$ N.

10.8. Vật m = 20 kg được giữ vào tường nhờ dây treo AC và thanh nhẹ AB. Cho $\alpha = 45^o$, $\beta = 60^o$. Tìm lực căng của dây AC và lực đàn hồi của thanh AB.



Bài giải

- Các lực tác dụng lên điểm A là: lực $\vec{P}$, lực căng dây $\vec{T}$, lực đàn hồi $\vec{F}$ của thanh. Điểm A đứng yên nên:

$\vec{P} + \vec{T} + \vec{F} = \vec{0}$ (1)

- Trong tam giác lực ABC ta có: $\dfrac{F}{\sin\beta} = \dfrac{T}{\sin\alpha} = \dfrac{P}{\sin\gamma}$ (2)

$$\Rightarrow F = \frac{P\sin\beta}{\sin\gamma} = \frac{mg\sin60^o}{\sin15^o} = \frac{20.10.\frac{\sqrt{3}}{2}}{0,259} \approx 669\ N$$

$$\text{và } T = \frac{P\sin\alpha}{\sin\gamma} = \frac{mg\sin45^o}{\sin15^o} = \frac{20.10.\frac{\sqrt{2}}{2}}{0,259} \approx 546\ N$$

Vậy: Lực căng của dây AC là T ≈ 546 N và lực đàn hồi của thanh AB là F ≈ 669 N.

10.9. Cho hệ cân bằng như hình vẽ, AB và AC là các thanh nhẹ gắn vào tường bằng bản lề B, C và nối với ròng rọc A. Dây treo m vắt qua ròng rọc A và gắn vào tường ở D. Cho m = 200 kg, $\alpha = 30^o$, $\beta = 60^o$.

Tìm lực đàn hồi trong các thanh AB, AC.

Bài giải

- Các lực tác dụng lên ròng rọc A: trọng lực $\vec{P}$; các lực đàn hồi $\vec{F_1}, \vec{F_2}$; lực căng dây $\vec{T}$. Ròng rọc A đứng yên nên:

$\vec{P} + \vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{T} = \vec{0}$ (1)

- Chiếu (1) lên hai trục Ax, Ay của hệ tọa độ Axy với chú ý T = P ta được:

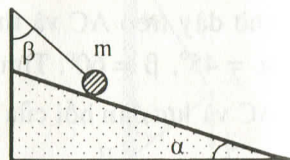
$P\cos\beta - T\cos\beta - F_1 = 0$ (1')

và $-P\cos\alpha + F_2 - T\cos\alpha = 0$ (1")

$$\Rightarrow F_1 = 0;\ F_2 = 2P\cos\alpha = 2mg\cos\alpha = 2.200.10.\frac{\sqrt{3}}{2} \approx 3464\ N.$$

Vậy: Các lực đàn hồi trong các thanh AB, AC là $F_1 = 0$ và $F_2 \approx 3464$ N.

10.10. Quả cầu đồng chất m = 3 kg được giữ trên mặt phẳng nghiêng trơn nhờ một dây treo như hình vẽ. Biết $\alpha = 30^o$, lực căng của dây $T = 10\sqrt{3}$ N. Tìm β và lực nén của quả cầu lên mặt phẳng nghiêng.

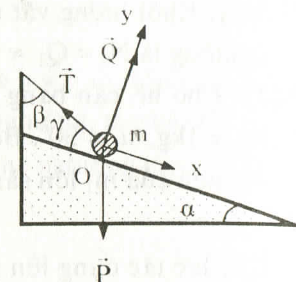


Bài giải

- Các lực tác dụng lên quả cầu: trọng lực $\vec{P}$, lực căng dây $\vec{T}$, phản lực $\vec{Q}$.

Quả cầu nằm yên nên:

$\vec{P} + \vec{T} + \vec{Q} = \vec{0}$ (1)



- Chiếu (1) lên hai trục Ox và Oy của hệ tọa độ Oxy ta được:

$-P\sin\alpha + T\cos\gamma = 0$ (1')

$-P\cos\alpha + T\sin\gamma + Q = 0$ (1")

- Từ (1') suy ra: $\cos\gamma = \dfrac{P\sin\alpha}{T} = \dfrac{mg.\sin30^o}{T} = \dfrac{3.10.\frac{1}{2}}{10\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \gamma = 30^o$.

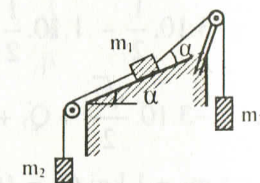
- Từ (1") suy ra: $Q = P\cos\alpha - T\sin\gamma = mg.\cos30^o - T\sin30^o$

$$\Rightarrow Q = 3.10.\frac{\sqrt{3}}{2} - 10\sqrt{3}.\frac{1}{2} = 10\sqrt{3} \approx 17,3\ N$$

và $\beta = 60^o - \gamma = 60^o - 30^o = 30^o$.

Vậy: Góc $\beta = 30^o$ và lực nén của quả cầu lên mặt phẳng nghiêng là N = Q = 17,3 N.

10.11. Cho hệ cân bằng như hình vẽ. Tìm m_1 và lực nén của m_1 lên sàn nếu $m_3 = 2m_2 = 4$ kg và $\alpha = 30^0$. Bỏ qua ma sát.



Bài giải

- Các lực tác dụng lên m_1: trọng lực $\vec{P_1}$, phản lực $\vec{Q_1}$, các lực căng dây $\vec{T}, \vec{T'}$ ($T = P_2$; $T' = P_3$).

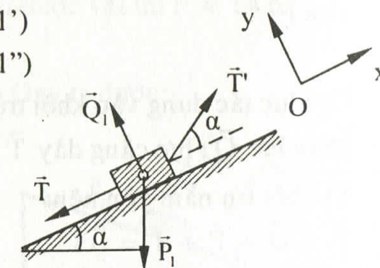
- Hệ cân bằng nên: $\vec{P_1} + \vec{Q_1} + \vec{T} + \vec{T'} = \vec{0}$ (1)

- Chiếu (1) lên hai trục Ox và Oy của hệ tọa độ Oxy ta được:

$T'\cos30^o - T - P_1\sin30^o = 0$ (1')

và $Q_1 + T'\sin30^o - P_1\cos30^o = 0$ (1")

hay $P_3\cos30^o - P_2 - P_1\sin30^o = 0$



$$\Rightarrow P_1 = \frac{P_3\cos30^o - P_2}{\sin30^o}$$

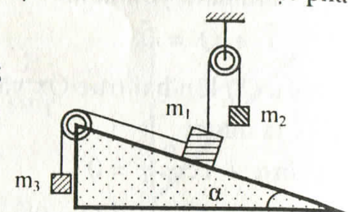
$$\Rightarrow m_1 = \frac{m_3\cos30^o - m_2}{\sin30^o} = \frac{4.\frac{\sqrt{3}}{2} - 2}{\frac{1}{2}} \approx 2,9\ kg$$

Và $Q_1 + P_3\sin30^o - P_1\cos30^o = 0$

$\Rightarrow Q_1 = P_1\cos30^o - P_3\sin30^o = 2,9.10.\frac{\sqrt{3}}{2} - 4.10.\frac{1}{2} \approx 5,4$ N

Vậy: Khối lượng vật thứ nhất $m_1 \approx 2,9$ kg và lực nén của nó lên mặt phẳng nghiêng là $N_1 = Q_1 \approx 5,4$ N.

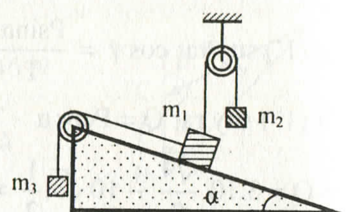
10.12. Cho hệ cân bằng như hình vẽ, $m_1 = 3$ kg; $m_2 = 1$kg, $\alpha = 30^o$. Bỏ qua ma sát. Tìm m_3 và lực nén của m_1 lên sàn.



Bài giải

- Các lực tác dụng lên m_1: trọng lực $\vec{P_1}$, phản lực $\vec{Q_1}$, các lực căng dây $\vec{T_2}$, $\vec{T_3}$ ($T_2 = P_2$; $T_3 = P_3$). Vì m_1 nằm yên nên:

$\vec{P_1} + \vec{Q_1} + \vec{T_2} + \vec{T_3} = \vec{0}$ (1)



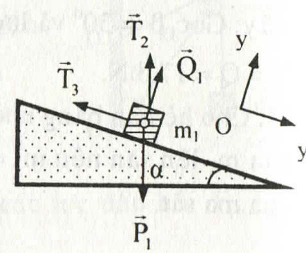
- Chiếu (1) lên hai trục Ox và Oy của hệ tọa độ Oxy ta được:

$P_1\sin30^o - T_2\sin30^o - T_3 = 0$ (1')

$-P_1\cos30^o + Q_1 + T_2\cos30^o = 0$ (1")

$\Rightarrow m_1g.\sin30^o - m_2g.\sin30^o - m_3g = 0$

và $-m_1g.\cos30^o + Q_1 + m_2g.\cos30^o = 0$



$\Rightarrow 3.10.\frac{1}{2} - 1.10.\frac{1}{2} - 10m_3 = 0$

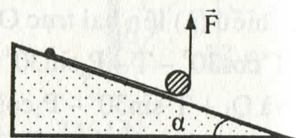
và $-3.10.\frac{\sqrt{3}}{2} + Q_1 + 1.10.\frac{\sqrt{3}}{2} = 0$

$\Rightarrow m_3 = 1$ kg; $Q_1 = 10\sqrt{3} = 17,3$ N

Vậy: Khối lượng vật $m_3 = 1$ kg, lực nén của m_1 lên sàn là $N_1 = Q_1 = 17,3$ N.

10.13. Trên mặt phẳng ($\alpha = 30^o$) có một hình trụ khối lượng m. Trụ được giữ yên nhờ một dây luồn qua nó, một đầu buộc chặt vào mặt nghiêng, đầu kia kéo thẳng đứng lên bằng lực $\vec{F}$.

Tìm F.

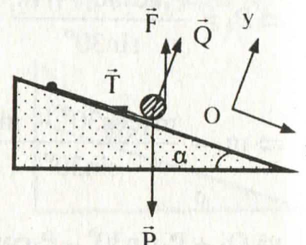


Bài giải

- Các lực tác dụng vào khối trụ gồm: trọng lực $\vec{P}$, phản lực $\vec{Q}$, lực căng dây $\vec{T}$, lực kéo $\vec{F}$.

Vì khối trụ nằm yên nên:

$\vec{P} + \vec{Q} + \vec{F} + \vec{T} = \vec{0}$ (1)



- Chiếu (1) lên hai trục Ox và Oy của hệ tọa độ Oxy ta được:

$P\sin30^o - F\sin30^o - T = 0$ (1')

- Từ (1') với T = F ta được: $mg.\frac{1}{2} - F.\frac{1}{2} - F = 0 \Rightarrow F = \frac{mg}{3}$

Vậy: Lực kéo vào trụ có độ lớn $F = \frac{mg}{3}$.

10.14. Mặt phẳng nghiêng chiều dài $l = 13$ m, chiều cao h = 5 m. Muốn giữ một vật khối lượng m = 5 kg đứng yên trên mặt phẳng nghiêng, ta phải tác dụng lên vật lực đẩy $\vec{F}$. Hệ số ma sát giữa vật và mặt phẳng nghiêng là $\mu = 0,1$.

Tìm F nếu:

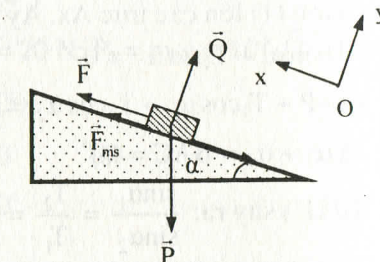
a) $\vec{F}$ song song với mặt nghiêng.

b) $\vec{F}$ song song với mặt ngang.

Bài giải

- Các lực tác dụng lên vật gồm: trọng lực $\vec{P}$, phản lực $\vec{Q}$, lực ma sát $\vec{F}_{ms}$, lực đẩy $\vec{F}$. Vì vật nằm yên nên:

$\vec{P} + \vec{Q} + \vec{F}_{ms} + \vec{F} = \vec{0}$ (1)



a) Khi $\vec{F}$ song song với mặt nghiêng

- Chiếu (1) lên hai trục Ox và Oy của hệ tọa độ Oxy ta được:

$-P\sin\alpha + F_{ms} + F = 0$ (1')

và $-P\cos\alpha + Q = 0$ (1")

- Từ (1") suy ra: $Q = P\cos\alpha \Rightarrow F_{ms} = \mu Q = \mu\, mg.\cos\alpha$.

- Từ (1') suy ra: $F = P\sin\alpha - F_{ms} = mg(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$

Với: $\sin\alpha = \frac{h}{l} = \frac{5}{13}$; $\cos\alpha = \sqrt{1 - \sin^2\alpha} = \sqrt{1 - \left(\frac{5}{13}\right)^2} = \frac{12}{13}$

$\Rightarrow F = 5.10(\frac{5}{13} - 0,1.\frac{12}{13}) \approx 14,6$ N

Vậy: Khi $\vec{F}$ song song với mặt nghiêng, để giữ được vật thì $F \approx 14,6$ N.

b) Khi $\vec{F}$ song song với mặt ngang

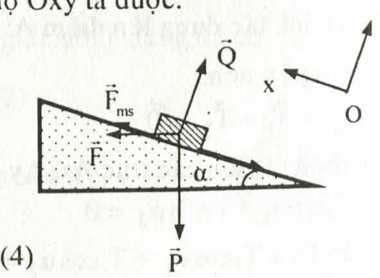
- Chiếu (1) lên hai trục Ox và Oy của hệ tọa độ Oxy ta được:

$-P\sin\alpha + F_{ms} + F\cos\alpha = 0$ (2')

và $-P\cos\alpha + Q - F\sin\alpha = 0$ (2")

- Từ (2") suy ra: $Q = P\cos\alpha + F\sin\alpha$

$\Rightarrow F_{ms} = \mu Q = \mu(mg.\cos\alpha + F\sin\alpha)$ (3)



- Từ (2') suy ra:

$F_{ms} = P\sin\alpha - F\cos\alpha = mg\sin\alpha - F\cos\alpha$ (4)

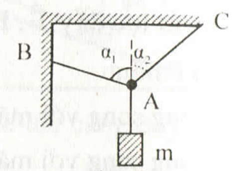
- Từ (3) và (4) suy ra: $\mu(mg.\cos\alpha + F\sin\alpha) = mg\sin\alpha - F\cos\alpha$

$$\Rightarrow F = \frac{mg(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)}{\cos\alpha + \mu\sin\alpha} = \frac{5.10(\frac{5}{13} - 0,1.\frac{12}{13})}{\frac{12}{13} + 0,1.\frac{5}{13}} \approx 15,2\text{ N}$$

Vậy: Khi $\vec{F}$ song song với mặt nghiêng, để giữ được vật thì $F \approx 15,2$ N.

10.15. Cho hệ cân bằng như hình vẽ. Các lực căng của dây $T_{AB} = 80$ N, $T_{AC} = 96$ N, góc BAC = 60°.

Tìm m và α_1, α_2.

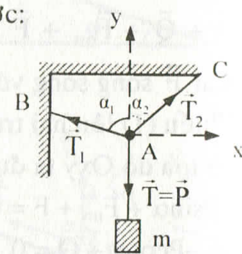


Bài giải

- Các lực tác dụng lên điểm A: trọng lực $\vec{P}$, các lực căng dây $\vec{T_1}$, $\vec{T_2}$. Điểm A nằm yên nên:

$\vec{P} + \vec{T_1} + \vec{T_2} = \vec{0}$ (1)

- Chiếu (1) lên các trục Ax, Ay của hệ tọa độ Axy ta được:



$-T_1\sin\alpha_1 + T_2\sin\alpha_2 = 0$ (1')

và $-P + T_1\cos\alpha_1 + T_2\cos\alpha_2 = 0$ (1")

và $\alpha_1 + \alpha_2 = BAC = 60^o$ (2)

- Từ (1') suy ra: $\dfrac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2} = \dfrac{T_2}{T_1} = \dfrac{T_{AC}}{T_{AB}} = \dfrac{96}{80} = 1,2$ (3)

- Từ (2) và (3) suy ra: $\alpha_1 \approx 33^o$; $\alpha_2 \approx 27^o$

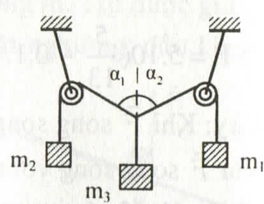
- Từ (1") suy ra: $m = \dfrac{T_1\cos\alpha_1 + T_2\cos\alpha_2}{g} = \dfrac{80.\cos33^o + 96.\cos27^o}{10} \approx 15,3$ kg

Vậy: Với hệ trên thì $m \approx 15,3$ kg; $\alpha_1 \approx 33^o$; $\alpha_2 \approx 27^o$.

10.16. Cho hệ cân bằng như hình vẽ. Tìm α_1, α_2 nếu:

a) $m_1 = 15$kg; $m_2 = 20$kg, $m_3 = 25$kg.

b) $m_1 = \sqrt{6}$ kg ; $m_2 = 2$ kg , $m_3 = (\sqrt{3} + 1)$ kg.



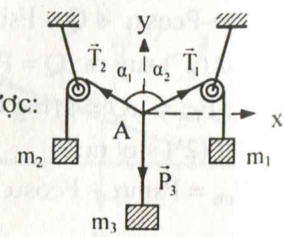
Bài giải

a) Với $m_1 = 15$ kg; $m_2 = 20$ kg, $m_3 = 25$ kg

- Các lực tác dụng lên điểm A: trọng lực $\vec{P_3}$, các lực căng dây $\vec{T_1}$, $\vec{T_2}$. Điểm A nằm yên nên:

$\vec{P_3} + \vec{T_1} + \vec{T_2} = \vec{0}$ (1)

- Chiếu (1) lên các trục Ax, Ay của hệ tọa độ Axy ta được:



$-T_1\sin\alpha_1 + T_2\sin\alpha_2 = 0$ (1')

và $-P_3 + T_1\cos\alpha_1 + T_2\cos\alpha_2 = 0$ (1")

với: $T_1 = P_1 = m_1g = 15.10 = 150$ N; $T_2 = P_2 = m_2g = 20.10 = 200$ N;

$P_3 = m_3g = 25.10 = 250$ N.

Vì $P_1^2 + P_2^2 = P_3^2 \Rightarrow \alpha_1 + \alpha_2 = 90^o \Rightarrow \sin\alpha_1 = \cos\alpha_2$ và $\sin\alpha_2 = \cos\alpha_1$.

- Thay vào (1') và (1") ta được:

$-150\sin\alpha_1 + 200\sin\alpha_2 = 0$ (2)

và $-250 + 150\cos\alpha_1 + 200\cos\alpha_2 = 0$ (3)

$\Rightarrow -250 + 150\sin\alpha_2 + 200\sin\alpha_1 = 0$ (3')

- Từ (2) và (3') suy ra: $\alpha_1 \approx 53^o$; $\alpha_2 \approx 37^o$.

Vậy: Với hệ trên thì $\alpha_1 \approx 53^o$; $\alpha_2 \approx 37^o$.

b) Với $m_1 = \sqrt{6}$ kg ; $m_2 = 2$ kg , $m_3 = (\sqrt{3} + 1)$ kg

- Tương tự, ta có hệ phương trình:

$-T_1\sin\alpha_1 + T_2\sin\alpha_2 = 0$ (4')

và $-P_3 + T_1\cos\alpha_1 + T_2\cos\alpha_2 = 0$ (4")

với: $T_1 = P_1 = m_1g = 10\sqrt{6}$ N; $T_2 = P_2 = m_2g = 20$ N; $P_3 = m_3g = 10(\sqrt{3} + 1)$ N.

$\Rightarrow -10\sqrt{6}\sin\alpha_1 + 20\sin\alpha_2 = 0$ (5)

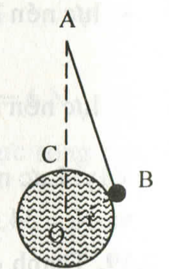
và $-10(\sqrt{3} + 1) + 10\sqrt{6}\cos\alpha_1 + 20\cos\alpha_2 = 0$ (6)

- Giải hệ (5) và (6) ta được: $\alpha_1 \approx 45^o$; $\alpha_2 \approx 60^o$.

Vậy: Với hệ trên thì $\alpha_1 \approx 45^o$; $\alpha_2 \approx 60^o$

10.17. Viên bi khối lượng m = 100 g treo vào điểm cố định A nhờ dây AB và nằm trên mặt cầu nhẵn tâm O bán kính r = 10 cm. Khoảng cách từ A đến mặt cầu là AC = d = 15 cm; chiều dài dây AB = l = 20 cm, đoạn AO thẳng đứng.

Tìm lực căng của dây và lực do quả cầu nén lên mặt cầu.



Bài giải

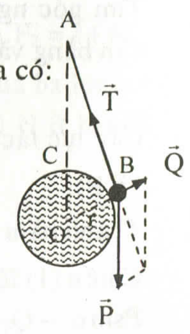
- Các lực tác dụng vào viên bi: trọng lực $\vec{P}$, lực căng dây $\vec{T}$, phản lực $\vec{Q}$.

Viên bi nằm yên nên:

$\vec{P} + \vec{T} + \vec{Q} = \vec{0}$ (1)

- Dựa vào "tam giác lực" và tính chất của tam giác đồng dạng, ta có:

$$\frac{P}{AO} = \frac{T}{AB} = \frac{Q}{OB} \Rightarrow \frac{P}{d+r} = \frac{T}{l} = \frac{Q}{r} \quad (2)$$



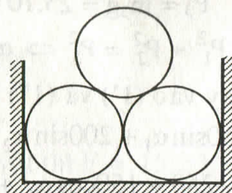
- Từ (2) suy ra: $T = \dfrac{l}{d+r}mg = \dfrac{20}{15+10}.0,1.10 = 0,8$ N

và $Q = \dfrac{r}{d+r}mg = \dfrac{10}{15+10}.0,1.10 = 0,4$ N.

Vậy: Lực căng của dây và lực do quả cầu nén lên mặt cầu là T = 0,8 N và N = Q = 0,4 N.

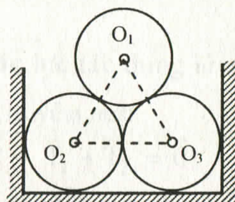
10.18. Ba khối trụ cùng trọng lượng 120 N giống nhau đặt nằm như hình.

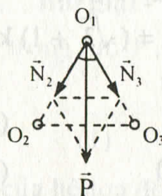
Tính lực nén của mỗi ống dưới lên đất và lên tường giữ chúng. Bỏ qua ma sát.

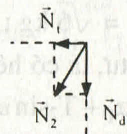


Bài giải

- Ba khối trụ giống nhau có ba trọng tâm tạo thành một tam giác đều $O_1O_2O_3$ và $P_1 = P_2 = P_3 = P = 120$ N.







- Áp lực do khối trụ trên nén lên hai khối trụ dưới là:

$$N_2 = N_3 = N = \frac{P}{2\cos 30^o} = \frac{P}{2.\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{P}{\sqrt{3}}$$

- Phân tích lực nén trên theo hai phương thẳng đứng, ta được:

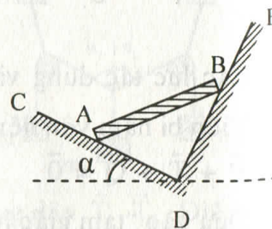
+ lực nén lên tường: $N_t = N\cos 60^o = \frac{P}{\sqrt{3}}.\frac{1}{2} = \frac{P}{2\sqrt{3}} = \frac{120}{2\sqrt{3}} = 34{,}6$ N.

+ lực nén lên đất là: $N_d = P + N\sin 60^o = P + \frac{P}{\sqrt{3}}.\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3P}{2} = \frac{3.120}{2} = 180$N.

Vậy: Lực nén của mỗi ống dưới lên đất và lên tường giữ chúng là $N_d = 180$ N và $N_t = 34{,}6$ N.

10.19. Thanh đồng chất AB, trọng lượng P tựa trên hai mặt nghiêng, trơn như hình vẽ. CD⊥DE, CD hợp với phương ngang góc $\alpha < 45^o$.

Tìm góc nghiêng của AB so với phương ngang khi cân bằng và áp lực trên các mặt nghiêng.

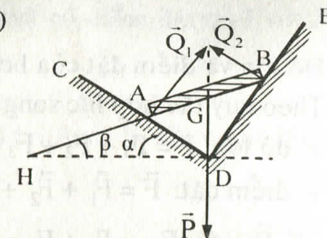


Bài giải

- Các lực tác dụng lên thanh AB là: trọng lực $\vec{P}$; các phản lực $\vec{Q}_1$, $\vec{Q}_2$ (tại A và B).
- Thanh nằm yên nên: $\vec{P} + \vec{Q}_1 + \vec{Q}_2 = \vec{0}$ (1)
- Chiếu (1) lên hai trục Ox, Oy của hệ trục tọa độ Oxy ta được:

$P\sin\alpha - Q_2 = 0 \Rightarrow Q_2 = P\sin\alpha$ (1')

và $-P\cos\alpha + Q_1 = 0 \Rightarrow Q_1 = P\cos\alpha$ (1")



Xét các tam giác ADH và ADG, ta có:

$\widehat{DAG} = \alpha + \beta$;

$\widehat{DAG} = \widehat{ADG} = 90^o - \alpha$

$\Rightarrow \alpha + \beta = 90^o - \alpha \Rightarrow \beta = 90^o - 2\alpha$

Vậy: Khi thanh AB cân bằng thì góc nghiêng của AB so với phương ngang khi cân bằng và áp lực trên các mặt nghiêng là $\beta = 90^o - 2\alpha$ và $N_1 = Q_1 = P\cos\alpha$; $N_2 = Q_2 = P\sin\alpha$.

10.20. a)Hai lực $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ song song cùng chiều đặt tại hai đầu thanh AB có hợp lực $\vec{F}$ đặt tại O cách A 12 cm, cách B 8 cm và có độ lớn F = 10 N. Tìm F_1, F_2.

b) Hai lực $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ song song ngược chiều đặt tại A, B có hợp lực $\vec{F}$ đặt tại O với OA = 8 cm; OB = 2 cm; F = 10,5 N. Tìm F_1, F_2.

Bài giải

a) Khi hai lực $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ song song cùng chiều: Theo quy tắc hợp lực song song, cùng chiều, ta có:

$F_1 + F_2 = F = 10$ N (1)

$\frac{F_1}{F_2} = \frac{OB}{OA} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$ (2)

Giải hệ (1) và (2) ta được: $F_1 = 4$ N và $F_2 = 6$ N.

Vậy: Khi hai lực $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ song song cùng chiều thì $F_1 = 4$ N và $F_2 = 6$ N.

b) Khi hai lực $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ song song ngược chiều: Theo quy tắc hợp lực song song, ngược chiều, ta có:

$F_2 - F_1 = F = 10{,}5$ N (3)

$\frac{F_1}{F_2} = \frac{OB}{OA} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$ (4)

Giải hệ (3) và (4) ta được: $F_1 = 3{,}5$ N và $F_2 = 14$ N.

Vậy: Khi hai lực $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ song song ngược chiều thì $F_1 = 3{,}5$ N và $F_2 = 14$ N.

10.21. Thanh nhẹ AB nằm ngang chiều dài $l = 1$m, chịu tác dụng của ba lực song song cùng chiều và vuông góc với thanh: $F_1 = 20$ N, $F_3 = 50$ N ở hai đầu thanh và $F_2 = 30$ N ở chính giữa thanh.

a) Tìm độ lớn và điểm đặt của hợp lực.

b) Suy ra vị trí đặt giá đỡ để thanh cân bằng và lực nén lên giá đỡ.

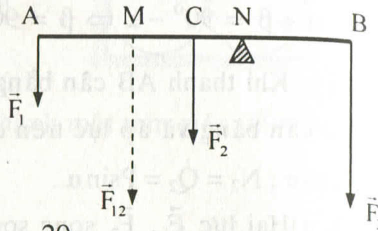
Bài giải

a) Độ lớn và điểm đặt của hợp lực

- Theo quy tắc hợp lực song song, cùng chiều, ta có:
  + độ lớn: $F = F_1 + F_2 + F_3 = 20 + 50 + 30 = 100$ N
  + điểm đặt: $\vec{F} = \vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_3} = \vec{F}_{12} + \vec{F_3}$

  với $\vec{F}_{12}$ có: $F_{12} = F_1 + F_2 = 20 + 30 = 50$ N;
  điểm đặt tại M,

  với: $\dfrac{CM}{AM} = \dfrac{F_1}{F_2}$



$\Rightarrow \dfrac{CM}{AC - CM} = \dfrac{F_1}{F_2} \Rightarrow CM = \dfrac{F_1}{F_1 + F_2}AC = \dfrac{20}{20 + 30}.50 = 20$ cm.

và: $\vec{F} = \vec{F}_{12} + \vec{F}_3$, với $F = F_{12} + F_3 = 50 + 50 = 100$ N; điểm đặt $\vec{F}$ tại N với:

$\dfrac{BN}{MN} = \dfrac{F_{12}}{F_3} = \dfrac{50}{50} = 1 \Rightarrow BN = MN = \dfrac{BM}{2} = \dfrac{AB - AM}{2} = \dfrac{100 - 30}{2} = 35$ cm

Vậy: Hợp lực của ba lực song song, cùng chiều $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ có độ lớn F = 100 N và có điểm đặt cách đầu B là BN = 35 cm (hoặc cách đầu A là AN = 100 – 35 = 65 cm).

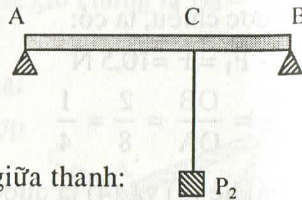
b) Vị trí đặt giá đỡ để thanh cân bằng và lực nén lên giá đỡ

- Để thanh cân bằng phải đặt giá đỡ tại điểm N, với BN = 35 cm hoặc AN = 65 cm.
- Lực nén lên giá đỡ là: N = F = 100 N.

10.22. Thanh AB trọng lượng $P_1 = 100$ N, chiều dài $l = 1$ m, trọng lượng vật nặng $P_2 = 200$ N tại C, AC = 60 cm. Dùng quy tắc hợp lực song song:

a) tìm hợp lực của P_1 và P_2.

b) tìm lực nén lên hai giá đỡ ở hai đầu thanh.



Bài giải

a) Hợp lực của P_1 và P_2

- Thanh AB đồng chất nên trọng tâm G nằm chính giữa thanh:
  AG = BG = 50cm.
  $\Rightarrow GC = AC - AG = 60 - 50 = 10$ cm
- Gọi I là điểm đặt của hợp lực $\vec{P}_1, \vec{P}_2$. Theo quy tắc hợp lực song song, cùng chiều, ta có:
  + $P = P_1 + P_2 = 100 + 200 = 300$ N
  + $\dfrac{IG}{IC} = \dfrac{P_2}{P_1} = \dfrac{200}{100} = 2$ và $IG + IC = GC = 10$ cm

  $\Rightarrow IG = 6,67$ cm; $IC = 3,33$ cm $\Rightarrow AI = AG + GI = 50 + 6,67 = 56,67$ cm

Vậy: Hợp lực của P_1 và P_2 có độ lớn P = 300 N và có điểm đặt tại I với AI = 56,67 cm.

b) Lực nén lên hai giá đỡ ở hai đầu thanh

Gọi N_1, N_2 là lực nén lên giá đỡ ở hai đầu thanh tại A và B. Theo quy tắc hợp lực song song, ta có:

$N_1 + N_2 = P = 300$ N

$\dfrac{N_2}{N_1} = \dfrac{AI}{BI} = \dfrac{AI}{AB - AI} = \dfrac{56,67}{100 - 56,67} = \dfrac{56,67}{43,33}$

$\Rightarrow N_2 = 170$ N và $N_1 = 130$ N.

Vậy: Lực nén lên hai giá đỡ ở hai đầu thanh là $N_1 = 130$ N và $N_2 = 170$ N.

10.23. Hệ số ma sát μ giữa bánh xe phát động của ô-tô và mặt đường phải có giá trị nhỏ nhất bao nhiêu để ô-tô khối lượng 2 tấn chở 4 tấn hàng có thể chuyển động với gia tốc $a = 0,2$ m/s²?

Biết chỉ có các bánh sau là bánh phát động và coi khối tâm ô-tô nằm giữa khoảng cách hai trục bánh, khối tâm của hàng nằm trên trục sau.

Bài giải

- Khi ô-tô bắt đầu khởi động, các bánh xe có xu hướng trượt về sau, lực ma sát nghỉ xuất hiện hướng về phía trước đóng vai trò là lực phát động cho chuyển động của xe.
- Các lực tác dụng vào ô-tô: trọng lực $\vec{P}$, phản lực $\vec{Q}$, lực phát động $\vec{F}$.
- Theo định luật II Niu-tơn, ta có: $\vec{a} = \dfrac{\vec{P} + \vec{Q} + \vec{F}}{m_1 + m_2}$ (1)
- Chiếu (1) lên chiều chuyển động của xe, ta được: $a = \dfrac{F}{m_1 + m_2}$

với $F = F_{msn} \le \mu(N_1 + N_2)$: N_1 là áp lực của xe lên các bánh phát động:

$N_1 = \dfrac{P_1}{2} = \dfrac{m_1 g}{2}$, N_2 là áp lực của hàng lên các bánh phát động: $N_2 = m_2 g$.

$\Rightarrow F = F_{ms} \le \mu g(\dfrac{m_1}{2} + m_2) \Rightarrow a \le \dfrac{\mu(\dfrac{m_1}{2} + m_2)g}{m_1 + m_2}$

$\Rightarrow \mu \ge \dfrac{(m_1 + m_2)a}{(\dfrac{m_1}{2} + m_2)g} = \dfrac{(2000 + 4000).0,2}{(\dfrac{2000}{2} + 4000).10} = 0,024$

Vậy: Hệ số ma sát μ giữa hành xe phát động của ô-tô và mặt đường phải có giá trị nhỏ nhất là $\mu_{min} = 0,024$.

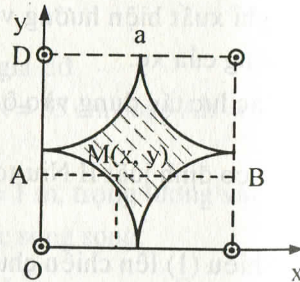
10.24. Một bàn vuông nhẹ có bốn chân giống nhau. Nếu đặt vật có trọng lượng quá 2P ở đúng giữa bàn thì chân bàn gẫy. Tìm các điểm có thể đặt vật trọng lượng P mà chân bàn không gẫy.

Bài giải

- Khi đặt vật ở chính giữa bàn thì chân bàn gãy nghĩa là mỗi chân bàn chịu được tối đa một trọng lượng là: $p_{max} = \frac{2P}{4} = \frac{P}{2}$.
- Vì 4 chân bàn đối xứng nhau nên ta chỉ cần xét cho một chân bàn là đủ. Giả sử xét chân thứ 1, vật có trọng lượng P đặt tại vị trí M.
  + Chọn hệ trục tọa độ Oxy, gốc O ở chân bàn 1, hai trục Ox và Oy dọc theo hai cạnh của bàn. Đặt a là chiều dài mỗi cạnh bàn.
  + Vật có trọng lượng P đặt tại M(x, y) gây ra các lực F_1, F_2, F_3 và F_4 lên bốn chân. Ta phân tích trọng lượng P theo quy tắc hợp lực song song cùng chiều như sau:
    • Trước hết, phân tích P thành F_A và F_B tại A và B, với A(0, y) và B(a, y).
    Ta có:

$F_A + F_B = P$ và $\frac{F_A}{F_B} = \frac{MB}{MA} = \frac{a-x}{x}$

$\Rightarrow \frac{F_A}{P} = \frac{a-x}{a} \Rightarrow F_A = P\frac{a-x}{a}$ (1)



    • Tiếp tục phân tích F_A thành hai lực F_1 và F_2 tại hai chân 1 và 2 ta được:

$F_1 + F_2 = F_A$ và $\frac{F_1}{F_2} = \frac{AD}{OA} = \frac{a-y}{y}$

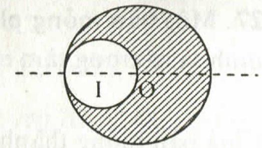
$\Rightarrow \frac{F_1}{F_A} = \frac{a-y}{a} \Rightarrow F_1 = F_A\frac{a-y}{a}$ (2)

- Thay (1) vào (2) ta được: $F_1 = P(\frac{a-x}{a})(\frac{a-y}{a}) = P\frac{(a-x)(a-y)}{a^2}$.
- Để chân bàn khỏi gãy thì: $F_1 \le \frac{P}{2} \Rightarrow P\frac{(a-x)(a-y)}{a^2} \le \frac{P}{2}$

$\Rightarrow \frac{(a-x)(a-y)}{a^2} \le \frac{1}{2} \Rightarrow y \ge a - \frac{a^2}{2(a-x)}$

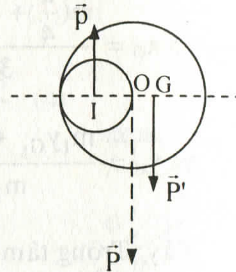
- Đường giới hạn $y = a - \frac{a^2}{2(a-x)}$ là đường hy-pe-bon đi qua trung điểm hai cạnh; tương tự với ba chân còn lại ta được vị trí đặt vật có trọng lượng P trên bàn để các chân bàn không bị gãy là phần gạch gạch trên hình vẽ.

10.25. Xác định vị trí trọng tâm của bản mỏng là đĩa tròn tâm O bán kính R, bản bị khoét một lỗ tròn bán kính $\frac{R}{2}$ như hình.



Bài giải

- Do tính đối xứng của hai phần trên và dưới của bản mỏng nên trọng tâm G của bản mỏng sẽ nằm trên đường thẳng qua I, O.
- Ta có:
  + Khi đĩa chưa bị khoét, trọng tâm đĩa nằm tại O; lỗ tròn bị khoét có trọng tâm nằm tại I.
  + Gọi P là trọng lượng của đĩa chưa bị khoét, p là trọng lượng lỗ tròn bị khoét, P' là trọng lượng đĩa đã bị khoét thì: P' = P – p.
- Theo quy tắc hợp lực song song, ngược chiều, ta có:



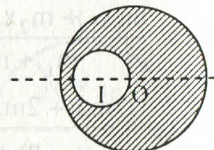
$\frac{IG}{OG} = \frac{P}{p} = \frac{M}{m} = \frac{\pi R^2 D}{\pi\left(\frac{R}{2}\right)^2 D} = 4$

(D là mật độ khối lượng theo diện tích đĩa)

$\Rightarrow IO + OG = 4OG \Rightarrow OG = \frac{IO}{3} = \frac{R}{2.3} = \frac{R}{6}$

Vậy: Trọng tâm của đĩa bị khoét cách O một đoạn $OG = \frac{R}{6}$.

10.26. Xác định vị trí trọng tâm của bản mỏng là đĩa tròn tâm O bán kính R, bản bị khoét một lỗ tròn bán kính $r < \frac{R}{2}$ và có tâm I cách O đoạn $\frac{R}{2}$.

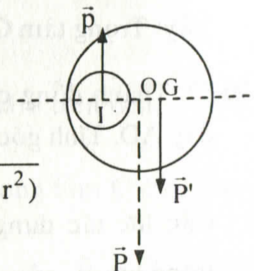


Bài giải

- Tương tự như bài trên, ta có:

$\frac{IG}{OG} = \frac{M}{m} = \frac{\pi R^2 D}{\pi r^2 D} = \frac{R^2}{r^2}$ (1)

- Mà: $IG = IO + OG = \frac{R}{2} + OG$. Thay vào (1) ta được:



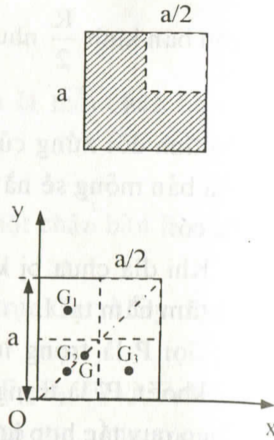
$\frac{\frac{R}{2} + OG}{OG} = \frac{R^2}{r^2} \Rightarrow \frac{Rr^2}{2} + r^2 OG = R^2 OG \Rightarrow OG = \frac{Rr^2}{2(R^2 - r^2)}$

Vậy: Trọng tâm của đĩa bị khoét cách O một đoạn

$OG = \frac{Rr^2}{2(R^2 - r^2)}$.

10.27. Một bản mỏng phẳng, đồng chất, bề dày đều có dạng như hình vẽ. Xác định vị trí trọng tâm của bản.

Bài giải



- Chia bản mỏng thành ba phần, mỗi phần là một hình vuông cạnh $\frac{a}{2}$. Mỗi hình vuông nhỏ có khối lượng m, có trọng tâm tại tâm của chúng. Chọn hệ tọa độ Oxy. Áp dụng phương pháp tọa độ, ta có:

$$x_G = \frac{m_1x_{G_1} + m_2x_{G_2} + m_3x_{G_3}}{m_1 + m_2 + m_3}$$

$$\Rightarrow x_G = \frac{m(\frac{a}{4} + \frac{a}{4} + \frac{3a}{4})}{3m} = \frac{5a}{12}$$

và $y_G = \frac{m_1y_{G_1} + m_2y_{G_2} + m_3y_{G_3}}{m_1 + m_2 + m_3} \Rightarrow y_G = \frac{m(\frac{a}{4} + \frac{a}{4} + \frac{3a}{4})}{3m} = \frac{5a}{12}$

Vậy: Trọng tâm G của bản có tọa độ $x_G = y_G = \frac{5a}{12}$.

10.28. Có 5 quả cầu nhỏ trọng lượng P, 2P, 3P, 4P, 5P gắn lần lượt trên một thanh nhẹ, khoảng cách giữa hai quả cầu cạnh nhau là l.

Tìm vị trí trọng tâm của hệ.

Bài giải

- Chọn gốc tọa độ O tại vị trí quả cầu có khối lượng m; trục Ox trùng với thanh. Gọi G là trọng tâm của hệ, theo phương pháp tọa độ, ta có:

$$x_G = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3 + m_4x_4 + m_5x_5}{m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + m_5}$$

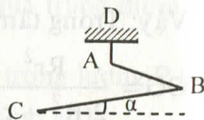
$$\Rightarrow x_G = \frac{m.l + 2m.2l + 3m.3l + 4m.4l + 5m.5l}{m + 2m + 3m + 4m + 5m} = \frac{8l}{3}$$

Vậy: Trọng tâm G của hệ có tọa độ: $x_G = \frac{8l}{3}$.

10.29. Thanh đồng chất ABC có tiết diện nhỏ, góc B = 60° treo cân bằng trên dây AD. Tính góc α tạo bởi BC và phương ngang biết BC = 2AB.

Bài giải

- Các lực tác dụng lên thanh ABC: trọng lực $\vec{P}_1$ của BC, trọng lực $\vec{P}_2$ của AB, lực căng $\vec{T}$ của dây AD.



- Thanh treo cân bằng nên: $\vec{P}_1 + \vec{P}_2 + \vec{T} = \vec{0}$ (1)

$\Rightarrow \vec{P}_{12} = -\vec{T}$

Nghĩa là hợp lực $\vec{P}_{12}$ phải có độ lớn $P_{12} = T$ và phải có giá trùng với giá của $\vec{T}$.

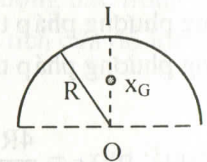
- Vì thanh đồng chất nên trọng tâm O_1 của $\vec{P}_1$ nằm ở trung điểm BC; trọng tâm O_2 của $\vec{P}_2$ nằm ở trung điểm AB. Gọi G là trọng tâm của cả thanh ABC, theo quy tắc hợp lực song song ta có:

$\frac{P_1}{P_2} = \frac{O_2G}{O_1G} = 2$ ($P_1 = 2P_2$ vì BC = 2AB)

$$\Rightarrow \frac{P_1}{P_2 + P_1} = \frac{O_2G}{O_1G + O_2G} = \frac{O_2G}{O_1O_2} = \frac{2}{3} \quad (2)$$

- Tam giác vuông O_1O_2B cho: $O_1O_2 = O_1B.\sin60^o = O_1B.\frac{\sqrt{3}}{2}$ (3)

- Từ (2) ta có: $\frac{O_2G}{O_1O_2} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{O_2G}{O_1B\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{2}{3} \Rightarrow O_2G = O_1B.\frac{\sqrt{3}}{3}$ (4)



- Xét tam giác vuông GAO_2 ta có:

$$\tan GAO_2 = \frac{O_2G}{O_2A} = \frac{O_1B.\frac{\sqrt{3}}{3}}{\frac{O_1B}{2}} = \frac{2\sqrt{3}}{3} \Rightarrow GAO_2 = 49^o$$

- Xét tam giác ABK, ta có: AKB = 180° – (60° + 49°) = 71°

$\Rightarrow \alpha = 90^o - 71^o = 19^o$

Vậy: Góc α tạo bởi BC và phương ngang là $\alpha = 19^o$.

10.30. Xác định vị trí khối tâm của các vật đồng chất sau:

a) Đoạn dây nửa đường tròn bán kính R.

b) Bản bán nguyệt bán kính R.

c) Đoạn dây hình cung tròn bán kính R, góc α.

d) Bản hình quạt tròn bán kính R, góc α.

I
R
x_G
O

Bài giải

a) Đoạn dây nửa đường tròn bán kính R

- Do tính chất đối xứng nên trọng tâm của đoạn dây sẽ nằm trên đoạn vuông góc từ tâm O đến I.

- Chọn trục Ox trùng với đoạn vuông góc trên. Tọa độ trọng tâm G của đoạn dây trên là:

$$x_G = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \rho l_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} \rho l_i} = \frac{\sum_{i=1}^{n} l_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} l_i} = \frac{\sum_{i=1}^{n} l_i x_i}{L}$$

(l_i là chiều dài phần tử thứ i, L là chiều dài đoạn dây, ρ là khối lượng một đơn vị chiều dài của đoạn dây)

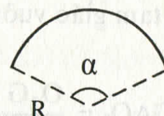
$$\Rightarrow x_G = \frac{1}{L}\sum_{i=1}^{n} l_i x_i = \frac{1}{L}\sum_{i=1}^{n} l_i R\cos\varphi_i = \frac{1}{L}\sum_{i=1}^{n} R y_i = \frac{1}{L} R \sum_{i=1}^{n} y_i$$

$$\Rightarrow x_G = \frac{1}{L} R.AB = \frac{R.2R.\sin\frac{\alpha}{2}}{R\alpha} = \frac{2R.\sin\frac{\alpha}{2}}{\alpha}$$

- Với đoạn dây nửa đường tròn: $\alpha = \pi \Rightarrow x_G = \frac{2R}{\pi}$.

Vậy: Tọa độ trọng tâm của đoạn dây nửa đường tròn bán kính R là $x_G = \frac{2R}{\pi}$.

c) Đoạn dây hình cung tròn bán kính R, góc α.



Tương tự như trên, ta được: $x_G = \frac{2R.\sin\frac{\alpha}{2}}{\alpha}$

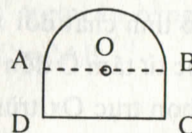
Vậy: Tọa độ trọng tâm của đoạn dây hình cung tròn bán kính R, góc α là $x_G = \frac{2R.\sin\frac{\alpha}{2}}{\alpha}$.

b) và d) Bạn đọc tự giải bằng một trong hai cách sau:
- Dùng phương pháp tương tự như trên.
- Dùng phương pháp tích phân trong hệ tọa độ cực.

Kết quả: b) $x_G = \frac{4R}{3\pi}$; d) $x_G = \frac{4R.\sin\frac{\alpha}{2}}{3\alpha}$.

10.31. Bản mỏng đồng chất cấu tạo từ hình bán nguyệt AOB bán kính R và hình chữ nhật cạnh AD = h.

Xác định tỉ số $\frac{h}{R}$ để trọng tâm của bản nằm tại O.

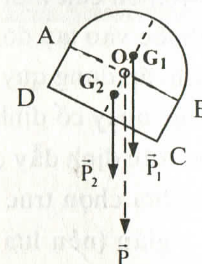


Bài giải

Gọi $\vec{P}_1$, G_1 là trọng lượng và trọng tâm của hình bán nguyệt; $\vec{P}_2$, G_2 là trọng lượng và trọng tâm của hình chữ nhật.

- Theo quy tắc hợp lực song song, nếu O là trọng tâm của bản mỏng thì:

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{OG_2}{OG_1} \quad (1)$$



với $\frac{P_1}{P_2} = \frac{m_1}{m_2} = \frac{S_1}{S_2} = \frac{\frac{\pi R^2}{2}}{2Rh} = \frac{\pi R}{4h} \quad (2)$

và $\frac{OG_2}{OG_1} = \frac{\frac{h}{2}}{\frac{4R}{3\pi}} = \frac{3\pi h}{8R} \quad (3)$

$$\Rightarrow \frac{\pi R}{4h} = \frac{3\pi h}{8R} \Rightarrow \frac{h}{R} = \sqrt{\frac{2}{3}}$$

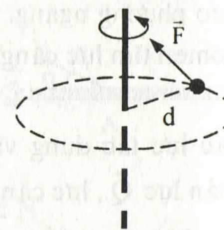
Vậy: Để trọng tâm của bản nằm tại O thì $\frac{h}{R} = \sqrt{\frac{2}{3}}$.

Chuyên đề 11:

CÂN BẰNG CỦA VẬT RẮN CÓ TRỤC QUAY CỐ ĐỊNH

A. TÓM TẮT KIẾN THỨC

1. Momen lực



- **Tác dụng làm quay của lực:** Một lực chỉ có tác dụng làm quay vật quanh một trục nếu lực đó có giá không đi qua trục đó hoặc không song song với trục đó.
- **Momen lực:** Momen của lực đối với một trục là đại lượng đặc trưng cho tác dụng làm quay của vật quanh trục đó và được đo bằng tích của độ lớn lực với tay đòn của lực.

  $M = Fd \quad (11.1)$

  (d: tay đòn của lực là khoảng cách từ giá của lực đến trục quay)

2. Điều kiện cân bằng của vật rắn có trục quay cố định – Quy tắc momen lực

- Tổng momen các lực có tác dụng làm vật quay theo chiều kim đồng hồ bằng tổng momen các lực có tác dụng làm vật quay ngược chiều kim đồng hồ.

  $\Sigma M_{th} = \Sigma M_{ng} \quad (11.2)$

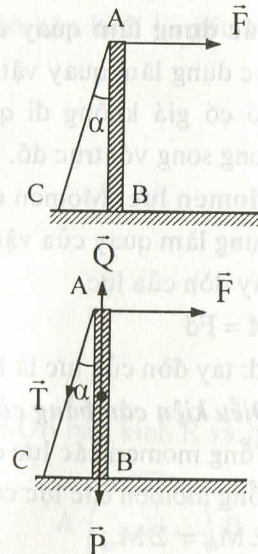
  (ΣM_{th} là tổng momen các lực có tác dụng làm vật quay theo chiều kim đồng hồ; ΣM_{ng} tổng momen các lực có tác dụng làm vật quay ngược chiều kim đồng hồ).
- Điều kiện cân bằng trên còn gọi là quy tắc momen lực.

B. NHỮNG CHÚ Ý KHI GIẢI BÀI TẬP

- Momen của một lực đối với các trục quay khác nhau là khác nhau vì nó phụ thuộc vào tay đòn của lực (M = Fd).
- Khi áp dụng quy tắc momen lực để giải các bài toán về cân bằng của vật với trục quay cố định cần:
  + xác định đầy đủ các lực tác dụng lên vật.
  + lựa chọn trục quay thích hợp để việc vận dụng quy tắc momen được đơn giản (nên lựa chọn trục quay qua giá nhiều lực thành phần hoặc qua giá các lực mà ta chưa biết độ lớn, lúc đó momen các lực đó đối với trục quay ta chọn sẽ bằng 0).
  + vận dụng quy tắc momen lực: $\Sigma M_{th} = \Sigma M_{ng}$
- Chú ý sử dụng tính chất của các tam giác đồng dạng, các công thức tính cạnh, góc trong tam giác, các định lí hàm sin, cosin...
- Quy tắc momen lực cũng được áp dụng đối với các trục quay tức thời (được xem là trục quay cố định tại thời điểm ta xét).

C. CÁC BÀI TẬP VỀ CÂN BẰNG CỦA VẬT RẮN CÓ TRỤC QUAY CỐ ĐỊNH

11.1. Một thanh nhẹ gắn vào sàn tại B. Tác dụng lên đầu A lực kéo F = 100 N theo phương ngang. Thanh được giữ cân bằng nhờ dây AC. Áp dụng quy tắc momen tìm lực căng của dây. Biết $\alpha = 30^o$.



Bài giải

- Các lực tác dụng vào thanh: trọng lực $\vec{P}$, phản lực $\vec{Q}$, lực căng dây $\vec{T}$, lực kéo $\vec{F}$.
- Áp dụng quy tắc momen lực đối với trục quay qua B ta được:

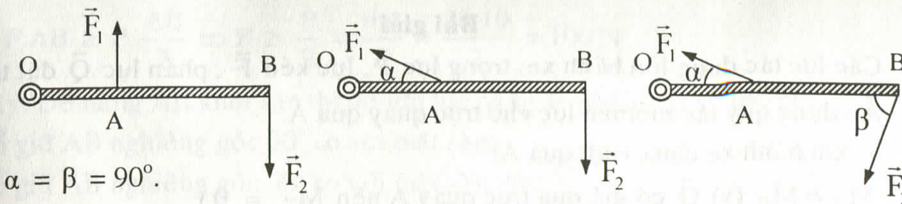
$M_{\vec{F}} = M_{\vec{T}}$ (vì $\vec{P}$ và $\vec{Q}$ có giá đi qua trục quay nên $M_{\vec{P}} = M_{\vec{Q}} = 0$)

$\Rightarrow F.AB = T.AB\sin\alpha$

$\Rightarrow T = \dfrac{F}{\sin\alpha} \Rightarrow T = = 200$ N

Vậy: Lực căng của dây là T = 200 N.

11.2. Thanh nhẹ OB có thể quay quanh O. Tác dụng lên thanh các lực $\vec{F_1}$, $\vec{F_2}$ đặt tại A và B. Biết $F_1 = 20$ N, OA = 10 cm, AB = 40 cm. Thanh cân bằng, $\vec{F_1}$ và $\vec{F_2}$ hợp với AB các góc α, β. Tìm F_2 nếu:



a) $\alpha = \beta = 90^o$.

b) $\alpha = 30^o$; $\beta = 90^o$.

c) $\alpha = 30^o$; $\beta = 60^o$.

Bài giải

- Các lực tác dụng lên thanh OB: các lực $\vec{F_1}$, $\vec{F_2}$ đặt tại A và B; phản lực $\vec{Q}$ đặt tại O (bỏ qua trọng lượng của thanh).
- Áp dụng quy tắc momen lực cho trục quay tại O, ta có: $M_{\vec{F_1}} = M_{\vec{F_2}}$ (vì $\vec{Q}$ có giá qua trục quay O nên $M_{\vec{Q}} = 0$)

a) Khi $\alpha = \beta = 90^o$

Từ $M_{\vec{F_1}} = M_{\vec{F_2}} \Rightarrow F_1.OA = F_2.OB$

$\Rightarrow F_2 = \dfrac{OA}{OB}.F_1 = \dfrac{OA}{OA + AB}.F_1 = \dfrac{10}{10 + 40}.20 = 4$ N

Vậy: Độ lớn của lực $F_2 = 4$ N.

b) Khi $\alpha = 30^o$; $\beta = 90^o$

Từ $M_{\vec{F_1}} = M_{\vec{F_2}} \Rightarrow F_1.OA\sin\alpha = F_2.OB$

$\Rightarrow F_2 = \dfrac{OA.\sin\alpha}{OB}.F_1 = \dfrac{OA.\sin 30^o}{OA + AB}.F_1 = \dfrac{10.\frac{1}{2}}{10 + 40}.20 = 2$ N

Vậy: Độ lớn của lực $F_2 = 2$ N.

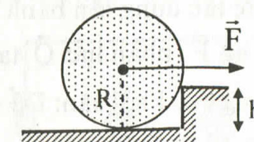
c) Khi $\alpha = 30^o$; $\beta = 60^o$

Từ $M_{\vec{F_1}} = M_{\vec{F_2}} \Rightarrow F_1.OA.\sin\alpha = F_2.OB.\sin\beta$

$\Rightarrow F_2 = \dfrac{OA.\sin\alpha}{OB.\sin\beta}.F_1 = \dfrac{OA.\sin 30^o}{(OA + AB).\sin 60^o}.F_1 = \dfrac{10.\frac{1}{2}}{(10 + 40).\frac{\sqrt{3}}{2}}.20 = 2,3$ N

Vậy: Độ lớn của lực $F_2 = 2,3$ N.

11.3. Bánh xe có bán kính R, khối lượng m. Tìm lực kéo $\vec{F}$ nằm ngang đặt trên trục để bánh vượt qua bậc có độ cao h. Bỏ qua ma sát.



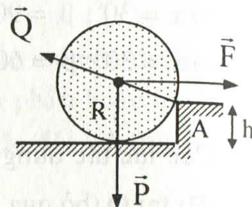
Bài giải

- Các lực tác dụng lên bánh xe: trọng lực $\vec{P}$, lực kéo $\vec{F}$, phản lực $\vec{Q}$ đặt tại A.
- Áp dụng quy tắc momen lực cho trục quay qua A:

  + khi bánh xe chưa vượt qua A:

  $M_{\vec{P}} = M_{\vec{F}}$ (vì $\vec{Q}$ có giá qua trục quay A nên $M_{\vec{Q}} = 0$)

  + để bánh xe vượt qua A:



$$M_{\vec{P}} < M_{\vec{F}} \Rightarrow P\sqrt{R^2-(R-h)^2} < F(R-h)$$

$$\Rightarrow F > \frac{P\sqrt{R^2-(R-h)^2}}{R-h} = \frac{mg\sqrt{2Rh-h^2}}{R-h}$$

Vậy: Để bánh vượt qua bậc có độ cao h thì lực kéo $\vec{F}$ phải có độ lớn $F > \dfrac{mg\sqrt{2Rh - h^2}}{R - h}$.

11.4. Tìm lực F cần để làm quay vật hình hộp đồng chất m = 10 kg quanh O như hình vẽ. Biết a = 50 cm, b = 100 cm.

Bài giải

- Các lực tác dụng lên bánh xe: trọng lực $\vec{P}$, lực $\vec{F}$; phản lực $\vec{Q}$ tại O.
- Để vật quay quanh trục quay qua O:

  $M_{\vec{F}} > M_{\vec{P}}$ ($\vec{Q}$ có giá qua O nên $M_{\vec{Q}} = 0$)

$$\Rightarrow F.b > P.\frac{a}{2} \Rightarrow F > P.\frac{a}{2b} = mg.\frac{a}{2b} = 10.10.\frac{50}{2.100} = 25\text{ N}$$

Vậy: Để vật quay quanh trục quay qua O thì lực $\vec{F}$ phải có độ lớn F > 25 N.

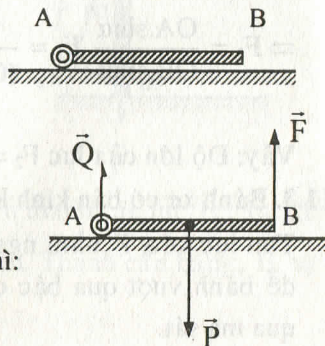
11.5. Thanh gỗ đồng chất AB, khối lượng 20 kg có thể quay quanh A. Ban đầu thanh nằm ngang trên sàn. Tác dụng lên B lực nâng $\vec{F}$ (luôn vuông góc với AB). Tìm F để có thể:

a) nâng AB khỏi sàn.

b) giữ AB nghiêng góc 30° so với mặt sàn.

Bài giải

Các lực tác dụng lên bánh xe: trọng lực $\vec{P}$, lực nâng $\vec{F}$; phản lực $\vec{Q}$ tại A.



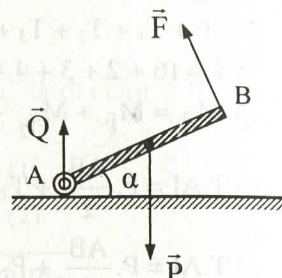
a) Để nâng AB khỏi sàn: Để nâng AB lên khỏi sàn thì:

$M_{\vec{F}} \geq M_{\vec{P}}$ ($\vec{Q}$ có giá qua A nên $M_{\vec{Q}} = 0$)

$$\Rightarrow F.AB \geq P.\frac{AB}{2} \Rightarrow F \geq \frac{P}{2} = \frac{mg}{2} = \frac{20.10}{2} = 100\text{ N}$$

Vậy: Để nâng AB khỏi sàn thì độ lớn lực nâng $\vec{F}$ phải là F ≥ 100 N.

b) Để giữ AB nghiêng góc 30° so với mặt sàn:



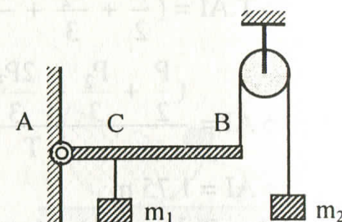
Để giữ AB nghiêng góc 30° so với mặt sàn thì:

$$M_{\vec{F}} = M_{\vec{P}} \Rightarrow F.AB = P.\frac{AB}{2}\cos 30^\circ$$

$$\Rightarrow F = \frac{P\cos 30^\circ}{2} = \frac{mg.\cos 30^\circ}{2} = \frac{20.10\frac{\sqrt{3}}{2}}{2} \approx 86{,}7\text{ N}$$

Vậy: Để giữ AB nghiêng góc 30° so với mặt sàn thì độ lớn lực nâng $\vec{F}$ phải là F ≈ 86,7 N.

11.6. Thanh AB (m = 100 g) có thể quay quanh A được bố trí như hình: m_1 = 500 g, m_2 = 150 g, BC = 20 cm. Tìm chiều dài AB, biết thanh cân bằng.



Bài giải

- Các lực tác dụng lên thanh AB: trọng lực $\vec{P}$, các lực căng dây $\vec{T_1}, \vec{T_2}$, phản lực $\vec{Q}$ tại A ($T_1 = P_1$; $T_2 = P_2$).
- Áp dụng quy tắc momen lực cho trục quay qua A, ta được:

  $M_{\vec{T_2}} = M_{\vec{P}} + M_{\vec{P_1}}$ (vì $\vec{Q}$ có giá đi qua trục quay tại A nên $M_{\vec{Q}} = 0$)

$$\Rightarrow T_2.AB = P.\frac{AB}{2} + P_1.AC = P.\frac{AB}{2} + P_1.(AB - BC)$$

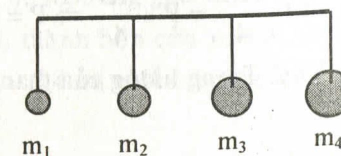
$$\Rightarrow P_2.AB = (\frac{P}{2} + P_1).AB - P_1.BC$$

$$\Rightarrow AB = \frac{P_1}{P_1 + \frac{P}{2} - P_2}.BC = \frac{0{,}5.10}{0{,}5.10 + \frac{0{,}1.10}{2} - 0{,}15.10}.20$$

$$= 25\text{ cm}$$

Vậy: Chiều dài của thanh AB là AB = 25 cm.

11.7. Treo bốn vật nặng cách đều nhau vào một thanh đồng chất (dài 3 m; nặng 6 kg) trong đó hai vật ngoài cùng nằm ở hai đầu thanh. Vật nặng đầu tiên bên trái có khối lượng m_1 = 2 kg, mỗi vật tiếp theo lớn hơn vật trước 1 kg. Cần phải treo thanh tại điểm cách đầu trái một khoảng bao nhiêu để thanh cân bằng?



Bài giải

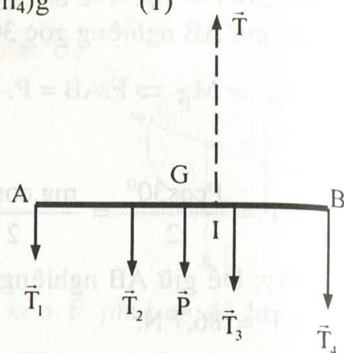
Gọi I là điểm treo vật để thanh cân bằng.

Các lực tác dụng vào thanh là: trọng lực $\vec{P}$; các lực căng dây $\vec{T}, \vec{T}_1, \vec{T}_2, \vec{T}_3, \vec{T}_4$ ($T_1 = P_1, T_2 = P_2, T_3 = P_3, T_4 = P_4$). Xét trục quay qua A (đầu treo vật có khối lượng m_1). Khi thanh cân bằng, ta có:

$T = P + T_1 + T_2 + T_3 + T_4 = (m + m_1 + m_2 + m_3 + m_4)g$ (1)

$\Rightarrow T = (6 + 2 + 3 + 4 + 5).10 = 200$ N

và $M_{\vec{T}} = M_{\vec{P}} + M_{\vec{T}_2} + M_{\vec{T}_3} + M_{\vec{T}_4}$ (2)



$\Rightarrow T.AI = P.\dfrac{AB}{2} + T_2.\dfrac{AB}{3} + T_3.\dfrac{2AB}{3} + T_4.AB$

$\Rightarrow T.AI = P.\dfrac{AB}{2} + P_2.\dfrac{AB}{3} + P_3.\dfrac{2AB}{3} + P_4.AB$

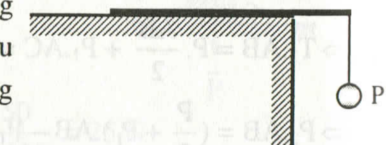
$\Rightarrow T.AI = (\dfrac{P}{2} + \dfrac{P_2}{3} + \dfrac{2P_3}{3} + P_4)AB$

$\Rightarrow AI = \dfrac{(\dfrac{P}{2} + \dfrac{P_2}{3} + \dfrac{2P_3}{3} + P_4)AB}{T} = \dfrac{(\dfrac{6.10}{2} + \dfrac{3.10}{3} + \dfrac{2.4.10}{3} + 5.10).3}{200}$

$\Rightarrow AI = 1{,}75$ m

Vậy: Phải treo thanh tại điểm I, cách đầu trái một khoảng AI = 1,75 m để thanh cân bằng.

11.8. Thanh đồng chất đặt trên bàn ngang, nhô $\dfrac{1}{4}$ chiều dài thanh khỏi bàn. Treo vào đầu thanh nhô ra một vật trọng lượng P'. Khi P' = 300 N thì thanh bắt đầu nghiêng và mất cân bằng. Tìm trọng lượng thanh.

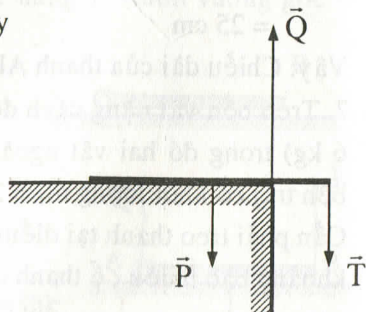


Bài giải

- Khi thanh bắt đầu mất cân bằng, các lực tác dụng vào thanh: trọng lực $\vec{P}$, phản lực $\vec{Q}$ tại mép bàn, lực căng dây $\vec{T}$ (T = P').
- Áp dụng quy tắc momen lực đối với trục quay qua O (mép bàn), ta có:

$M_{\vec{P}} = M_{\vec{T}}$

(vì phản lực $\vec{Q}$ có giá đi qua O nên $M_{\vec{Q}} = 0$)



$\Rightarrow P.\dfrac{AB}{4} = P'.\dfrac{AB}{4} \Rightarrow P = P' = 300$ N

Vậy: Trọng lượng của thanh là P = 300 N.

11.9. Dùng cân đòn để cân một vật. Vì cánh tay đòn của cân không thật bằng nhau nên khi đặt vật ở đĩa cân bên này ta cân được 40 g nhưng khi đặt vật sang đĩa cân kia ta cân được 44,1 g.

Tìm khối lượng đúng của vật.

Bài giải

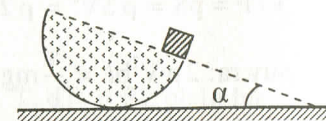
Gọi "đĩa cân bên này" là đĩa cân 1, "đĩa cân bên kia" là đĩa cân 2; P_x là trọng lượng của vật cần cân. Ta có:

- Khi cân lần 1: $P_1l_1 = P_xl_2 \Rightarrow m_1l_1 = m_xl_2$ (1)
- Khi cân lần 2: $P_xl_1 = P_2l_2 \Rightarrow m_xl_1 = m_2l_2$ (2)
- Lấy (1) chia cho (2) ta được: $\dfrac{m_1}{m_x} = \dfrac{m_x}{m_2} \Rightarrow m_x = \sqrt{m_1m_2}$

$\Rightarrow m_x = \sqrt{40.44{,}1} = 42$ g

Vậy: Khối lượng đúng của vật là $m_x = 42$ g.

11.10. Bán cầu đồng chất khối lượng 100 g. Trên mép bán cầu đặt một vật nhỏ khối lượng 7,5 g. Hỏi mặt phẳng của bán cầu sẽ nghiêng góc α bao nhiêu khi có cân bằng biết rằng trọng tâm bán cầu ở cách mặt phẳng của bán cầu một đoạn $\dfrac{3R}{8}$ (R là bán kính mặt bán cầu).

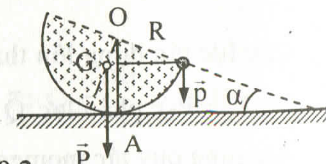


Bài giải

Các lực tác dụng lên bán cầu: trọng lực $\vec{P}$ (bán cầu), trọng lực $\vec{p}$ (vật nhỏ), phản lực $\vec{Q}$ (tại điểm tiếp xúc A).

Áp dụng quy tắc momen lực đối với trục quay qua O:

$M_{\vec{P}} = M_{\vec{p}}$ (vì $\vec{Q}$ có giá đi qua trục quay tại A nên $M_{\vec{Q}} = 0$)



$\Rightarrow P.OG\sin\alpha = pR\cos\alpha$

$\Rightarrow Mg.\dfrac{3R}{8}\sin\alpha = mgR\cos\alpha$

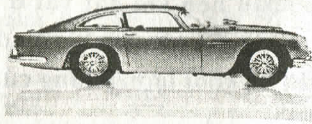
$\Rightarrow M\dfrac{3}{8}\sin\alpha = m\cos\alpha \Rightarrow \tan\alpha = \dfrac{8m}{3M} = \dfrac{8.7{,}5}{3.100} = 0{,}2$

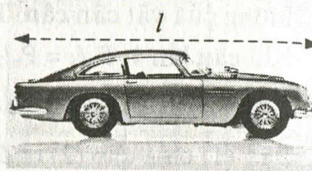
$\Rightarrow \alpha \approx 11^o$

Vậy: Khi có cân bằng, mặt phẳng của bán cầu sẽ nghiêng góc $\alpha \approx 11^o$.

11.11. Gió thổi vào xe theo hướng vuông góc với thành bên của xe với vận tốc V. Xe có khối lượng $m = 10^4$ kg, chiều cao 2b = 2,4 m, chiều ngang 2a = 2 m, chiều dài l = 8 m.

Áp suất gió tính bởi công thức $p = \rho V^2$ với $\rho = 1,3$ kg/m^3 là khối lượng riêng của không khí. Tìm V để xe bị lật ngã.





Bài giải

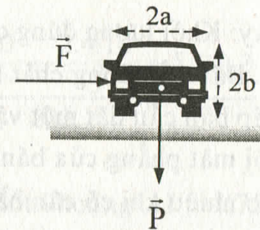
Các lực tác dụng lên xe: trọng lực $\vec{P}$, phản lực $\vec{Q}$, lực tác dụng $\vec{F}$ của gió.

Khi xe bắt đầu lật, theo quy tắc momen lực đối với trục qua hai bánh xe, ta có:

$M_{\vec{P}} = M_{\vec{F}}$

(vì $\vec{Q}$ có giá đi qua trục quay nên $M_{\vec{Q}} = 0$)

$\Rightarrow Pa = Fb \Rightarrow F = \frac{a}{b}P = \frac{a}{b}mg$



Vì $F = pS = \rho SV^2 = \rho 2blV^2 = 2\rho V^2bl$

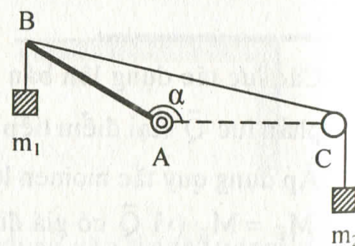
suy ra: $2\rho V^2bl = \frac{a}{b}mg$

$\Rightarrow V = \frac{1}{b}\sqrt{\frac{amg}{2\rho l}} = \frac{1}{1,2}\sqrt{\frac{1.10000.10}{2.1,3.8}} = 58$ m/s

Vậy: Vận tốc của gió để xe bị lật ngã là $V \geq 58$ m/s.

11.12. Thanh đồng chất AB có thể quay quanh bản lề A. Hai vật có các khối lượng $m_1 = 1$ kg, $m_2 = 2$ kg được treo vào B bằng hai sợi dây như hình vẽ. (C là ròng rọc nhẹ). Biết AB = AC, khối lượng thanh là 2 kg.

Tính α khi hệ cân bằng.



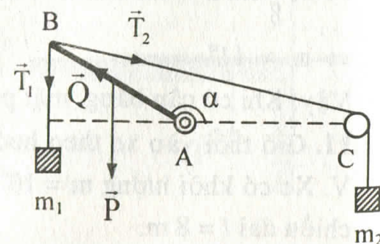
Bài giải

Các lực tác dụng lên thanh gồm: trọng lực $\vec{P}$; các lực căng dây $\vec{T}_1, \vec{T}_2$ ($T_1 = P_1$; $T_2 = P_2$); phản lực $\vec{Q}$ tại bản lề A.

Áp dụng quy tắc momen lực đối với trục quay qua A ta được:

$M_{\vec{T}_2} = M_{\vec{P}} + M_{\vec{T}_1}$

(vì $\vec{Q}$ có giá đi qua trục quay tại A nên $M_{\vec{Q}} = 0$)



$\Rightarrow P_2.AB\cos\frac{\alpha}{2} = P.\frac{AB}{2}\cos\beta + P_1.AB\cos\beta$

$\Rightarrow m_2g\cos\frac{\alpha}{2} = \frac{mg}{2}\cos\beta + m_1g\cos\beta$

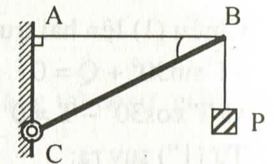
$\Rightarrow 2\cos\frac{\alpha}{2} = \cos\beta + \cos\beta = 2\cos\beta = -2\cos\alpha$

$\Rightarrow \cos\frac{\alpha}{2} = -\cos\alpha = \cos(\pi - \alpha) \Rightarrow \begin{cases} \pi - \alpha = \frac{\alpha}{2} \\ \pi - \alpha = -\frac{\alpha}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = \frac{2\pi}{3} = 120^o \\ \alpha = 2\pi \end{cases}$

Vậy: Khi hệ cân bằng thì $\alpha = 120^o$ ($\alpha < 2\pi$).

11.13. Thanh BC nhẹ, gắn vào tường bởi bản lề C. Đầu B treo vật nặng có khối lượng m = 4 kg và được giữ cân bằng nhờ dây treo AB. Cho AB = 30 cm, AC = 40 cm.

Xác định các lực tác dụng lên BC.



Bài giải

Các lực tác dụng lên thanh BC: các lực căng dây $\vec{T}_1, \vec{T}_2$ ($T_2 = P$); phản lực $\vec{Q}$ tại C (thanh nhẹ nên bỏ qua trọng lượng thanh).

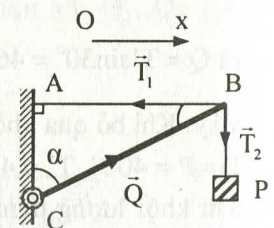
Điều kiện cân bằng của thanh BC là:

$\vec{T}_1 + \vec{T}_2 + \vec{Q} = \vec{0}$ (1)

$M_{\vec{T}_1} = M_{\vec{T}_2}$ (đối với trục quay qua C)

$\Rightarrow T_1.AC = T_2.AB$ (2)

$\Rightarrow T_1 = T_2.\frac{AB}{AC} = mg.\frac{AB}{AC} = 4.10.\frac{30}{40} = 30$ N



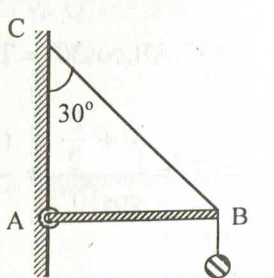
Chiếu (1) lên trục Ox nằm ngang, ta được:

$-T_1 + Q\sin\alpha = 0 \Rightarrow Q = \frac{T_1}{\sin\alpha}$

với: $\sin\alpha = \frac{AB}{BC} = \frac{AB}{\sqrt{AB^2 + AC^2}} = \frac{30}{\sqrt{30^2 + 40^2}} = \frac{3}{5} \Rightarrow Q = \frac{30}{\frac{3}{5}} = 50$ N

Vậy: Độ lớn các lực tác dụng lên thanh BC là $T_1 = 30$ N, $T_2 = P = 40$ N và Q = 50 N.

11.14. Một ngọn đèn khối lượng m = 4 kg được treo vào tường bởi dây BC và thanh AB. Thanh AB gắn vào tường bằng bản lề A, $\hat{C} = \alpha = 30^o$.



1. Tìm các lực tác dụng lên thanh AB, nếu:
   a) bỏ qua khối lượng thanh.
   b) khối lượng thanh AB là 2 kg.
2. Khi tăng góc α thì lực căng dây BC tăng hay giảm?

Bài giải

1. Các lực tác dụng lên thanh AB

a) Bỏ qua khối lượng thanh: Các lực tác dụng lên thanh: các lực căng dây $\vec{T}, \vec{T'}$ (T = P); phản lực $\vec{Q}$ tại bản lề A.

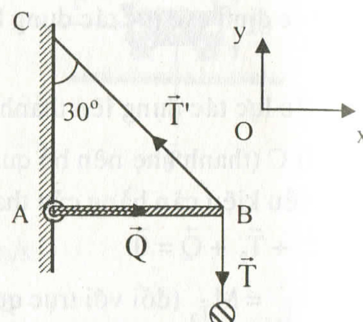
Thanh nằm yên nên: $\vec{T} + \vec{T'} + \vec{Q} = \vec{0}$ (1)

Chiếu (1) lên hai trục Ox và Oy của hệ tọa độ Oxy ta được:

$-T'\sin30^o + Q = 0$ (1')

và $T'\cos30^o - T = 0$ (1")

Từ (1") suy ra:



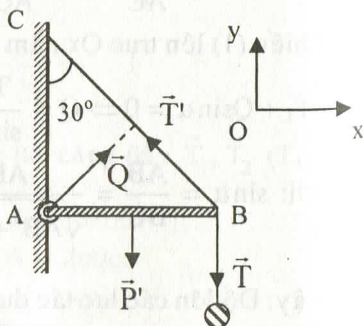
$$T' = \frac{T}{\cos30^o} = \frac{P}{\cos30^o} = \frac{mg}{\cos30^o}$$

$$\Rightarrow T' = \frac{4.10}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \approx 46,2 \text{ N}$$

và $Q = T'\sin30^o = 46,2.\frac{1}{2} = 23,1$ N

Vậy: Khi bỏ qua khối lượng của thanh thì các lực tác dụng lên thanh là T = P = 40 N, T' = 46,2 N và Q = 23,1 N.

b) Khi khối lượng thanh AB là m' = 2 kg: Các lực tác dụng lên thanh: các lực căng dây $\vec{T}, \vec{T'}$ (T = P); phản lực $\vec{Q}$ tại bản lề A; trọng lực $\vec{P'}$.



Thanh nằm yên nên:

$\vec{T} + \vec{T'} + \vec{Q} + \vec{P'} = \vec{0}$ (2)

và $M_{\vec{T'}} = M_{\vec{T}} + M_{\vec{P'}}$ (3)

$$\Rightarrow T'.AB.\cos30^o = T.AB + P'.\frac{AB}{2} = AB.(P + \frac{P'}{2})$$

$$\Rightarrow T' = \frac{P + \frac{P'}{2}}{\cos30^o} = \frac{(m + \frac{m'}{2})g}{\cos30^o} = \frac{(4 + \frac{2}{2}).10}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \approx 57,7 \text{ N}$$

Chiếu (2) lên hai trục Ox và Oy của hệ tọa độ Oxy ta được:

$Q_x = T'\sin30^o = 57,7.\frac{1}{2} = 28,85$ N

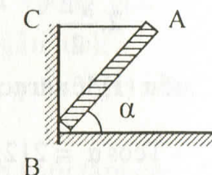
và $Q_y = P + P' - T'\cos30^o = mg + m'g - T'.\cos30^o$

$$\Rightarrow Q_y = 4.10 + 2.10 - 57,7.\frac{\sqrt{3}}{2} \approx 10 \text{ N}$$

$$\Rightarrow Q = \sqrt{Q_x^2 + Q_y^2} = \sqrt{28,85^2 + 10^2} \approx 30,5 \text{ N}$$

Vậy: Khi khối lượng của thanh là m' = 2 kg thì các lực tác dụng lên thanh là T = P = 40 N, T' = 57,7 N và Q = 30,5 N.

2. Khi tăng góc α : Từ $T' = \frac{(m + \frac{m'}{2})g}{\cos\alpha}$ suy ra khi α tăng thì cosα giảm nên T' tăng.



11.15. Thanh AB khối lượng m = 1,5 kg; đầu B dựng vào góc tường, đầu A nối với dây treo AC, góc α = 45°. Tìm các lực tác dụng lên thanh.

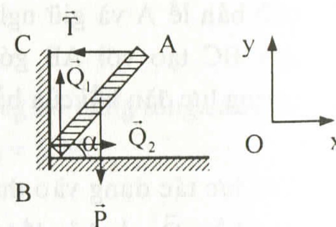
Bài giải

Các lực tác dụng lên thanh: lực căng dây $\vec{T}$; các phản lực $\vec{Q}_1$, $\vec{Q}_2$ tại các điểm tiếp xúc; trọng lực $\vec{P}$.

Thanh nằm cân bằng nên:

$\vec{T} + \vec{Q}_1 + \vec{Q}_2 + \vec{P} = \vec{0}$ (1)

và $M_{\vec{T}} = M_{\vec{P}}$ (trục quay qua điểm tiếp xúc) (2)



$$\Rightarrow T.AB.\sin45^o = P.\frac{AB}{2}.\cos45^o$$

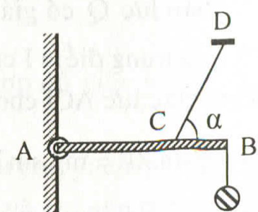
$$\Rightarrow T = \frac{P}{2\tan45^o} = \frac{1,5.10}{2.1} = 7,5 \text{ N}$$

Chiếu (1) lên hai trục Ox và Oy của hệ tọa độ Oxy ta được:

$Q_1 = P = mg = 1,5.10 = 15$ N và $Q_2 = T = 7,5$ N

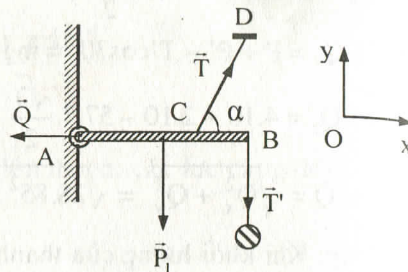
Vậy: Các lực tác dụng lên thanh là T = 7,5 N; Q_1 = 15 N và Q_2 = 7,5 N.

11.16. Thanh AB khối lượng m_1 = 10 kg, chiều dài l = 3 m gắn vào tường bởi bản lề A. Đầu B của thanh treo vật nặng m_2 = 5 kg. Thanh được giữ cân bằng nằm ngang nhờ dây treo CD; góc α = 45°. Tìm các lực tác dụng lên thanh AB biết AC = 2 m.



Bài giải

Các lực tác dụng lên thanh: các lực căng dây $\vec{T}$, $\vec{T'}$ (T' = P_2); trọng lực $\vec{P_1}$; phản lực $\vec{Q}$ tại trục quay A.



Thanh nằm cân bằng nên:

$\vec{T} + \vec{T'} + \vec{P_1} + \vec{Q} = \vec{0}$ (1)

và $M_{\vec{T}} = M_{\vec{P_1}} + M_{\vec{T'}}$ (trục quay qua A) (2)

$\Rightarrow T.AC.\sin\alpha = P_1.\dfrac{AB}{2} + P_2.AB$

$\Rightarrow T = \dfrac{AB}{AC.\sin\alpha}\left(\dfrac{P_1}{2} + P_2\right) = \dfrac{3}{2.\sin45^o}\left(\dfrac{10.10}{2} + 5.10\right)$

$\Rightarrow T = \dfrac{3}{2.\dfrac{\sqrt{2}}{2}}\left(\dfrac{10.10}{2} + 5.10\right) \approx 212,13\text{ N}$

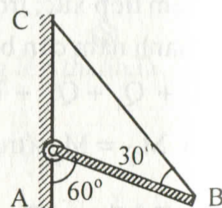
Chiếu (1) lên trục Ox ta được:

$Q = T\cos\alpha = 212,13.\cos45^o = 212,13.\dfrac{\sqrt{2}}{2} = 150\text{ N}$

Vậy: Các lực tác dụng lên thanh AB là

$P_1 = 100$ N, T = 212,13 N, T' = P_2 = 50 N và Q = 150 N.

11.17. Thanh đồng chất AB có m = 2 kg, gắn vào tường nhờ bản lề A và giữ nghiêng góc 60° với tường nhờ dây BC tạo với AB góc 30°. Xác định độ lớn và hướng lực đàn hồi của bản lề đặt lên AB.



Bài giải

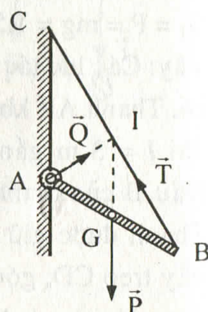
Các lực tác dụng vào thanh AB: trọng lực $\vec{P}$, lực căng dây $\vec{T}$, phản lực (lực đàn hồi) $\vec{Q}$ của bản lề tại A.

Thanh cân bằng nên: $\vec{P} + \vec{T} + \vec{Q} = \vec{0}$ (1)

Vì $\widehat{ACB} + \widehat{ABC} = 60^o \Rightarrow \widehat{ACB} = \widehat{ABC} = 30^o$

⇒ tam giác ABC cân tại A

⇒ phản lực $\vec{Q}$ có giá vuông góc với CB và qua trung điểm I của CB.



Tam giác lực ACI cho:

$Q = P\sin30^o = mg.\sin30^o = 2.10.\dfrac{1}{2} = 10\text{ N}$

và $\beta = \widehat{CAI} = 90^o - 30^o = 60^o$

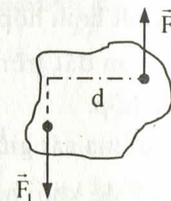
Vậy: Lực đàn hồi của bản lề đặt lên AB có độ lớn Q = 10 N và có hướng hợp với tường một góc β = 60°.

Chuyên đề 12:

CÂN BẰNG TỔNG QUÁT CỦA VẬT RẮN

A. TÓM TẮT KIẾN THỨC

1. Ngẫu lực



- Định nghĩa: Ngẫu lực là một hệ gồm hai lực song song, ngược chiều và cùng độ lớn.
- Tính chất:
  + Ngẫu lực không có hợp lực.
  + Momen của ngẫu lực đối với một trục quay bất kì vuông góc với mặt phẳng ngẫu lực đều bằng: M = Fd (d là tay đòn của ngẫu lực).
- Tác dụng: Dưới tác dụng của ngẫu lực vật chuyển động quay theo một chiều nhất định:
  + Vật không có trục quay: Ngẫu lực làm vật quay quanh khối tâm của vật.
  + Vật có trục quay không qua khối tâm: Ngẫu lực làm vật quay quanh trục quay đó.

2. Điều kiện cân bằng tổng quát của vật rắn

Điều kiện cân bằng tổng quát của vật rắn là:

+ tổng các lực tác dụng lên vật bằng 0: $\Sigma\vec{F} = \vec{0}$
+ tổng momen lực làm vật quay theo chiều kim đồng hồ bằng tổng các momen lực làm vật quay ngược chiều kim đồng hồ: $\Sigma M_{th} = \Sigma M_{ng}$.

B. NHỮNG CHÚ Ý KHI GIẢI BÀI TẬP

- Khi vận dụng điều kiện cân bằng tổng quát để giải các bài toán về cân bằng của vật rắn cần:
  + Xác định đầy đủ các lực tác dụng vào vật.
  + Áp dụng điều kiện cân bằng tổng quát của vật rắn:
    • $\Sigma\vec{F} = \vec{0} \Rightarrow \Sigma F_x = 0; \Sigma F_y = 0$
    • $\Sigma M_{th} = \Sigma M_{ng}$

  (*Chú ý* lựa chọn hệ trục tọa độ và trục quay thích hợp để việc vận dụng các hệ thức trên được đơn giản).
- Đối với các bài toán về chuyển động của vật rắn cần chú ý: chuyển động bất kì của vật rắn là tổng hợp của chuyển động tịnh tiến và chuyển động quay:

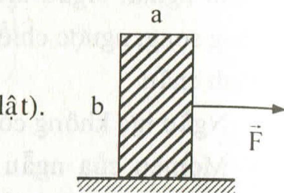
+ Khi vật chỉ chuyển động tịnh tiến: đối với khối tâm thì $\Sigma M_{th} = \Sigma M_{ng}$.
+ Bánh xe, vành tròn lăn trên mặt đường: điểm tiếp xúc của bánh xe với mặt đường là trục quay tức thời nên momen của trọng lực, phản lực của mặt đường đối với trục quay đó bằng 0.
+ Vật chuyển động trên đường vòng: hợp lực tác dụng lên vật phải có giá đi qua khối tâm.

C. CÁC BÀI TẬP VỀ CÂN BẰNG TỔNG QUÁT CỦA VẬT RẮN

12.1. Khối hình hộp đáy vuông, khối lượng m = 20 kg, cạnh a = 0,5 m, chiều cao b = 1 m đặt trên sàn nằm ngang. Tác dụng lên hộp lực $\vec{F}$ nằm ngang đặt ở giữa hộp.

Hệ số ma sát giữa khối và sàn là $\mu = 0{,}4$.

Tìm F để khối hộp bắt đầu mất cân bằng (trượt hoặc lật).

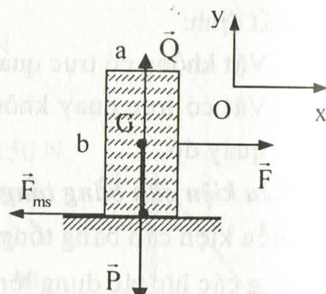


Bài giải

✦ Khi vật bắt đầu trượt:

- Các lực tác dụng lên hộp: trọng lực $\vec{P}$, phản lực $\vec{Q}$, lực ma sát $\vec{F}_{ms}$, lực kéo $\vec{F}$.
- Khi vật bắt đầu trượt ($F_{ms} = \mu N = \mu Q$) và:

$\vec{P} + \vec{Q} + \vec{F}_{ms} + \vec{F} = \vec{0}$ (1)



+ Chiếu (1) lên trục Ox ta được:

$Q = P = mg = 20.10 = 200$ N

+ Chiếu (1) lên trục Oy ta được:

$F = F_{ms} = \mu Q = 0{,}4.200 = 80$ N

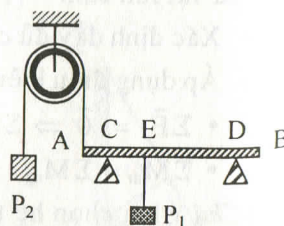
✦ Khi vật bắt đầu lật:

- Các lực tác dụng lên hộp: trọng lực $\vec{P}$, phản lực $\vec{Q}$, lực kéo $\vec{F}$
- Khi vật bắt đầu lật (quay quanh A) thì: $M_{\vec{F}} = M_{\vec{P}}$ (2)

$\Rightarrow F.\dfrac{b}{2} = P.\dfrac{a}{2} \Rightarrow F = P.\dfrac{a}{b} = 200.\dfrac{0{,}5}{1} = 100$ N

Vậy: Vật bắt đầu mất cân bằng khi F = 80 N.

12.2. Thanh AB chiều dài l = 10 m, khối lượng m = 200 kg đặt trên hai giá đỡ C, D; AC = 2 m, BD = 3 m. Hai vật nặng m_1 = 800 kg, m_2 = 300 kg treo tại E, A; AE = 3 m. Áp dụng điều kiện cân bằng của vật rắn, tính các lực đàn hồi của giá đỡ.



Bài giải

- Các lực tác dụng lên giá đỡ: trọng lực $\vec{P}$; các lực căng dây ($T_1 = P_1$, $T_2 = P_2$); các phản lực Q_1, Q_2.

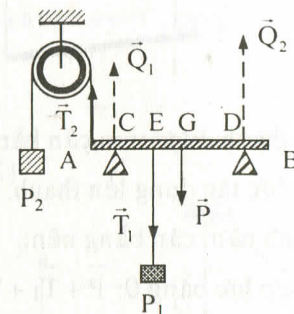
Thanh AB nằm cân bằng nên:

+ Hợp lực bằng 0: $\vec{P} + \vec{T}_1 + \vec{T}_2 + \vec{Q}_1 + \vec{Q}_2 = \vec{0}$ (1)

$\Rightarrow P + T_1 - T_2 - Q_1 - Q_2 = 0$

$\Rightarrow Q_2 = P + P_1 - P_2 - Q_1$ (1')

+ Đối với trục quay ở D:



$M_{\vec{Q}_1} + M_{\vec{T}_2} = M_{\vec{P}} + M_{\vec{T}_1}$ (2)

$\Rightarrow Q_1.CD + P_2.AD = P.GD + P_1.ED$

$\Rightarrow Q_1 = \dfrac{(m.GD + m_1ED - m_2.AD)g}{CD}$

với: $CD = l - (AC + DB) = 10 - (2 + 3) = 5$ m;

GD = GB – DB = 5 – 3 = 2 m;

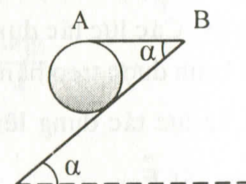
ED = 2 + 2 = 4 m; $AD = l - DB = 10 - 3 = 7$ m

$\Rightarrow Q_1 = \dfrac{(200.2 + 800.4 - 300.7).10}{5}$ 3000 N

Thay vào (1') suy ra: $Q_2 = 200.10 + 800.10 - 300.10 - 3000 = 4000$ N

Vậy: Các lực đàn hồi của giá đỡ tác dụng lên thanh AB là Q_1 = 3000 N và Q_2 = 4000 N.

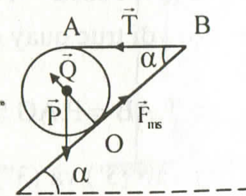
12.3. Đĩa tròn đồng chất, trọng lượng 40N đặt thẳng đứng trên mặt phẳng nghiêng góc $\alpha = 30^0$. Đĩa cân bằng nhờ dây nối AB. Biết giữa đĩa và mặt nghiêng có ma sát. Tìm lực căng của dây.



Bài giải

- Các lực tác dụng lên đĩa: trọng lực $\vec{P}$, phản lực $\vec{Q}$, lực ma sát F_{ms}, lực căng dây $\vec{T}$.
- Vì đĩa cân bằng nên áp dụng quy tắc momen lực với trục quay qua O ta được:

$M_{\vec{T}} = M_{\vec{P}}$ ($M_{\vec{Q}} = M_{\vec{F}_{ms}} = 0$



$\Rightarrow T.(R + R\cos\leq) = P.R\sin\alpha$

$\Rightarrow T = \dfrac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha}P = \dfrac{\sin 30^0}{1+\cos 30^0}.P = \dfrac{\frac{1}{2}}{1+\frac{\sqrt{3}}{2}}.40 \approx 10{,}7$ N

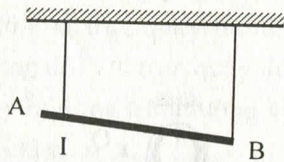
Vậy: Lực căng của dây là $T \leq 10{,}7$ N.

12.4. Thanh AB chiều dài l = 2 m, khối lượng m = 3 kg.

a) Thanh được treo cân bằng trên hai dây tại I và B; AI = 25 cm.

Dựa trên điều kiện cân bằng của vật rắn, tính các lực tác dụng lên thanh.

b) Thanh được treo bằng một dây ở đầu B, đầu A tựa trên cạnh bàn. Tính các lực tác dụng lên thanh khi thanh cân bằng, biết $\alpha = 30^o$.



A α B

Bài giải

a) Khi thanh được treo cân bằng trên hai dây tại I và B

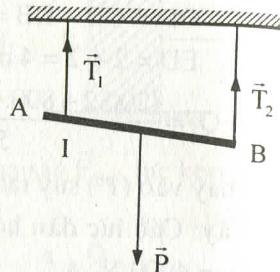
- Các lực tác dụng lên thanh: trọng lực $\vec{P}$, các lực căng dây $\vec{T_1}, \vec{T_2}$.
- Thanh nằm cân bằng nên:
  + hợp lực bằng 0: $\vec{P} + \vec{T_1} + \vec{T_2} = 0$ (1)

    $\Rightarrow T_1 + T_2 = P = mg = 3.10 = 30$ N (1')
  + đối với trục quay qua G: $M_{\vec{T_1}} = M_{\vec{T_2}}$ (2)

    $\Rightarrow T_1.GI = T_2.GB$, với GB = 1 m;

    GI = GA – AI = 1 – 0,25 = 0,75 m

    $\Rightarrow 0{,}75T_1 = T_2$ (2')



- Giải hệ (1) và (2) ta được: $T_1 = 17{,}14$ N; $T_2 = 12{,}86$ N

  Vậy: Các lực tác dụng lên thanh là P = 30 N; $T_1 = 17{,}14$ N; $T_2 = 12{,}86$ N.

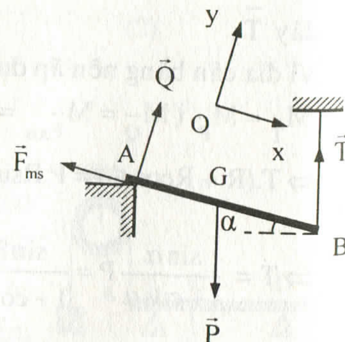
b) Thanh được treo bằng một dây ở đầu B, đầu A tựa trên cạnh bàn

- Các lực tác dụng lên thanh: trọng lực $\vec{P}$, lực căng dây $\vec{T}$, phản lực $\vec{Q}$, lực ma sát $\vec{F}_{ms}$.
- Thanh nằm cân bằng nên:
  + hợp lực bằng 0: $\vec{P} + \vec{T} + \vec{Q} + \vec{F}_{ms} = \vec{0}$ (3)

    $\Rightarrow F_{ms} = P\sin\alpha - T\sin\alpha$ (3')

    và $Q = P\cos\alpha - T\cos\alpha$ (3")
  + đối với trục quay qua A: $M_{\vec{T}} = M_{\vec{P}}$ (4)

    $\Rightarrow T.AB = P.AG \Rightarrow T = \dfrac{P}{2} = \dfrac{30}{2} = 15$ N



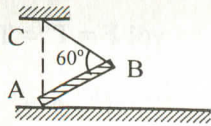
- Thay vào (3') và (3") ta được:

  $F_{ms} = 30.\sin30^o - 15.\sin30^o = 7{,}5$ N

  và $Q = 30.\cos30^o - 15.\cos30^o \approx 13$ N

  Vậy: Các lực tác dụng lên thanh khi thanh cân bằng là P = 30 N, T = 15 N, $F_{ms} = 7{,}5$ N và Q ≈ 13 N.

12.5. Thanh AB có đầu A tựa trên sàn, đầu B được treo bởi dây BC. Biết BC = AB = a. Xác định giá trị hệ số ma sát giữa AB và sàn để AB cân bằng.



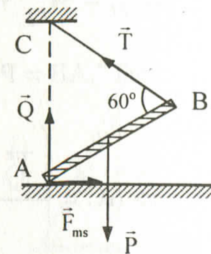
Bài giải

- Các lực tác dụng lên thanh: trọng lực $\vec{P}$, lực căng dây $\vec{T}$, phản lực $\vec{Q}$, lực ma sát $\vec{F}_{ms}$.
- Thanh nằm cân bằng nên:
  + hợp lực bằng 0: $\vec{P} + \vec{T} + \vec{Q} + \vec{F}_{ms} = \vec{0}$ (1)

    $\Rightarrow F_{ms} = T\sin60^o = T.\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ (1')

    và $Q = P - T\cos60^o = mg - \dfrac{T}{2}$ (1")
  + đối với trục quay qua A: $M_{\vec{T}} = M_{\vec{P}}$ (2)

    $\Rightarrow T.AB\sin60^o = P.AG\sin60^o \Rightarrow T = \dfrac{P}{2} = \dfrac{mg}{2}$

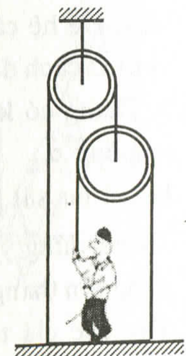


- Thay vào (1') và (1") ta được: $F_{ms} = \dfrac{mg}{2}.\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{mg\sqrt{3}}{4}$; $Q = mg - \dfrac{mg}{4} = \dfrac{3mg}{4}$
- Thanh chưa trượt (cân bằng) nên $F_{ms} < \mu N = \mu Q = \mu.\dfrac{3mg}{4}$

  $\Rightarrow \mu > \dfrac{4F_{ms}}{3mg} = \dfrac{4\dfrac{mg\sqrt{3}}{4}}{3mg} = \dfrac{\sqrt{3}}{3} \approx 0{,}58$

  Vậy: Để thanh AB cân bằng thì $\mu > 0{,}58$.

12.6. Người trọng lượng $P_1 = 500$ N đứng trên ghế treo trọng lượng $P_2 = 300$ N như hình vẽ. Chiều dài AB = 1,5 m. Hỏi người cần kéo dây một lực bao nhiêu và đứng ở vị trí nào để hệ cân bằng? Bỏ qua trọng lượng ròng rọc.



Bài giải

- Đối với hệ "người và ghế":
  + Các lực tác dụng lên hệ gồm: trọng lực $\vec{P}$ ($P = P_1 + P_2$), các lực căng dây $\vec{T}, \vec{T'}, \vec{T''}$.
  + Hệ cân bằng: $\vec{P} + \vec{T} + \vec{T'} + \vec{T''} = \vec{0}$ (1)

    $\Rightarrow T + T' + T'' = P$

với $F = T' = T'' = \dfrac{T}{2}$

$\Rightarrow 4F = P \Rightarrow F = \dfrac{P}{4} = \dfrac{P_1 + P_2}{4} = \dfrac{500+300}{4} = 200\text{ N}$

- Đối với ghế:
  + Các lực tác dụng lên ghế: trọng lực $\vec{P}_2$, áp lực $\vec{N}_1$, các lực căng dây $\vec{T}, \vec{T}''$.
  + Với trục quay qua A, ta có:

$M_{\vec{T}''} = M_{\vec{P}_2} + M_{\vec{N}_1}$ $(M_{\vec{T}} = 0)$

$\Rightarrow T''.AB = P_2.\dfrac{AB}{2} + N_1.AC$

$\Rightarrow AC = \dfrac{\left(T'' - \dfrac{P_2}{2}\right)AB}{N_1}$ (2)

- Đối với người: Người cân bằng trên ghế nên:

$\vec{P}_1 + \vec{Q}_1 + \vec{T}' = \vec{0}$

$\Rightarrow Q_1 = N_1 = P_1 - T' = P_1 - F$ (3)

- Thay (3) vào (2) ta được: $AC = \dfrac{\left(T'' - \dfrac{P_2}{2}\right)AB}{P_1 - F} = \dfrac{\left(F - \dfrac{P_2}{2}\right)AB}{P_1 - F} = \dfrac{\left(200 - \dfrac{300}{2}\right)1{,}5}{500 - 200}$

$\Rightarrow AC = 0{,}25\text{ m}$

Vậy: Để hệ cân bằng thì người cần kéo dây một lực là F = 200 N và đứng ở vị trí C cách đầu A một đoạn AC = 0,25 m.

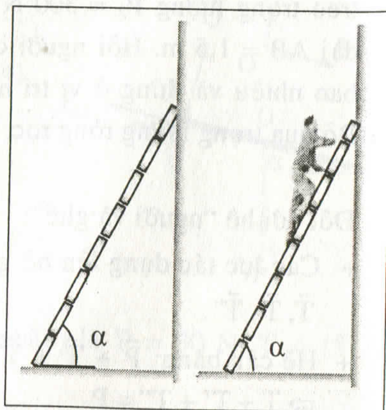
12.7. Thang có khối lượng m = 20 kg được dựa vào tường trơn nhẵn dưới góc nghiêng α.

Hệ số ma sát giữa thang và sàn là μ = 0,6.

a) Thang đứng yên cân bằng, tìm các lực tác dụng lên thang nếu α = 45°.

b) Tìm các giá trị của α để thang đứng yên không trượt trên sàn.

c) Một người khối lượng m' = 40 kg leo lên thang khi α = 45°. Hỏi người này lên đến vị trí O' nào trên thang thì thang sẽ bị trượt. Chiều dài thang l = 2 m.



Bài giải

a) Các lực tác dụng lên thang khi α = 45°

- Các lực tác dụng lên thang: trọng lực $\vec{P}$, lực ma sát $\vec{F}_{ms}$, các phản lực $\vec{Q}_1, \vec{Q}_2$.

- Thang cân bằng nên:
  + hợp lực bằng 0: $\vec{P} + \vec{F}_{ms} + \vec{Q}_1 + \vec{Q}_2 = \vec{0}$ (1)

$\Rightarrow Q_1 = P = mg = 20.10 = 200\text{ N}$ (1')

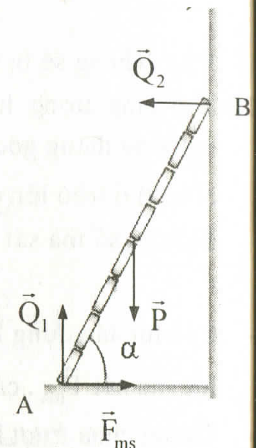
và $F_{ms} = Q_2$ (1")

  + đối với trục quay qua A: $M_{\vec{P}} = M_{\vec{Q}_2}$ $(M_{\vec{Q}_1} = M_{\vec{F}_{ms}})$

$\Rightarrow P.\dfrac{AB}{2}\cos\alpha = Q_2.AB\sin\alpha$

$\Rightarrow Q_2 = \dfrac{P}{2\tan\alpha} = \dfrac{200}{2\tan 45^o} = \dfrac{200}{2.1} = 100\text{ N}$

$\Rightarrow F_{ms} = Q_2 = 100\text{ N}$



Vậy: Các lực tác dụng lên thang khi α = 45° là

$P = Q_1 = 200\text{ N};\ F_{ms} = Q_2 = 100\text{ N}.$

b) Giá trị của α để thang không trượt: Khi thang chưa trượt thì:

$F_{ms} < \mu Q_1 \Rightarrow \dfrac{P}{2\tan\alpha} < \mu P$

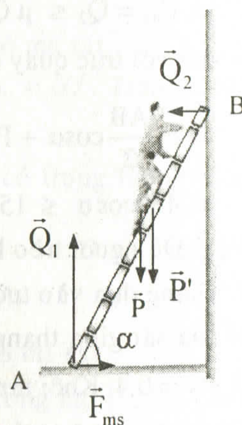
$\Rightarrow \tan\alpha > \dfrac{1}{2\mu} = \dfrac{1}{2.0{,}6} = \dfrac{1}{1{,}2} \approx 0{,}833$

$\Rightarrow \alpha > 40^o$

Vậy: Để thang không trượt thì α > 40°.

c) Vị trí O' trên thang để thang bị trượt

- Các lực tác dụng lên thang: trọng lực $\vec{P}, \vec{P}'$, lực ma sát $\vec{F}_{ms}$, các phản lực $\vec{Q}_1, \vec{Q}_2$.



- Thang cân bằng nên:
  + hợp lực bằng 0: $\vec{P} + \vec{P}' + \vec{F}_{ms} + \vec{Q}_1 + \vec{Q}_2 = \vec{0}$ (3)

$\Rightarrow Q_1 = P + P' = (m + m')g = (20 + 40).10 = 600\text{ N}$ (3')

và $F_{ms} = Q_2 = \mu Q_1 = 0{,}6.600 = 360\text{ N}$ (3")

  + đối với trục quay qua A: $M_{\vec{P}} + M_{\vec{P}'} = M_{\vec{Q}_2}$ $(M_{\vec{Q}_1} = M_{\vec{F}_{ms}} = 0)$ (4)

$\Rightarrow P.\dfrac{AB}{2}\cos\alpha + P'.AO'\cos\alpha = Q_2.AB\sin\alpha$

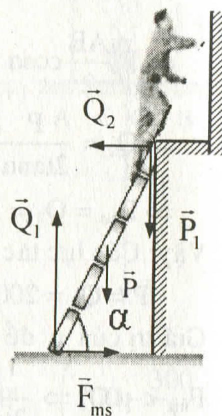
$$\Rightarrow AO' = \frac{(Q_2\sin\alpha - \frac{P}{2}\cos\alpha).AB}{P'\cos\alpha} = \frac{(360.\sin 45^0 - \frac{200}{2}\cos 45^0).2}{400.\cos 45^0}$$

$$\Rightarrow AO' = \frac{(360.\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{200}{2}.\frac{\sqrt{2}}{2}).2}{400.\frac{\sqrt{2}}{2}} = 1{,}3 \text{ m}$$

Vậy: Thang sẽ bị trượt khi người leo đến vị trí O' với AO' = 1,3 m.

12.8. Thang trọng lượng P = 100 N dựa vào tường trơn và sàn nhám. Cần nghiêng thang góc α đối với sàn bao nhiêu để người có trọng lượng $P_1 = 400$ N có thể trèo lên đến tận đỉnh thang?

Biết hệ số ma sát giữa thang với sàn là $\mu = 0{,}3\sqrt{3}$.



Bài giải

- Các lực tác dụng lên thang: trọng lực $\vec{P}, \vec{P}_1$, lực ma sát $\vec{F}_{ms}$, các phản lực $\vec{Q}_1, \vec{Q}_2$.
- Thang chưa trượt khi ($F_{ms} \le \mu N$):

+ hợp lực bằng 0: $\vec{P} + \vec{P}_1 + \vec{F}_{ms} + \vec{Q}_1 + \vec{Q}_2 = \vec{0}$ (1)

$\Rightarrow Q_1 = P + P_1 = 100 + 400 = 500$ N (1')

và $F_{ms} = Q_2 \le \mu Q_1 = 0{,}3\sqrt{3}.500 = 150\sqrt{3}$ N (1")

+ đối với trục quay qua A: $M_{\vec{P}} + M_{\vec{P}_1} = M_{\vec{Q}_2}$ $(M_{\vec{Q}_1} = M_{\vec{F}_{ms}} = 0)$ (2)

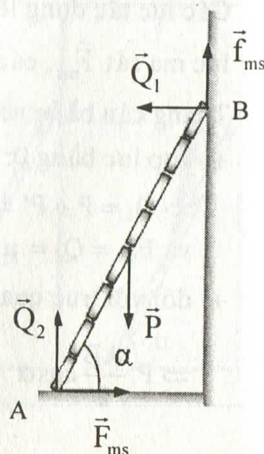
$\Rightarrow P.\frac{AB}{2}\cos\alpha + P_1.AB\cos\alpha = Q_2.AB\sin\alpha$ (2')

$\Rightarrow 450\cos\alpha \le 150\sqrt{3}\sin\alpha \Rightarrow \tan\alpha \ge \sqrt{3} \Rightarrow \alpha \ge 60^o$

Vậy: Để người trèo lên được đến đỉnh thang thì $\alpha \ge 60^o$.

12.9. Thang dựa vào tường, hợp với sàn góc α. Biết hệ số ma sát giữa thang với tường là $\mu_1 = 0{,}5$, với sàn là $\mu_2 = 0{,}4$. Khối tâm thang ở giữa thang.

Tìm giá trị nhỏ nhất của α mà thang không trượt.



Bài giải

- Các lực tác dụng lên thang: trọng lực $\vec{P}$, các lực ma sát $\vec{F}_{ms}$, $\vec{f}_{ms}$, các phản lực $\vec{Q}_1, \vec{Q}_2$.
- Thang chưa trượt khi ($F_{ms} \le \mu N$):

+ hợp lực bằng 0:

$\vec{P} + \vec{f}_{ms} + \vec{F}_{ms} + \vec{Q}_1 + \vec{Q}_2 = \vec{0}$ (1)

$\Rightarrow f_{ms} = P - Q_2 \le \mu_1 Q_1$ (1')

và $F_{ms} = Q_1 \le \mu_2 Q_2$ (1")

+ đối với trục quay qua B:

$M_{\vec{P}} + M_{\vec{F}_{ms}} = M_{\vec{Q}_2}$ $(M_{\vec{Q}_1} = M_{\vec{f}_{ms}} = 0)$ (2)

$\Rightarrow P.\frac{AB}{2}\cos\alpha + F_{ms}.AB\sin\alpha = Q_2.AB\cos\alpha$ (2')

$\Rightarrow P = 2Q_2 - 2F_{ms}.\tan\alpha = 2Q_2 - 2Q_1.\tan\alpha$

- Vì $F_{ms} = Q_1 \le \mu_2 Q_2$; $f_{ms} = P - Q_2 \le \mu_1 Q_1$

$\Rightarrow 2Q_2 - 2Q_1.\tan\alpha - Q_2 \le \mu_1 Q_1 \Rightarrow Q_2 - 2Q_1.\tan\alpha \le \mu_1 Q_1$

$\Rightarrow Q_2 \le (\mu_1 + 2\tan\alpha)Q_1 \le (\mu_1 + 2\tan\alpha)\mu_2 Q_2$

$\Rightarrow 1 \le (\mu_1 + 2\tan\alpha)\mu_2 \Rightarrow \tan\alpha \ge \frac{1}{2\mu_2} - \frac{\mu_1}{2} = \frac{1}{2.0{,}4} - \frac{0{,}5}{2} = 1$

$\Rightarrow \alpha \ge 45^o \Rightarrow \alpha_{min} = 45^o$

Vậy: Giá trị nhỏ nhất của α mà thang không trượt là $\alpha_{min} = 45^o$.

12.10. Thang chiều dài AB = l nghiêng góc α so với sàn tại A và tựa vào tường tại B. Khối tâm C của thang cách A một đoạn $\frac{l}{3}$.

a) Chứng minh rằng thang không thể cân bằng nếu không có ma sát.

b) Gọi μ là hệ số ma sát giữa thang với sàn và tường, $\alpha = 60^o$. Tính μ nhỏ nhất để thang cân bằng.

c) Khi μ nhỏ nhất, thang có trượt không nếu một người có trọng lượng bằng trọng lượng thang đứng tại D cách A $\frac{2l}{3}$?

Bài giải

a) Chứng minh rằng thang không thể cân bằng nếu không có ma sát

- Nếu không có ma sát, các lực tác dụng lên thanh gồm: trọng lực $\vec{P}$, các phản lực $\vec{Q}_1, \vec{Q}_2$. Nếu thang cân bằng thì: $\vec{P} + \vec{Q}_1 + \vec{Q}_2 = \vec{0}$ (1)
- Chiếu (1) lên phương ngang ta được: $Q_2 = 0$ (vô lí)!

Vậy: Thang không thể cân bằng nếu không có ma sát.

b) Giá trị nhỏ nhất của μ để thang cân bằng

- Các lực tác dụng lên thang: trọng lực $\vec{P}$, các lực ma sát $\vec{F}_{ms}$, $\vec{f}_{ms}$, các phản lực $\vec{Q}_1, \vec{Q}_2$.

- Thang chưa trượt khi ($F_{ms} \leq \mu N$):

+ hợp lực bằng 0:

$\vec{P} + \vec{f}_{ms} + \vec{F}_{ms} + \vec{Q}_1 + \vec{Q}_2 = \vec{0}$ (1)

$\Rightarrow f_{ms} = P - Q_2 \leq \mu Q_1$ (1')

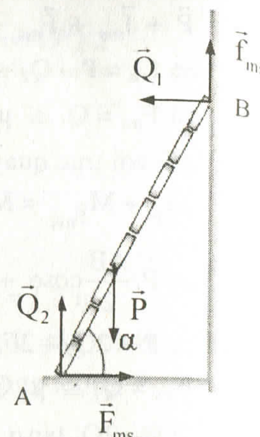
và $F_{ms} = Q_1 \leq \mu Q_2$ (1'')

+ đối với trục quay qua B:

$M_{\vec{P}} + M_{\vec{F}_{ms}} = M_{\vec{Q}_2}$ ($M_{\vec{Q}_1} = M_{\vec{f}_{ms}} = 0$) (2)

$\Rightarrow P.\frac{21}{3}\cos\alpha + F_{ms}.l\sin\alpha = Q_2.l\cos\alpha$ (2')

$\Rightarrow P = \frac{3}{2}(Q_2 - F_{ms}.\tan\alpha) = \frac{3}{2}(Q_2 - Q_1.\tan\alpha)$



- Vì $F_{ms} = Q_1 \leq \mu Q_2$; $f_{ms} = P - Q_2 \leq \mu Q_1$

- Thay vào (1') ta được: $\frac{3}{2}(Q_2 - Q_1.\tan\alpha) - Q_2 \leq \mu Q_1$

$\Rightarrow \frac{1}{2}Q_2 - \frac{3}{2}Q_1.\tan\alpha \leq \mu Q_1$

$\Rightarrow Q_2 \leq (2\mu + 3\tan\alpha)Q_1 \leq (2\mu + 3\tan\alpha).\mu Q_2$

$\Rightarrow 2\mu^2 + 3\tan\alpha.\mu - 1 \geq 0$

$\Rightarrow 2\mu^2 + 3\sqrt{3}\mu - 1 \geq 0$ (3)

- Giải (3) ta được: $\mu \geq \frac{\sqrt{35} - 3\sqrt{3}}{4} \Rightarrow \mu_{min} = \frac{\sqrt{35} - 3\sqrt{3}}{4} \approx 0,18$.

Vậy: Giá trị nhỏ nhất của μ để thang cân bằng là $\mu_{min} \approx 0,18$.

c) Thang có trượt không nếu một người có trọng lượng bằng trọng lượng thang đứng tại D

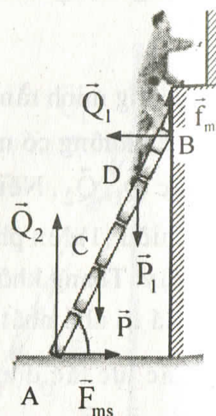
- Gọi $\vec{P}'$ là hợp lực của $\vec{P}$ và $\vec{P}_1$, vì $P = P_1$ và $\vec{P}$, $\vec{P}_1$ cách hai đầu thang những khoảng bằng nhau nên suy ra khối tâm E của hệ người và thang nằm ở giữa thang.

- Các lực tác dụng lên thang là: trọng lực $\vec{P}'$, các lực ma sát $\vec{F}_{ms}$, $\vec{f}_{ms}$, các phản lực $\vec{Q}_1, \vec{Q}_2$.

- Thang bắt đầu trượt khi:

+ hợp lực bằng 0: $\vec{P} + \vec{f}_{ms} + \vec{F}_{ms} + \vec{Q}_1 + \vec{Q}_2 = \vec{0}$ (3)

$\Rightarrow f_{ms} = P - Q_2 = \mu Q_1$ (3')



và $F_{ms} = Q_1 = \mu Q_2$ (3'')

+ đối với trục quay qua B: $M_{\vec{P}'} + M_{\vec{F}_{ms}} = M_{\vec{Q}_2}$ ($M_{\vec{Q}_1} = M_{\vec{f}_{ms}} = 0$) (4)

$\Rightarrow P.\frac{1}{2}\cos\alpha + F_{ms}.l\sin\alpha = Q_2.l\cos\alpha$

$\Rightarrow P = 2(Q_2 - F_{ms}.\tan\alpha) = 2(Q_2 - Q_1.\tan\alpha)$

- Thay (3') và (3'') vào ta được: $2(Q_2 - Q_1.\tan\alpha) - Q_2 = \mu Q_1$

$\Rightarrow Q_2 - 2Q_1.\tan\alpha = \mu Q_1$

$\Rightarrow Q_2 = (\mu + 2\tan\alpha)Q_1 = (\mu + 2\tan\alpha).\mu Q_2 \Rightarrow \mu^2 + 2\tan\alpha.\mu - 1 = 0$

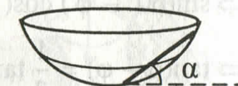
$\Rightarrow \mu^2 + 2.\sqrt{3}\mu - 1 = 0$ (5)

- Giải (5) ta được: $\mu = 2 - \sqrt{3} \approx 0,27 > \mu_{min}$ (phù hợp).

Vậy: Nếu một người có trọng lượng bằng trọng lượng thang đứng tại D cách A $\frac{21}{3}$ thì thang sẽ bị trượt.

12.11. Thanh đồng chất nằm trong một chỏm cầu nhám, hệ số ma sát μ, độ dài thanh bằng bán kính chỏm cầu. Hỏi thanh có thể tạo với đường nằm ngang góc lớn nhất bao nhiêu mà vẫn cân bằng?

Biết thanh nằm trong mặt phẳng thẳng đứng qua tâm chỏm cầu.



Bài giải

- Các lực tác dụng lên thanh: trọng lực $\vec{P}$, các phản lực $\vec{Q}_1$, $\vec{Q}_2$, các lực ma sát $\vec{F}_{ms1}$, $\vec{F}_{ms2}$.

- Thanh cân bằng khi: $\vec{P} + \vec{Q}_1 + \vec{Q}_2 + \vec{F}_{ms1} + \vec{F}_{ms2} = \vec{0}$ (1)

$\Rightarrow \vec{P} + \vec{R}_1 + \vec{R}_2 = \vec{0}$ ($\vec{R}_1 = \vec{Q}_1 + \vec{F}_{ms1}$; $\vec{R}_2 = \vec{Q}_2 + \vec{F}_{ms2}$)

- Vẽ hai mặt nón ma sát MAN và MBN tại hai đầu A và B của thanh với nửa góc ở đỉnh φ sao cho $\tan\varphi = \mu$. Lúc đó:

+ hợp lực tác dụng lên thanh nằm trong mặt nón ma sát thì thanh cân bằng.

+ hợp lực phải có giá đồng quy thì thanh mới cân bằng.

+ góc α lớn nhất khi ba lực $\vec{P}$, $\vec{R}_1$, $\vec{R}_2$ có giá đồng quy tại giao điểm M của hai nón ma sát.

- Áp dụng định lí hàm sin cho:

+ tam giác MAG ta có: $\frac{\sin\widehat{MAG}}{MG} = \frac{\sin\widehat{AMG}}{AG}$

(OA = OB = AB = R, Δ OAB đều)

$$\Rightarrow \frac{\sin(60^o - \varphi)}{MG} = \frac{\sin\left[90^o - (\alpha + \widehat{MAG})\right]}{\frac{AB}{2}}$$

$$= \frac{\cos(\alpha + 60^o - \varphi)}{\frac{R}{2}} \quad (2)$$

\+ tam giác MBG ta có: $\frac{\sin\widehat{MBG}}{MG} = \frac{\sin\widehat{BMG}}{BG}$

$$\Rightarrow \frac{\sin(60^o + \varphi)}{MG} = \frac{\sin\left[180^o - (60^o + \alpha + \widehat{MGB})\right]}{\frac{AB}{2}} = \frac{\sin[180^o - (60^o + \varphi + 90^o - \alpha)]}{\frac{AB}{2}}$$

$$\Rightarrow \frac{\sin(60^o + \varphi)}{MG} = \frac{\sin[90^o - (60^o + \varphi - \alpha)]}{\frac{AB}{2}} = \frac{\cos(\alpha - 60^o - \varphi)}{\frac{R}{2}} \quad (3)$$

\- Chia (2) cho (3) ta được: $\frac{\sin(60^o - \varphi)}{\sin(60^o + \varphi)} = \frac{\cos(\alpha + 60^o - \varphi)}{\cos(\alpha - 60^o - \varphi)}$

$$\Rightarrow \sin(60^o - \varphi).\cos(\alpha - 60^o - \varphi) = \sin(60^o + \varphi).\cos(\alpha + 60^o - \varphi)$$

$$\Rightarrow \tan(\alpha - \varphi) = \frac{1}{3}\tan\varphi \Leftrightarrow \frac{\tan\alpha - \tan\varphi}{1 + \tan\alpha.\tan\varphi} = \frac{1}{3}\tan\varphi$$

$$\Rightarrow 3\tan\alpha - 3\tan\varphi = \tan\varphi + \tan\alpha.\tan^2\varphi$$

$$\Rightarrow \tan\alpha\,(3 - \tan^2\varphi) = 4\tan\varphi \Rightarrow \tan\alpha = \frac{4\tan\varphi}{3 - \tan^2\varphi} = \frac{4k}{3 - k^2}$$

$$\Rightarrow \alpha = \arctan\left(\frac{4k}{3 - k^2}\right)$$

Vậy: Thanh có thể tạo với đường nằm ngang góc lớn nhất là $\alpha = \arctan\left(\frac{4k}{3 - k^2}\right)$ để thanh vẫn cân bằng.

12.12. Hai trụ nhẵn đồng chất $m_1 = 10$ kg, $m_2 = 30$ kg, tâm O_1, O_2 đặt tiếp xúc nhau giữa hai mặt nghiêng trơn vuông góc, $\alpha = 60^o$.

Tìm góc tạo bởi O_1O_2 và phương ngang, áp lực của các khối trụ lên mặt phẳng và lực tương tác giữa hai trụ.

Bài giải

\- Các lực tác dụng lên trụ thứ nhất là: trọng lực $\vec{P}_1$, phản lực $\vec{Q}_1$, lực tương tác $\vec{F}_1$; các lực tác dụng lên trụ thứ hai là: trọng lực $\vec{P}_2$, phản lực $\vec{Q}_2$, lực tương tác $\vec{F}_2$.

\- Điều kiện cân bằng của mỗi trụ là:

$$\vec{P}_1 + \vec{Q}_1 + \vec{F}_1 = \vec{0} \quad (1)$$

$$\vec{P}_2 + \vec{Q}_2 + \vec{F}_2 = \vec{0} \quad (2)$$

\- Chiếu (1) và (2) lên hai trục Ox và Oy ta được:

$$Q_1\sin60^o - F_1\cos\beta = 0 \quad (1')$$

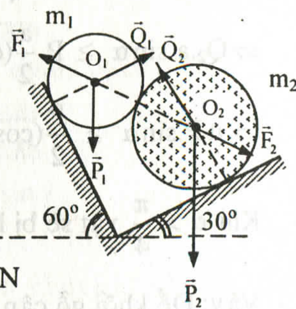
$$-Q_2\sin30^o + F_2\cos\beta = 0 \quad (2')$$

$$Q_1\cos60^o + F_1\sin\beta - P_1 = 0 \quad (1'')$$

$$Q_2\cos30^o - F_2\sin\beta - P_2 = 0 \quad (2'')$$

\- Từ (1') và (2') suy ra: $Q_1\sin60^o = Q_2\sin30^o$ (vì $F_1 = F_2$)

$$\Rightarrow Q_2 = Q_1.\frac{\sin60^o}{\sin30^o} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}}.Q_1 = \sqrt{3}\,Q_1 \quad (3)$$



\- Từ (1'') và (2'') suy ra:

$$Q_1\cos60^o - P_1 = -Q_2\cos30^o + P_2$$

$$\Rightarrow (\sqrt{3}\cos30^o + \cos60^o)Q_1 = P_2 + P_1$$

$$\Rightarrow Q_1 = \frac{P_1 + P_2}{\sqrt{3}.\cos30^o + \cos60^o} = \frac{10.10 + 30.10}{\sqrt{3}.\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}} = 200\text{ N}$$

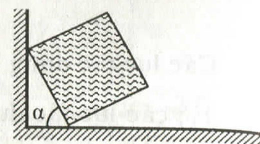
và $Q_2 = \sqrt{3}\,Q_1 = \sqrt{3}.200 = 346$ N

\- Từ (1') và (2') suy ra: $\tan\beta = \frac{P_1 - Q_1\cos60^o}{Q_1\sin60^o} = \frac{10.10 - 200.\frac{1}{2}}{200.\frac{\sqrt{3}}{2}} = 0 \Rightarrow \beta = 0$

\- Từ (1') suy ra: $F_1 = Q_1\frac{\sin60^o}{\cos\beta} = 200.\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{1} = 173$ N

Vậy: Góc hợp bởi O_1O_2 và phương ngang là $\beta = 0$; áp lực các khối trụ lên các mặt phẳng là $N_1 = Q_1 = 200$ N, $N_2 = Q_2 = 346$ N; lực tương tác giữa hai trụ là $F_1 = F_2 = 173$ N.

12.13. Khối lập phương tựa một cạnh trên nền nhà, một cạnh trên tường nhẵn. Tìm α để khối cân bằng, biết hệ số ma sát giữa khối và sàn là μ.



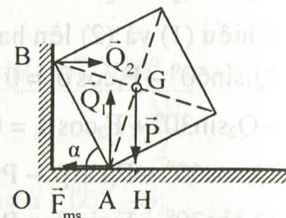
Bài giải

- Các lực tác dụng lên vật là: trọng lực $\vec{P}$, các phản lực $\vec{Q}_1$, $\vec{Q}_2$, lực ma sát $\vec{F}_{ms}$.
- Để khối gỗ cân bằng thì:
  + hợp lực bằng 0: $\vec{P} + \vec{Q}_1 + \vec{Q}_2 + \vec{F}_{ms} = \vec{0}$ (1)

$\Rightarrow Q_2 - F_{ms} = 0 \Rightarrow F_{ms} = Q_2$ (1')

và $-P + Q_1 = 0 \Rightarrow Q_1 = P$ (1")

$\Rightarrow F_{ms} = Q_2 \le \mu N = \mu Q_1 = \mu P$ (2)



  + đối với trục quay qua A thì:

$M_{\vec{Q}_2} \ge M_{\vec{P}} \Rightarrow Q_2.OB \ge P.AH$

với $OB = a.\sin\alpha$;

$AH = AG.\cos(\alpha + \frac{\pi}{4}) = \frac{a\sqrt{2}}{2}.\frac{\sqrt{2}}{2}(\cos\alpha - \sin\alpha) = \frac{a}{2}(\cos\alpha - \sin\alpha)$

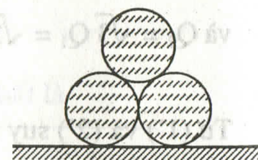
$\Rightarrow Q_2.a.\sin\alpha \ge P.\frac{a}{2}(\cos\alpha - \sin\alpha) \Rightarrow Q_2.\sin\alpha \ge \frac{P}{2}(\cos\alpha - \sin\alpha)$

$\Rightarrow \mu P.\sin\alpha \ge \frac{P}{2}(\cos\alpha - \sin\alpha) \Rightarrow \tan\alpha \ge \frac{1}{2\mu + 1}$

- Khi $\alpha > \frac{\pi}{4}$ vật sẽ bị lật ngay do trọng lực rơi ngoài chân đế.

Vậy: Để khối gỗ cân bằng thì $\alpha_o < \alpha < \frac{\pi}{4}$, với $\tan\alpha_o = \frac{1}{2\mu + 1}$.

12.14. Ba hình trụ giống nhau đặt như hình vẽ. Hệ số ma sát giữa các trụ là μ, giữa trụ với mặt phẳng là μ'. Tìm điều kiện của μ, μ' để hệ cân bằng.



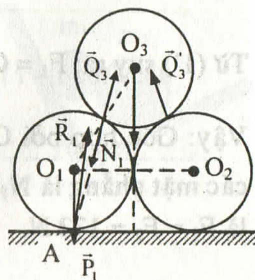
Bài giải

- Các lực tác dụng lên trụ 1: trọng lực $\vec{P}_1$, phản lực $\vec{Q}_1$, lực ma sát $\vec{F}_{ms1}$ và áp lực $\vec{N}_1$.
- Điều kiện cân bằng của trụ 1 là:

$\vec{P}_1 + \vec{Q}_1 + \vec{F}_{ms1} + \vec{N}_1 = \vec{0}$

$\Rightarrow \vec{P}_1 + \vec{R}_1 + \vec{N}_1 = \vec{0}$ (1)

$(\vec{R}_1 = \vec{Q}_1 + \vec{F}_{ms1})$



- Từ (1) suy ra:
  + $\vec{P}_1$, $\vec{R}_1$, $\vec{N}_1$ phải đồng phẳng, đồng quy (có giá qua A).
  + $\vec{N}_1$ nằm trong nón ma sát có trục IO_1, có nửa góc ở đỉnh là α, với $\tan\alpha = \mu$.
  + $\vec{R}_1$ nằm trong nón ma sát có trục AO_1, có nửa góc ở đỉnh là β, với $\tan\gamma = \mu'$.
- Tam giác AO_1I cho: $\widehat{O_1IA} = \widehat{O_1AI} = \frac{180^o - A\hat{O}_1I}{2} = \frac{180^o - 150^o}{2} = 15^o$
- Từ điều kiện: $\tan\alpha = \mu \Rightarrow \tan 15^o < \mu \Rightarrow \mu > 0{,}27$.
- Trong tam giác lực hợp bởi ba lực $\vec{P}_1$, $\vec{R}_1$, $\vec{N}_1$ ta có:

$\frac{N_1}{\sin\gamma} = \frac{P}{\sin(15^o - \gamma)}$ (2)

- Điều kiện cân bằng của trụ thứ ba là: $\vec{P}_3 + \vec{Q}_3 + \vec{Q}'_3 = \vec{0}$ (3)

$\Rightarrow Q_3\cos 15^o + Q_3'\cos 15^o - P_3 = 0$ (3')

$\Rightarrow Q_3 = Q_3' = N_1 = \frac{P_3}{2\cos 15^o} = \frac{P}{2\cos 15^o}$ (3")

- Thay (3") vào (2) ta được: $\frac{P}{2\cos 15^o.\sin\gamma} = \frac{P}{\sin(15^o - \gamma)}$

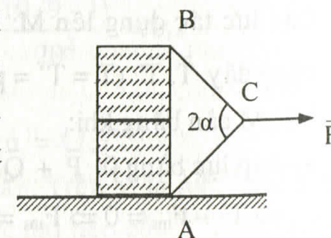
$\Rightarrow 2\cos 15^o.\sin\gamma = \sin(15^o - \gamma) = \sin 15^o\cos\gamma - \cos 15^o\sin\gamma$

$\Rightarrow \tan\gamma = \frac{1}{3}\sin 15^o = \frac{1}{3}.0{,}259 = 0{,}089$

- Từ điều kiện: $\tan\gamma = \mu'$, để trụ cân bằng thì $\mu' > 0{,}089$.

Vậy: Để ba trụ cân bằng thì μ, μ' phải thỏa mãn $\mu > 0{,}27$ và $\mu' > 0{,}089$.

12.15. Hai khối vuông giống nhau, khối lượng mỗi khối là M, được kéo bởi lực $\vec{F}$ qua hai dây nối AC = BC như hình vẽ. Góc ACB = 2α. Hệ số ma sát giữa hai khối là μ, khối M ở dưới gắn chặt với đất. Tìm F để khối M ở trên đứng yên.



Bài giải

- Các lực tác dụng lên khối M ở trên là: trọng lực $\vec{P}$, phản lực $\vec{Q}$, lực ma sát $\vec{F}_{ms}$ và lực căng dây $\vec{T}$.
- Để khối M ở trên đứng yên: $\vec{P} + \vec{Q} + \vec{F}_{ms} + \vec{T} = \vec{0}$ (1)
- Chiếu (1) lên hai phương Ox và Oy của hệ trục Oxy ta được:

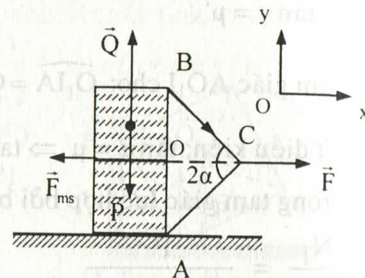
$-F_{ms} + T\cos\alpha = 0 \Rightarrow F_{ms} = T\cos\alpha$ (1')

và $Q - P - T\sin\alpha = 0 \Rightarrow Q = P + T\sin\alpha$ (1")

- Tại C, ta có: $T = \dfrac{F}{2\cos\alpha}$ (2)

- Để khối M ở trên không trượt thì: $F_{ms} < \mu N = \mu Q = \mu(P + T\sin\alpha)$

$\Rightarrow F_{ms} < \mu(P + \dfrac{F}{2}\tan\alpha)$ (3)



- Thay (1') vào (3) ta được:

$T\cos\alpha < \mu(P + \dfrac{F}{2}\tan\alpha)$

- Từ (2) suy ra: $\dfrac{F}{2} < \mu(P + \dfrac{F}{2}\tan\alpha)$

$\Rightarrow F < \dfrac{2\mu P}{1 - \mu\tan\alpha} = \dfrac{2\mu Mg}{1 - \mu\tan\alpha}$ (4)

- Để khối M ở trên không quay quanh O thì: $M_{\vec{P}} > M_{\vec{T}}$

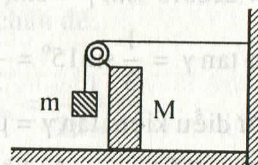
$\Rightarrow P.\dfrac{a}{2} > T a.\cos\alpha = \dfrac{F}{2\cos\alpha}.a.\cos\alpha = F.\dfrac{a}{2} \Rightarrow F < P = Mg.$

Vậy: Điều kiện để khối M ở trên đứng yên là:

$F < Mg$ và $F < \dfrac{2\mu Mg}{1 - \mu\tan\alpha}$ ($\mu\tan\alpha < 1$).

12.16. Khối đồng chất hình hộp khối lượng M có các cạnh a, b gắn với m qua ròng rọc, dây nối. Hệ số ma sát giữa M và sàn là μ.

Tìm điều kiện để hệ đứng yên cân bằng.



Bài giải

- Các lực tác dụng lên M: trọng lực $\vec{P}$, phản lực $\vec{Q}$, lực ma sát $\vec{F}_{ms}$, các lực căng dây $\vec{T}, \vec{T'}$ ($T = T' = p = mg$).

- Vật M cân bằng khi:

+ hợp lực bằng 0: $\vec{P} + \vec{Q} + \vec{F}_{ms} + \vec{T} + \vec{T'} = \vec{0}$ (1)

$\Rightarrow T' - F_{ms} = 0 \Rightarrow F_{ms} = T' = p$ (1')

và $-P - T + Q = 0 \Rightarrow Q = P + T = P + p$ (1")

với $F_{ms} \le \mu N = \mu Q$ (chưa trượt) $\Rightarrow mg \le \mu g(M + m)$

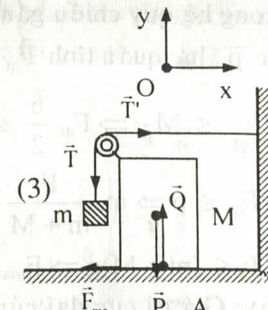
$\Rightarrow \dfrac{m}{M} \ge \dfrac{1 - \mu}{\mu}$ (2)

+ đối với trục quay qua A: $M_{\vec{P}} + M_{\vec{T}} \ge M_{\vec{T'}}$

$\Rightarrow P.\dfrac{a}{2} + p.a \ge p.b$

$\Rightarrow Mg.\dfrac{a}{2} + mg.a \ge mg.b$

$\Rightarrow \dfrac{m}{M} \ge \dfrac{2(b - a)}{a}$ (3)



Vậy: Điều kiện để hệ đứng yên cân bằng là

$\dfrac{m}{M} \ge \dfrac{1 - \mu}{\mu}$ và $\dfrac{m}{M} \ge \dfrac{2(b - a)}{a}$.

12.17. Trong xiếc mô-tô bay, một người đi mô-tô trên thành hình trụ thẳng đứng bán kính R = 9 m. Khối tâm người và xe cách thành trụ h = 1 m và vạch một đường tròn nằm ngang, vận tốc 20 m/s. Tìm góc nghiêng α của xe với phương ngang.

Bài giải

- Các lực tác dụng lên "người và xe" là: trọng lực $\vec{P}$, phản lực $\vec{Q}$, lực ma sát $\vec{F}_{ms}$.

- Phương trình chuyển động của "người và xe" là:

$\vec{P} + \vec{Q} + \vec{F}_{ms} = m\vec{a}$ (1)

- Chiếu (1) lên hai trục Ox và Oy ta được:

$Q = ma_{ht} = m\dfrac{v^2}{r} = m\dfrac{v^2}{(R - h)}$ (1')

và $F_{ms} = P = mg$ (1")

- Để "xe và người" không bị đổ thì đối với trục quay qua trọng tâm G của hệ "người và xe" ta có: $M_{\vec{Q}} = M_{\vec{F}_{ms}}$

$\Rightarrow Q.h\tan\alpha = F_{ms}.h$

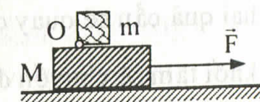
$\Rightarrow m\dfrac{v^2}{(R - h)}.h\tan\alpha = mgh \Rightarrow \tan\alpha = \dfrac{g(R - h)}{v^2} = \dfrac{10.(9 - 1)}{20^2} = 0,2$

$\Rightarrow \alpha = 11,3^o$

Vậy: Góc nghiêng của xe so với phương ngang là $\alpha = 11,3^o$.

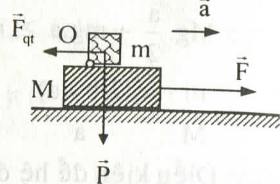
12.18. Vật khối lượng M có thể trượt trên mặt bàn nhẵn. Trên M là một khối hộp lập phương m gắn với M tại O. Hỏi với giá trị cực đại nào của F nằm ngang đặt lên M thì hình hộp không bị lật?

Bài giải



- Gia tốc của hệ là: $a = \dfrac{F}{m + M}$.

- Trong hệ quy chiếu gắn với vật M, các lực tác dụng vào khối hộp gồm: trọng lực $\vec{p}$, lực quán tính $\vec{F}_{qt}$. Để khối hộp không quay quanh O thì:



$M_{\vec{F}_{qt}} \le M_{\vec{p}} \Rightarrow F_{qt}.\frac{b}{2} \le p.\frac{b}{2}$

$\Rightarrow F_{qt} \le p \Rightarrow m.\frac{F}{m+M} \le mg$

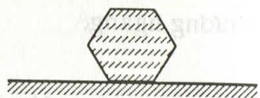
$\Rightarrow F \le (m+M)g \Rightarrow F_{max} = (m+M)g$

Vậy: Giá trị cực đại của F nằm ngang đặt lên M để hình hộp không bị lật là $F_{max} = (m+M)g$.

12.19. Khối trụ tiết diện lục giác đều đặt trên mặt ngang, chịu lực $\vec{F}$ nằm ngang. Xác định hệ số ma sát giữa trụ với sàn để khối trụ trượt mà không quay.

Bài giải

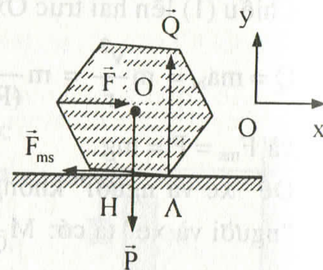
- Các lực tác dụng lên khối trụ là: trọng lực $\vec{P}$, phản lực $\vec{Q}$, lực ma sát $\vec{F}_{ms}$, lực tác dụng $\vec{F}$.



- Khối trụ không quay (quanh A) khi: $M_{\vec{P}} \ge M_{\vec{F}}$

$\Rightarrow P.\frac{a}{2} \ge F.OH$ $\left(OH = \frac{a\sqrt{3}}{2}\right) \Rightarrow P.\frac{a}{2} \ge F.\frac{a\sqrt{3}}{2}$

$\Rightarrow F \le \frac{P}{\sqrt{3}}$ (1)



- Khối trụ trượt khi:

$Q = P;\ F \ge F_{ms} = \mu N = \mu Q = \mu P$ (2)

- Từ (1) và (2) suy ra:

$\mu P \le F \le \frac{P}{\sqrt{3}} \Rightarrow \mu \le \frac{1}{\sqrt{3}} \approx 0{,}577$.

Vậy: Để khối trụ trượt mà không quay thì $\mu \le 0{,}577$.

12.20. Trên mặt bàn nhẵn nằm ngang, một quả tạ gồm hai quả cầu nhỏ nối với nhau bằng một thanh nhẹ, chiều dài *l*, đặt thẳng đứng. Truyền cho quả cầu trên một vận tốc đầu $\vec{v}$ theo phương ngang.

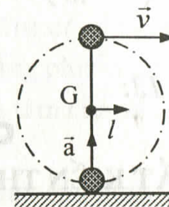
Xác định *l* để quả cầu dưới bị nhấc khỏi bàn ngay khi bắt đầu chuyển động.

Bài giải

- Khi truyền cho quả cầu trên một vận tốc $\vec{v}$ theo phương ngang thì:
  + hai quả cầu sẽ quay quanh khối tâm của nó với gia tốc hướng tâm a.
  + khối tâm sẽ chuyển động tịnh tiến theo phương ngang với vận tốc $\frac{\vec{v}}{2}$.

- Khi quả cầu dưới bị nhấc ra khỏi mặt bàn thì nó sẽ chịu tác dụng của trọng lực và có gia tốc g. Như vậy khi quả cầu nhấc khỏi mặt bàn thì: $a \ge g$.

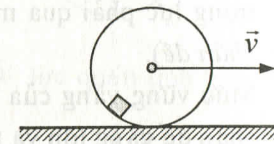
$\Rightarrow \frac{\left(\frac{v}{2}\right)^2}{\frac{l}{2}} \ge g \Rightarrow l \le \frac{v^2}{2g}$.



Vậy: Để quả cầu dưới bị nhấc khỏi bàn ngay khi bắt đầu chuyển động thì chiều dài của thanh phải là $l \le \frac{v^2}{2g}$.

12.21. Bánh xe bán kính R, khối lượng M có gắn một vật nhỏ khối lượng m được kéo trên mặt ngang và lăn không trượt. Hỏi với vận tốc nào thì bánh xe có thể nảy khỏi mặt ngang trong khi chuyển động?

Bài giải



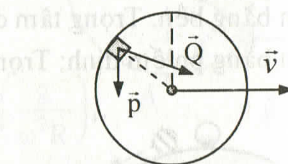
- Chọn hệ quy chiếu gắn với tâm O của bánh xe.
- Các lực tác dụng lên m là: trọng lực $\vec{p}$, phản lực $\vec{Q}$:

$\vec{p} + \vec{Q} = m\vec{a}$ (1)

- Các lực tác dụng lên bánh xe: trọng lực $\vec{P}$, phản lực $\vec{Q'}$, lực ma sát $\vec{F}_{ms}$, áp lực $\vec{N}$ (của m):

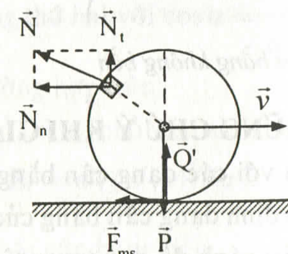
$\vec{P} + \vec{Q'} + \vec{F}_{ms} + \vec{N} = \vec{0}$ (2)

$\Rightarrow Q' = P \pm N_t$ (dấu + ứng với phần dưới bánh xe, dấu - ứng với phần trên bánh xe).



- Chiếu (1) lên phương thẳng đứng, chiều dương hướng xuống, ta được:

$p + Q_t = m\frac{v^2}{R}.\cos\alpha$



$\Rightarrow Q_t = m\frac{v^2}{R}.\cos\alpha - mg$ (3)

$\Rightarrow Q_{t(max)} = m\frac{v^2}{R} - mg$ khi $\cos\alpha = 1$

hay $\alpha = 0$: m ở điểm cao nhất trên bánh xe.

- Ở vị trí đó, để bánh xe được nâng lên thì $N_{t(max)} = Q_{t(max)} \ge P = Mg$

$\Rightarrow m\frac{v^2}{R} - mg \ge Mg \Rightarrow v \ge \sqrt{gR\left(1 + \frac{M}{m}\right)}$

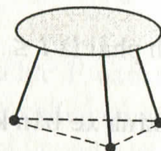
Vậy: Để bánh xe có thể nảy lên khỏi mặt ngang khi chuyển động thì $v \geq \sqrt{gR\left(1+\dfrac{M}{m}\right)}$.

Chuyên đề 13:

CÁC DẠNG CÂN BẰNG

A. TÓM TẮT KIẾN THỨC

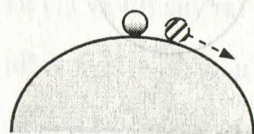
1. Cân bằng của vật trên mặt chân đế



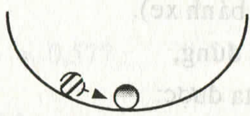
- Mặt chân đế: Mặt chân đế là đa giác lồi nhỏ nhất chứa tất cả các điểm tiếp xúc giữa vật và mặt tiếp xúc.
- Điều kiện cân bằng: Điều kiện cân bằng của vật trên mặt chân đế là giá của trọng lực phải qua mặt chân đế (hay *trọng tâm của vật phải "rơi" trên mặt chân đế*).
- Mức vững vàng của cân bằng: Cân bằng càng vững vàng nếu diện tích mặt chân đế càng lớn và trọng tâm của vật càng thấp.

2. Cân bằng của vật trên một điểm hoặc một trục cố định

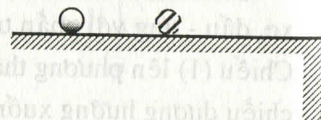
- Cân bằng không bền: Trọng tâm của vật ở vị trí cao nhất so với các vị trí lân cận.
- Cân bằng bền: Trọng tâm của vật ở vị trí thấp nhất so với các vị trí lân cận.
- Cân bằng phiếm định: Trọng tâm của vật có vị trí hoặc độ cao không đổi.



Cân bằng không bền



Cân bằng bền



Cân bằng phiếm định

B. NHỮNG CHÚ Ý KHI GIẢI BÀI TẬP

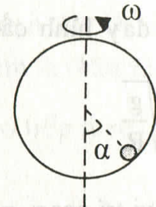
- Đối với các dạng cân bằng của vật trên một điểm hoặc một trục cố định, để xác định dạng cân bằng của vật ta có thể:
  + So sánh độ cao trọng tâm của vật ở vị trí cân bằng với các vị trí lân cận, nếu trọng tâm của vật ở vị trí cân bằng cao hơn các vị trí lân cận thì đó là cân bằng không bền; nếu trọng tâm của vật ở vị trí cân bằng thấp hơn các vị trí lân cận thì đó là cân bằng bền; nếu trọng tâm hoặc độ cao trọng tâm của vật không đổi thì đó là cân bằng phiếm định.

  + Đưa vật dịch khỏi vị trí cân bằng, nếu hợp lực tác dụng lên vật có tác dụng đưa vật trở lại vị trí cân bằng cũ thì đó là cân bằng bền; nếu hợp lực tác dụng lên vật có tác dụng đưa vật ra xa vị trí cân bằng cũ thì đó là cân bằng không bền; nếu hợp lực tác dụng lên vật không có tác dụng đưa vật trở lại hoặc ra xa vị trí cân bằng cũ thì đó là cân bằng phiếm định.
- Có thể dựa vào dạng cân bằng để xác định vị trí trọng tâm của vật.

C. CÁC BÀI TẬP VỀ CÁC DẠNG CÂN BẰNG

13.1. Hình cầu bán kính R chứa một hòn bi ở đáy. Khi hình cầu quay quanh trục thẳng đứng với vận tốc góc ω đủ lớn thì bi cùng quay với hình cầu ở vị trí xác định bởi góc α.

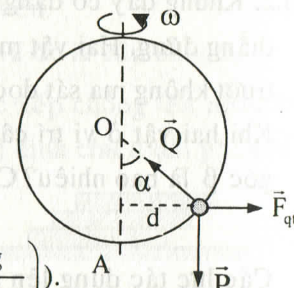
Xác định các vị trí cân bằng tương đối của bi và nghiên cứu sự bền vững của chúng.



Bài giải

- Chọn hệ quy chiếu gắn với hình cầu.
- Các lực tác dụng lên hòn bi: trọng lực $\vec{P}$, phản lực $\vec{Q}$, lực quán tính li tâm $\vec{F}_{qt}$ ($F_{qt} = m\omega^2 d = m\omega^2 R\sin\alpha$):

$$\vec{P} + \vec{Q} + \vec{F}_{qt} = \vec{0} \quad (1)$$



- Chiếu (1) lên phương tiếp tuyến ta được:

$$P\sin\alpha - F_{qt}\cos\alpha = 0 \quad (2)$$

$$\Rightarrow mg\sin\alpha - m\omega^2 R\sin\alpha\cos\alpha = 0$$

$$\Rightarrow \sin\alpha = 0\ (\alpha = 0) \text{ và } \cos\alpha = \frac{g}{\omega^2 R}\ \left(\alpha = \arccos\left(\frac{g}{\omega^2 R}\right)\right).$$

Như vậy, với mọi ω ta luôn có một vị trí cân bằng ứng với $\alpha = 0$ (ở đáy hình cầu); nếu $\cos\alpha < 1$ ($\omega^2 > \frac{g}{R}$) ta có vị trí cân bằng thứ hai với $\cos\alpha = \frac{g}{\omega^2 R}$.

Bây giờ ta khảo sát tính bền vững ứng với các trường hợp trên:

- Vị trí $\alpha = 0$: Đưa hòn bi lệch khỏi A một góc nhỏ, vì α nhỏ nên $\sin\alpha \approx \alpha$, $\cos\alpha \approx 1$. Hợp các lực tác dụng lên hòn bi sẽ là: $R_t \approx m(g\alpha - \omega^2 R\alpha)$:
  + nếu $\omega < \sqrt{\frac{g}{R}} \Rightarrow R_t > 0$: R_t sẽ kéo hòn bi trở lại A: cân bằng bền.
  + nếu $\omega > \sqrt{\frac{g}{R}} \Rightarrow R_t < 0$: R_t không thể kéo hòn bi trở lại A: cân bằng không bền.
- Vị trí ứng với $\cos\alpha = \frac{g}{\omega^2 R} \Rightarrow \omega > \sqrt{\frac{g}{R}}$:

Đưa hòn bi lệch khỏi vị trí cân bằng một chút (lên cao hoặc xuống thấp) thì:

+ nếu đưa hòn bi lên cao (α tăng) thì: $R_t = m(g - \omega^2 R\cos\alpha)\sin\alpha > 0$: hòn bi bị kéo tụt xuống: cân bằng bền.

+ nếu đưa hòn bi xuống thấp (α giảm) thì: $R_t = m(g - \omega^2 R\cos\alpha)\sin\alpha < 0$: hòn bi bị kéo lên cao: cân bằng bền.

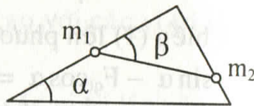
Vậy: Có hai vị trí cân bằng tương đối là đáy hình cầu và vị trí ứng với $\cos\alpha = \dfrac{g}{\omega^2 R}$:

+ Ở đáy hình cầu, hòn bi cân bằng bền nếu $\omega < \sqrt{\dfrac{g}{R}}$ và không bền nếu $\omega > \sqrt{\dfrac{g}{R}}$.

+ Ở vị trí $\cos\alpha = \dfrac{g}{\omega^2 R}$ hòn bi luôn cân bằng bền nếu $\omega > \sqrt{\dfrac{g}{R}}$.

13.2. Khung dây có dạng hình tam giác vuông với $\alpha = 30^o$ đặt trong mặt phẳng thẳng đứng. Hai vật $m_1 = 0,1$ kg và $m_2 = 0,3$ kg nối với nhau bằng dây có thể trượt không ma sát dọc theo hai cạnh khung dây.

Khi hai vật ở vị trí cân bằng, lực căng của dây nối và góc β là bao nhiêu? Cân bằng là bền hay không bền?



Bài giải

- Các lực tác dụng lên m_1: trọng lực $\vec{P}_1$, phản lực $\vec{Q}_1$, lực căng dây $\vec{T}_1$. Điều kiện cân bằng với m_1 là:

$\vec{P}_1 + \vec{Q}_1 + \vec{T}_1 = \vec{0}$ (1)

- Các lực tác dụng lên m_2: trọng lực $\vec{P}_2$, phản lực $\vec{Q}_2$, lực căng dây $\vec{T}_2$. Điều kiện cân bằng với m_2 là:

$\vec{P}_2 + \vec{Q}_2 + \vec{T}_2 = \vec{0}$ (2)

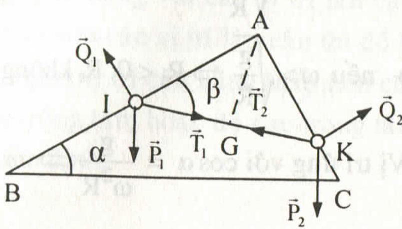
- Chiếu (1) và (2) lên phương hai cạnh bên của tam giác ta được:

$T_1\cos\beta - P_1\sin\alpha = 0$ (1')

$T_2\sin\beta - P_2\cos\alpha = 0$ (2')

$\Rightarrow T\cos\beta = P_1\sin\alpha$ (1")

và $T\sin\beta = P_2\cos\alpha$ $(T_1 = T_2 = T)$ (2")



$\Rightarrow \tan\beta = \dfrac{P_2}{P_1.\tan\alpha} = \dfrac{0,3.10}{0,1.10.\tan30^o} = \dfrac{3}{\frac{\sqrt{3}}{3}} = 3\sqrt{3}$

$\Rightarrow \beta = 79^o$

- Bình phương hai vế (1") và (2") rồi cộng lại ta được:

$T^2 = P_1^2\sin^2\alpha + P_2^2\cos^2\alpha = (0,1.10)^2.\left(\dfrac{1}{2}\right)^2 + (0,3.10)^2.\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 7$

$\Rightarrow T = \sqrt{7} \approx 2,65$ N

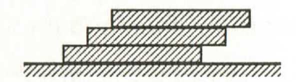
- Dạng cân bằng? Vì tam giác AIK vuông tại A nên khi đoạn dây IK di chuyển thì trọng tâm G của hai vật di chuyển trên cung tròn tâm A, bán kính $AG = \dfrac{IK}{2}$. Gọi G' là vị trí trọng tâm thấp nhất (G' ≠ G), lúc đó tiếp tuyến với cung tròn phải nằm ngang và vuông góc với bán kính AG'.

$\Rightarrow AG' \perp BC \Rightarrow \widehat{BAG'} = \widehat{AIG'} = 60^o = \alpha \Rightarrow$ vô lí!

⇒ G là vị trí trọng tâm thấp nhất ⇒ đó là cân bằng bền.

Vậy: Lực căng dây nối là $T \approx 2,65$ N, góc $\beta = 79^o$ và đó là cân bằng bền.

13.3. Có n tấm đồng chất như nhau, chiều dài $2l$ được xếp chồng lên nhau sao cho tấm trên nhô ra một phần so với tấm dưới. Xác định chiều dài phần nhô ra tối đa của mỗi tấm để hệ vẫn còn cân bằng.



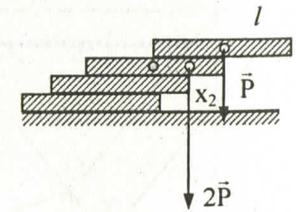
Bài giải

Gọi P là trọng lượng của mỗi tấm.

- Xét tấm trên cùng: Trọng tâm của tấm nằm chính giữa tấm nên phần nhô ra tối đa để nó vẫn cân bằng là l.

- Xét hai tấm trên cùng: Phần nhô ra tối đa của tấm thứ hai là x_2 được xác định bởi:

$P(l - x_2) = Px_2 \Rightarrow x_2 = \dfrac{l}{2}$



- Xét ba tấm trên cùng: Phần nhô ra tối đa của tấm thứ ba là x_3 được xác định bởi:

$P(l - x_3) = 2Px_3 \Rightarrow x_3 = \dfrac{l}{3}$

- Tổng quát, phần nhô ra tối đa của tấm thứ i là x_i với: $x_i = \dfrac{l}{i}$.

Vậy: Để hệ vẫn cân bằng thì phần nhô ra tối đa của tấm thứ i là $x_i = \frac{l}{i}$.

13.4. Cốc nước chia độ có khối lượng 180 g và trọng tâm (của cốc không) nằm ở độ chia thứ 8. Mỗi độ chia ứng với $20cm^3$. Hỏi đổ nước tới độ chia nào thì cân bằng vững vàng nhất?

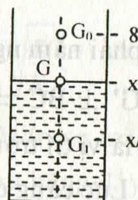
Trọng tâm chung của nước và cốc bây giờ sẽ ở độ chia nào?

Bài giải

Vì cốc nước cân bằng vững vàng nhất khi vị trí trọng tâm của cốc nước nằm ở vị trí thấp nhất. Lúc này vị trí trọng tâm sẽ nằm ở mặt thoáng nước trong cốc.

Gọi G là trọng tâm chung của cốc nước; G_0 là trọng tâm của cốc không; G_1 là trọng tâm của phần nước trong cốc: $G \in G_0G_1$. Theo quy tắc hợp lực song song, ta có:

$$\frac{G_0G}{G_1G} = \frac{P_1}{P_0} = \frac{m_1}{m_0} \Rightarrow \frac{8-x}{\frac{x}{2}} = \frac{20x}{180}$$



$$\Rightarrow \frac{2(8-x)}{x} = \frac{20x}{180}$$

$$\Rightarrow x^2 + 18x - 144 = 0 \Rightarrow x = 6$$

Vậy: Mực nước và trọng tâm chung nằm ở độ chia thứ 6.

MỤC LỤC

Phần thứ nhất. ĐỘNG HỌC

Chuyên đề 1: Chuyển động thẳng đều 3

Chuyên đề 2: Chuyển động thẳng biến đổi đều – sự rơi tự do 27

Chuyên đề 3: Chuyển động tròn đều 56

Chuyên đề 4: Chuyển động tròn biến đổi đều 64

Chuyên đề 5: Khảo sát chuyển động bằng phương pháp tọa độ 69

Phần thứ hai. ĐỘNG LỰC HỌC

Chuyên đề 6: Các định luật niu-tơn 74

Chuyên đề 7: Các lực cơ học 85

Chuyên đề 8: Ứng dụng các định luật niu-tơn và các lực cơ học 101

Chuyên đề 9: Chuyển động trong hệ quy chiếu không quán tính 197

Phần thứ ba. TĨNH HỌC

Chuyên đề 10: Cân bằng của vật rắn khi không có chuyển động quay 214

Chuyên đề 11: Cân bằng của vật rắn có trục quay cố định 235

Chuyên đề 12: Cân bằng tổng quát của vật rắn 247

Chuyên đề 13: Các dạng cân bằng 266